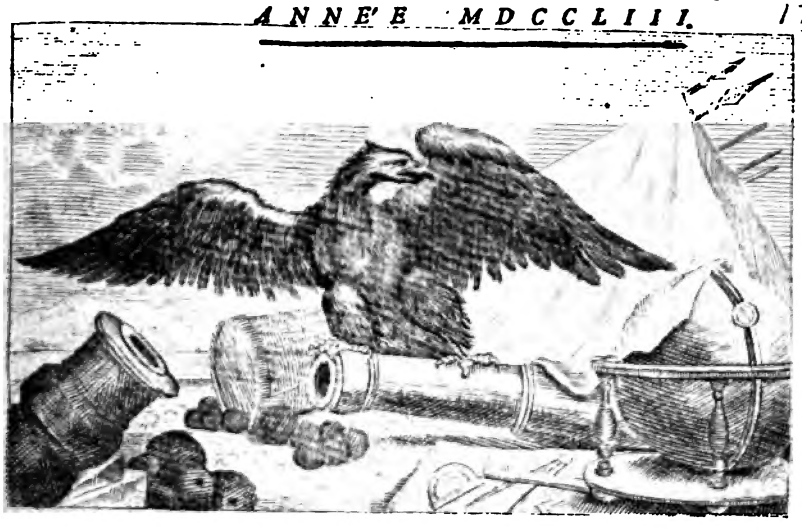

1837
ARTES
SCIENTIA
VERITAS
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN

HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES LETTRES.

ANNE'E MDCCLIII. 1753



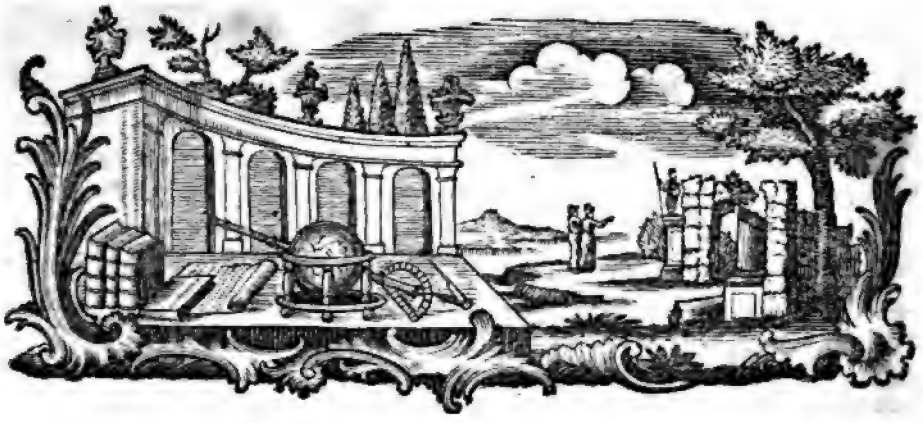
A BERLIN.
CHEZ HAUDE ET SPENER,
Libraires de la Cour & de l'Académie Royale.
MDCCLV.

Permis d'imprimer.

P. L. Moreau de Maupertuis,
Président.

MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES-LETTRES.

CLASSE DE PHILOSOPHIE EXPÉRIMENTALE.



ESSAI
SUR L'ORIGINE ET LA GENERATION DES METAUX,

PAR M. ELLER.

J'ai balancé longtems si je devois entreprendre cet essai, sachant qu'il est extrèmement difficile, pour ne pas dire impossible, de se frayer une route à travers les rochers jusques dans les entrailles de la terre, pour tâcher de saisir le mystere caché dont la Nature se sert pour produire les Métaux. Toutes les productions des corps que nous rencontrons dans les deux autres Régnes de la Nature, savoir les Végétaux & les Animaux, ne semblent pas tant se dérober à nos yeux; &

pour peu qu'on ſache ſe ſervir de certains moyens que l'induſtrie & l'expérience des habiles Naturaliſtes nous ont fournis, & nous fournissent encore tous les jours, on découvre aſſez ſouvent les vrais matériaux, l'ordre & les moyens, dont cette ſage mère ſe ſert pour former, conſerver, & reproduire les corps. Mais dans la production des métaux, nous ſommes presque dans le cas des aveugles; l'acte de leur génération s'exécute dans le ſein des rochers les plus profonds, où la lumiere n'a jamais eu le moindre accès, & que les ombres par conſéquent d'une nuit éternelle couvrent depuis l'origine du monde; c'eſt une hardieſſe bien téméraire, je l'avouë, que de vouloir, dans ce fonds ténébreux de la terre, ſurprendre la Nature lorsqu'elle s'occupe à ſes opérations les plus cachées, ſachant qu'on a bien de la peine à lui dérober quelques fineſſes en plein jour, & encore avec le ſecours des meilleurs Microſcopes.

Le ſeul moyen donc qui me reſte, dans cette vuë de faire quelques découvertes à l'imitation de la Nature dans la génération des métaux, c'eſt de conſidérer attentivement tous les corps en général, & toutes les matieres qui ſe trouvent aux endroits où la Nature travaille les mines, de les examiner avec ſoin, & de faire l'analyſe de leurs parties conſtituantes, afin que je puiſſe par ce moyen découvrir ce qu'ils peuvent fournir à la formation des mines métalliques; ſecours qui me menera inſenſiblement à la ſource de cette formation.

Ce qui m'a aidé encore beaucoup dans cette recherche, c'eſt que j'ai eu dans ma jeuneſſe l'avantage de fréquenter moi-même les Mineurs, & de les voir travailler dans les creux des montagnes, en pluſieurs endroits de l'Allemagne; où j'ai eu auſſi le loiſir d'examiner les crévaſſes des rochers, & les *Filons*, (*die Klüffte und Gänge*) & d'y conſidérer la propriété des exhalaiſons minérales qu'on y rencontre plus ou moins, ſelon la ſituation, la profondeur, ou ſelon la nature de la mine qu'on y travaille. D'ailleurs la collection aſſez conſidérable que je me ſuis procurée depuis, de toutes ſortes de minéraux & de

foſſiles,

fossiles, de tous les pays presque où il y en a, m'a aidé aussi à reconnoitre le mêlange different des metaux dans leurs mines, & leur parties essentielles, cachées dans les differentes terres, ou matieres pierreuses, &c. qui leur servent souvent de matrices dans leur formation.

Toutes ces matieres minérales, ou fossiles, comme nous verrons cy-après, sont en très grand nombre; &, ce qui rend encore cette recherche plus pénible, ce sont les noms barbares pour la plûpart & inconnus, que les fossiles en général ont reçu des Mineurs. Ces Gens, qui depuis plusieurs siecles ont pris & prennent encore leur origine d'une même race en Allemagne, ont imaginé des noms, ou des manieres de s'exprimer, que leurs compatriotes, & les gens de la même Province n'entendent pas, ou ont de la peine au moins à comprendre; & comme ils travaillent pour la plûpart machinalement, ils ne peuvent guères rendre raison de ce qu'ils font à un Curieux qui souhaite d'en être instruit.

Et c'est peut-être la véritable raison aussi pourquoi les anciens Auteurs Grecs & Romains nous apprennent si peu, ou rien, d'nn Art qui est pourtant si utile & si nécessaire à la prospérité du genre humain, pendant que d'un autre côté les mêmes Auteurs nous rapportent plusieurs grandes bagatelles, dont nous pourrions fort bien nous passer. Certes, ces sommes immenses d'Or & d'Argent, dont ces anciens Historiens nous parlent, sont un fûr garant, que ces peuples vainqueurs du monde, n'ont point négligé cet Art, qui enseigne de fouïller la terre pour en tirer les métaux; mais comme ils n'y employoient que les Esclaves & les Criminels, & que c'étoit une espece de dernier supplice que d'être condamné aux Mines, leurs Savans, ces fameux Philosophes, craignoient apparemment de faire une tache à leur réputation; ou peut être avoient-ils peur d'être notés d'infamie, s'ils visitoient le travail de gens réputés infames, pour en tirer quelques instructions.

De cette négligence impardonnable il eſt venu, je crois, que quelques Philoſophes ſpéculatifs, ou plûtot quelques Sophiſtes de ce tems-là, ſe ſont imaginé de pouvoir produire des métaux précieux ſur la terre, en employant des matériaux dont ils croyoient que la Nature ſe ſervoit deſſous la terre ; & c'eſt de cette ſpéculation vraiſemblablement que la premiere époque des Alchymiſtés commence. Une Inſtruction de cette nature, en forme de Dialogues, ſous les noms empruntés des anciens Philoſophes, nous reſte de ce tems-là ; elle porte le titre de *Turba Philoſophorum :* c'eſt un livre rempli d'allégories & d'énigmes, & qui paroit être fabriqué par les Sectateurs des Philoſophes Platonico-Pythagoriciens de l'Ecole d'Alexandrie.

Le perte des Sciences, qui ſuivit de près la ruïne de la République de Rome, y a beaucoup contribué auſſi. Car l'amas confus des Sciences délabrées, dont les Arabes s'emparerent, ſemble avoir engendré cet Art nouveau, la Chymie, inconnu jusqu' alors, & que les Alchymiſtes de cette Nation cultiverent dans l'unique deſſein de changer les métaux imparfaits en Or, ou en Argent, par le moyen de la Chymie. Les plus anciens Auteurs Arabes, comme *Geber*, *Avicenne*, *Albucaſis*, *Rhaſes*, *Haly*, *Bendegit-Jeſſi*, &c. en ſont les témoins ; ils ne parlent que de métaux, de minéraux, & de toutes ſortes de ſels, qu'ils enſeignent à mêler, à fondre, & à purifier de differentes façons dans le feu, pour en tirer la Quinteſſence, ou la Pierre philoſophale, qui devoit changer en Or dans un creuſet, tous les métaux imparfaits, en peu de minutes. Cet Art flatteur de s'enrichir à peu de fraix & en peu de tems, paſſa bientôt, comme un mal épidemique dans toute l'Europe; & c'étoit presque la ſeule Science qui fut cultivée dans les ſiècles barbares, ſurtout dans les Couvents, où cet Art flattoit extrêmement la pareſſe & l'ambition des Moines.

Il eſt même étonnant, que les plus grands hommes de ces Siècles, comme *Arnaud de Villeneuve*, *Raymond Lulle*, *Albert le Grand*, *Roger Bacon*, *Robert Fludd*, & pluſieurs autres, ſemblent avoir choi-

choisi cette étude pour leur principale occupation. Mais, comme dans la suite la plûpart de ces prétendus Philosophes Adeptes déchurent de leur espérance de faire un Or artificiel, la Chymie gagna plus de terrain, elle fut appliquée successivement à l'analyse de tous les corps en général, & elle devint bientôt après la base & le soutien de la Métallurgie ; d'autant plus que l'art de tirer les métaux de la mine, & de les purifier comme il faut, doit son origine & sa perfection uniquement à la Chymie. Mais il est encore remarquable que tous les habiles gens, qui savoient appliquer la Chymie à l'étude des mines, ou à la Métallurgie, ne perdoient presque jamais de vuë la transmutation alchymistique des métaux ; plusieurs d'entre eux s'empressent même d'avantage à nous enseigner la production artificielle des métaux, que la naturelle hors de la mine : tant prévaloit le prejugé de ce tems la, que la transmutation des métaux imparfaits en Or, ou en Argent, étoit un Art à enseigner ou à apprendre.

De là est venu, selon la methode usitée dans les autres Sciences, qu'on a tâché d'établir certains Principes, ou premiers Elémens, desquels tous les Métaux en général devoient tirer leur existence & leur origine. Ceux de la Secte Aristotelico-Scholastique se contenterent des quatre Elémens, & de leur action réciproque sous la terre, les uns dans les autres, pour la production des fossiles en général ; mais ceux qui manioient de près ces corps, ou ces differens mixtes, trouverent bientôt les quatre Elémens trop éloignés de la nature minérale & métallique ; & ayant remarqué, que le Vif-argent, ou le Mercure, production minérale comme les métaux, égaloit presque le poids de l'Or, & ayant considéré encore, que le Souffre minéral arrêtoit le cours de ce métal fluide dans la production du Cinnabre artificiel, ils ne balancerent plus d'établir ces deux corps pour premiers principes de tous les métaux, qui ne differoient entre eux, à ce qu'ils croyoient, que par rapport à l'union plus ou moins intime & parfaite de ces deux prétendus principes. Le Moine *Basile Valentin*, & *Theophraste Paracelse*,

celse, en ajouterent encore un troisième, savoir le sel, qui devoit constituer le lien entre le Souffre & le Mercure; ils confirmerent en même tems l'hypothese des influences astrales pour la formation des métaux, suivant laquelle la fonction du Soleil étoit d'influër à la formation de l'Or, celle de la Lune à la génération de l'Argent, & ainsi du reste. Ceux qui recherchent plus soigneusement les antiquités de la Métallurgie, prétendent prouver qu'*Hermes Trismegiste* avoit déjà établi les trois Principes dont je viens de parler; ils se fondent sur un certain Ecrit qu'on attribuë à ce prétendu Pére des Adeptes, où il doit avoir dit: „Que de trois Substances, qu'il appelle l'esprit, l'ame & „ le corps, tous les métaux tiroient leur origine, & que même les Tein„ tures métalliques, & la Pierre philosophale, en étoient produits.„ *Paracelse* en donne l'explication, lorsqu'il ajoute, que l'esprit d'*Hermes* étoit le Mercure, son ame le Souffre, & le corps le Sel. Mais je doute fort, qu'outre la *Table d'Emeraude d'Hermes*, ce Philosophe prétendu Chymiste, qui approche trop des Siècles fabuleux, ait jamais écrit quelque chose qui soit parvenu jusqu'à nous. C'est à peu près avec autant de fondement que quelques Champions de la Philosophie Paracelsistique attribuënt déjà ces trois Principes métalliques à *Pythagore*, à *Platon*, à *Zosyme Pantonopolitain*, &c. à cause que les deux premiers avoient demeuré plusieurs années en Egypte, selon le rapport d'*Hesychius* (1), & de *Strabon* (2), où ils avoient, disent-ils, appris, par le secours des Prêtres Egyptiens, l'explication des Colomnes d'Hermes. Cependant il est prouvé, que, même avant Paracelse, ces prétendus trois Principes ont été suffisamment connus de *Raymond Lulle* (3), & d'*Isaac Hollande* (4).

Ce triumvirat de Principes métalliques ayant subsisté pendant plusieurs siécles, sans que personne ait osé les révoquer en doute, les Métallurgistes par conséquent, & surtout les Chymistes, étoient charmés

(1) *de Myst. Ægypt.* l. 1. (2) l. 17.
(3) vid. *Lullius in Testament.* c. 17. (4) *Hollandus in Opere vegetab.* passim.

més de pouvoir sans trop de peine résoudre les problêmes les plus difficiles en Chymie, vû que les parties mercurielles, sulfureuses, & salines étoient d'une si vaste étenduë, qu'on les rencontroit aisément dans les mêlanges de tous les corps minéraux. Il étoit même téméraire dans ce tems-là, de vouloir combattre une opinion généralement reçuë, & approuvée de tous les Chymistes.

Mais vers le milieu du Siecle passé, le Docteur *Joachim Becher*, très habile Chymiste Allemand, muni d'une bonne théorie dans cet Art, & confirmé par des expériences sans nombre, qu'il avoit eu occasion de faire dans le Laboratoire Electoral à *Munich*, ne craignit pas d'attaquer ces fameux principes, après avoir montré leur incongruité. Il paroit raisonner conséquemment dans sa *Physique Souterraine*, lorsqu'il dit : „ Un principe doit être nécessairement une chose simple & „ homogene ; mais les prétendus trois principes, le Sel, le Souffre, „ & le Mercure, sont des corps composés, comme on le peut mon- „ trer à l'instant ; donc, ils ne peuvent pas être les élémens, ou les „ principes métalliques. „ Il montre ensuite par l'analyse chymique que les véritables principes essentiels des corps métalliques & de tous les fossiles en général, n'étoient autre chose que des terres très simples primordiales, dont il n'avoit pû trouver & reconnoitre que trois sortes.

La premiere terre, appellée par *Becher vitrifiante*, fournit le plus grand volume d'un métal, & établit pour cela la base d'un corps métallique. L'Auteur y trouve l'union primordiale intime & inséparable de la terre la plus pure avec l'eau, dont le produit est une matiere saline universelle & fusible, qui reste lorsque les deux autres terres, ou principes, sont séparés & chassés par le feu, & qui se trouve enfin vitrifiée par la continuation forcée de cet élément destructeur. Cette terre vitrifiante, ajoute-t-il, est aussi le principe & la base de toutes les pierres, tant précieuses qu' ordinaires, depuis le gravier & le caillou jusqu'au diamant.

La ſeconde terre, nommée la terre *ſulphureuſe*, ou onctueuſe, par l'Auteur, eſt ce principe univerſel qui ſe joint aſſez étroitement avec le premier ; & ce n'eſt autre choſe qu'une eſpece de terre extrêmement déliée, onctueuſe, & inflammable, qui à cauſe de cela, fournit la nouriture au feu, lorsqu'elle eſt miſe dans un mouvement très rapide, & qui en entretient la flamme. On la rencontre diſperſée dans les trois régnes de la Nature également, & elle conſtituë la colle & le lien de tous les corps palpables. Le Souffre minéral, le Pétrole, la Naphte, le Bitume, les Charbons foſſiles, le Suif, le Lard, la Graiſſe, la Moëlle des Os, le Poix, la Reſine, les Charbons du bois, les Huiles de toutes ſortes, les Eſprits inflammables, &c. en ſont pourvûs. Toutes ces matieres, lorsque leur humidité ſuperfluë eſt diſſipée par le feu, peuvent entrer dans la compoſition des corps métalliques ; ce qui nous prouve la réduction d'un métal calciné par le feu, ou par les diſſolvans ; car nous voyons que ces chaux métalliques, mêlées avec quelques unes de ces matieres inflammables, reprennent leur éclat, & la premiere forme métallique chaſſée par le feu, & deviennent malléables comme auparavant. C'eſt ce même principe, ſelon le ſentiment de *Becher*, qui introduit les differentes couleurs que nous rencontrons dans les métaux, auſſi bien que dans les pierres précieuſes qui ſont ſeulement compoſées de ces deux premieres ſortes de terres.

La troiſième terre, ou le dernier principe métallique, ſelon l'hypotheſe de nôtre Auteur, eſt une terre ſimple, fluide, mercurielle, uniquement deſtinée pour les métaux, qui leur donne l'éclat, la malléabilité, ou l'extenſion ſous le marteau. Il tâche de prouver, que cette terre mercurielle, nonobſtant ſa volatilité, ſe joint eſſentiellement à la premiere terre vitrifiante, à laquelle elle reſte inſéparablement attachée, même dans le feu le plus violent ; & c'eſt pour cette raiſon, qu' aucune expérience jusqu'icy n'a réüſſi à les montrer ſéparément. La calcination des métaux nous confirme auſſi cette union étroite car ces deux terres reſtent enſemble dans la chaux, laquelle re-

reprend ſa premiere forme métallique par la reſtitution ſeule de la ſeconde terre ſulfureuſe & inflammable, que le feu avoit diſſipée durant cette calcination.

Cette démonſtration ſolide de ces trois principes métalliques, que *Becher* avoit entrepriſe, ne manqua point de lui attirer des partiſans & des Commentateurs; mais perſonne les a mieux ſoutenus & prouvés, ſurtout le ſecond principe, que feu M. *Stahl*, par une infinité de nouvelles expériences auſſi ſolides que curieuſes, comme il paroit par ſes differens Traités chymiques qui en ſont remplis; & quand même en pourroit former encore quelques objections problèmatiques, que cette théorie ne ſçauroit tout à fait réſoudre, comme quelques Chymiſtes le prétendent, il faut ſe contenter de la prérogative qu'elle a obtenu de droit jusqu'icy ſur toutes les autres hypotheſes, que la raiſon & l'expérience refuſent de ſoutenir. C'eſt auſſi par cette raiſon, que je n'ai pas balancé beaucoup, ſi je devois adopter dans ma recherche les principes, que *Becher* a ſi bien etabli par l'expérience, quoique je ne ſaurois penſer tout à fait comme lui ſur l'origine & ſur la conjonction de ces mêmes principes, pour en former un métal; ce que je ferai voir dans la ſuite, quand j'aurai propoſé premièrement quelques inſtructions néceſſaires & réflêchies ſur la nature & ſur la ſituation du terrain dans lequel nous rencontrons les veines métalliques.

Tout le monde ſçait, que ces veines métalliques, ou mines, ſe trouvent ſeulement dans les endroits de nôtre Globe où le terrain s'éleve en une longue ſuite de montagnes. Cette chaine de montagnes ſuppoſe toujours pour ſon ſoutien une baſe de pierres rudes, ou un roc. Tant que ce roc eſt ſauvage, c'eſt à dire, qu'il étend ſa cohéſion ferme & ſolide par le centre & par la circonference de la montagne; (ce que les Mineurs Allemends appellent *wildes Geſtein*,) il n'y a guères d'apparence, qu'on découvre ſi-tot quelques *filons*, ou veines métalliques; mais d'abord que les Mineurs rencontrent quelques crévaſſes, ou

fentes dans le roc, que les Allemends nomment *Klüffte*, ils ne doutent plus de decouvrir bientot des filons, *Ertzgänge*. Mais avant que d'examiner l'intérieur des montagnes qui fourniſſent des mines, il faut dire quelque choſe en paſſant de leur ſituation.

Les Phyſiciens Métallurgiſtes ont remarqué, que la ſituation la plus propre pour la génération des métaux eſt lorsque la chaine des montagnes s'éleve petit à petit, & prend ſon étenduë vers le Sud-Eſt, & y ayant atteint ſa plus grande élévation, s'applanit dans cette direction, & deſcend inſenſiblement vers le Nord-Oueſt; ce qui procure cet avantage, que la chaleur du Midi devient plus tempérée par la poſition oblique des montagnes vers le Sud, & que l'air & les vents humides de Sud-Oueſt & de Nord-Oueſt peuvent garantir ces magaſins des Minéraux contre la trop grande ſéchereſſe, qui paroit cauſer la ſtérilité dans la plûpart des montgnes, dont la chaine s'étend directement vers le Midi, comme les Alpes, &c. On a remarqué encore que les rivieres qui ſuivent la direction de ces chaines dans les vallons voiſins, contribuënt auſſi quelque choſe à la fertilité des mines par leurs exhalaiſons continuelles qui ſe condenſent ſur le ſommet des montagnes, & conſtituënt cette humidité vaporeuſe, ou ce brouillard qui environne ledit ſommet, & s'échape dans le terrain par une eſpece d'*imbibition*, que les Mineurs Allemands appellent *einwittern*. Outre cela, lorsque les petites ſources, qui ſuintent par-ci par-là au pied des montagnes, charrient quelques minéraux ſous la forme d'Ocre, de Vitriol, &c. ou qu'ils dépoſent de petites paillettes luiſantes métalliques dans le ſable, tout cela montre, que les eaux de la ſource ont lavé ou entrainé quelques molecules d'un filon caché dans le creux de la montagne. Les autres indices qui ſe font appercevoir à la ſurface de la terre, & dont les Mineurs font quelques cas, comme un terrain fertile qui produit des herbes & des arbriſſeaux d'une bonne & promte végétation, qui pouſſe des vapeurs rares & deliées, qui en hyver fondent bien vite la neige qui y tombe, pendant que les environs en reſtent couverts, &c.

ſont

sont quelquefois bien trompeurs, & d'un faux prognostic; excepté certaine humidité dont le gazon est arrosé, que quelques endroits gardent presque toujours, comme des marques assez certaines & presque infaillibles de quelques crevasses, ou fentes, (*Klüffte*) que le roc a formé au dessous de ces endroits, & qui en aboutissant vers la surface de la terre exhalent une humidité plus abondante, que l'air, & la chaleur même, ne sauroient dessecher.

Après cette digression nécessaire touchant la situation extérieure de ces montagnes, qui promettent quelque fertilité minérale, il faut maintenant y entrer pour considérer de plus près ce Laboratoire naturel, où la Nature travaille en cachette à produire de si précieux trésors. C'est à l'ordinaire un roc sauvage, d'une étenduë quelquefois presque sans bornes, qui se montre fendu & entr'ouvert pour y recevoir cette humidité spermatique minérale, que la Nature convertit, par des moyens bien differens, en diverses sortes de métaux quelquefois, en métaux minéralisés à l'ordinaire, & en de simples minéraux. Je ne prétends pas m'arrêter ici sur l'origine de ces Crevasses, (*Klüffte*,) si elles sont l'ouvrage de cette main formatrice de l'Univers dans l'instant de la production de nôtre Globe, ou si ces fentes sont l'effet de quelques secousses extraordinaires causées par des tremblemens de terre dans la suite, comme quelques Sçavans modernes le soupçonnent? Je juge seulement nécessaire de remarquer ici en passant, que sans l'existence & la formation de ces rochers creux, la génération des métaux auroit été très difficile, pour ne pas dire impossible, pour des raisons que nous alléguerons ci-après. On les rencontre en Amérique, (selon le rapport d'*Alphonso Barba*,) aussi bien qu'en Europe; les Mineurs Espagnols les appellent *Caxas*, *chambres*, ou *boëtes* entre les rochers, dans lesquels les filons, ou les veines métalliques, se forment. Les Mineurs Allemands les distinguent selon leur capacité, leur forme & leur étenduë; celles qui ont le plus de capacité & d'étenduë gardent le nom de fentes, ou de *Klüffte*; les autres qui en ont moins,

étant d'ailleurs assez étroites, sont appellées *Trummer;* & celles qui sont entrecoupées par un roc sauvage, ou par quelques terres stériles, ou bien par quelques anciens décombres, sont nommées *Flötze.*

Mais ces fentes des rochers, ou ces *Klüffte*, sont tapissées à l'ordinaire, ou couvertes en dedans d'une terre blanche reluisante fusible, que les Mineurs Allemands appellent *Quartz*, ou bien *Spath*, lorsque cette terre est plus pesante, mais mollasse, & feuillettée à peu près comme le talc. Elle est envelopée en dehors vers le roc d'une espece de limon, qui paroit fournir la nouriture à ces terres *quartzeuses* ou *spatheuses;* les Mineurs le nomment *Bestieg.* Ces deux envelopes sont comme la gaine, ou l'étui d'un filon; & lorsque les Mineurs rencontrent une fente munie de ces sortes de fournitures, ils disent: nous avons trouvé la veine minérale, ou le filon, (*den Gang*). Nous verrons dans la suite par quels moyens cette gaine se remplit de la matiere minérale, ou de la mine, pour constituer un filon, ou une veine métallique complette.

L'Expérience a encore appris aux Mineurs, que le profit qu'ils doivent attendre de leurs travaux, dépend principalement de la route, ou de la direction, que les filons prennent sous terre. (*) *Alphonso Barba* a remarqué, que les quatre principales veines métalliques à *Potosi* suivent la direction du Nord au Sud du côté de la montagne qui regarde le Nord, & la seconde mine de *Peru* à *Oruro*, la rivale de *Potosi* pour la richesse, va du Sud au Nord du côté de la montagne qui regarde le Sud. Les Mineurs Allemands, pour déterminer ces directions au plus juste, tant par rapport aux quatre plages du Monde, que pour trouver la direction exacte entre les lignes horizontales & perpendiculaires, se servent d'une petite boussole, dont la periphérie horizontale, que la pointe de l'aiguille aimantée parcourt, est divisée en deux fois douze degrés, à commencer du Nord vers la droite; ce qu'ils appellent les heures de la Boussole, (*die Stunden des Compasses,*) &

(*) *Traité de Métallurgie*, liv. 1. c. 25.

& les directions des filons, les heures des filons, (*die Stunden des Ganges*,) &c. desorte que la direction d'un filon est indiquée par le degré, ou par l'heure sur la boussole. Le Mineur Geometre, (*der Marckscheider*,) détermine aussi par là les limites qu'on a assignées à une Compagnie d'Exploiteurs, &c. On a pratiqué aussi un quart de cercle sur quelques unes de ces boussoles, pour déterminer la direction d'un filon entre la ligne horizontale & la parpendiculaire : plus cette direction approche de la derniere, plus contens sont les Mineurs, étant assurés, que le filon, comme ils s'expriment, va s'annoblir, (*der Gang veredelt sich*;) ils disent aussi, le filon tourne vers la profondeur, (*der Gang sezt in die Teuffe.*)

Après avoir indiqué en peu de mots l'origine & la direction des veines métalliques, ou des filons, & leurs premieres envelopes entre les fentes du roc & le centre de cet espace creux, où la production des corps minéraux s'exécute, il faut remarquer encore, avant que d'aller plus loin dans cette recherche, que ces creux, ou ces fentes dans le roc, qui favorisent la génération & l'accroissement des matieres minérales & métalliques, ne sont pas rondes, ou d'une figure cylindrique, comme on pourroit se l'imaginer ; on trouve plutôt ces fentes spacieuses approchantes de la figure quarrée & applattie en quelque façon, pour des raisons que je tâcherai d'expliquer cy-après. La portion supérieure de ce creux du rocher, (supposé que sa direction fasse un plan incliné vers la perpendiculaire de la terre,) est appellée *le toit du filon* par les Mineurs Allemands, (*das Tach des Ganges*,) la portion inférieure est nommée *le pavé*, (*das Sohl-band.*) A' droite & à gauche on rencontre à l'ordinaire differentes couches de terre, de limon, ou de pierres, selon que le creux du roc est plus ou moins entr' ouvert. Les envelopes d'un filon ne sont pas toujours d'une même nature ; car il arrive quelquefois, que la fente du roc a gagné un faux conduit qui mene en dehors, & qui communique avec l'air extérieur, par où la pluye & les vents peuvent s'introduire. Cet accident gâte à l'ordinaire l'œu-

l'oeuvre de la génération minérale ; & c'eſt alors qu'on rencontre dans le filon, au lieu d'une envelope *quartzeuſe*, un limon bourbeux & gâté ; les Mineurs Allemands appellent cela, *un filon pourri*, (*einen faulen Gang.*) A cette occaſion on a remarqué auſſi, qu'un filon gâté de cette façon, lorsqu'en traverſant par hazard un autre filon bien conditionné & riche, s'il ſe mêle avec celui-cy, il le gâte pareillement dans la ſuite par l'altération, & même par la deſtruction des principes métalliques dont la Nature ſe ſert à produire les metaux. Il arrive auſſi quelquefois, que les Mineurs rencontrent les envelopes d'un filon d'une apparence frappante, parce que tout y eſt reluiſant, ſurtout le toit, (*das Tach oder das hangende,*) qu'ils trouvent couvert & incrusté d'un beau *Quartz* cryſtalliſé, (*Drüſen.*) Mais les Mineurs expérimentés abandonnent bientôt cette apparence trompeuſe, ſachant par l'expérience, qu'ils n'attrapperont guères le profit qu'ils cherchent ; parceque la production des metaux, comme nous verrons dans la ſuite, ne ſe fait dans toutes ces cavernes pierreuſes, que par une évaporation continuelle & aſſez violente, que les Mineurs Allemands appellent *les Tempêtes*, (*die Wetter oder Berg Schwaden,*) dans laquelle les molecules métalliques produites, ou formées, ſont portées & agitées dans l'air, jusqu' à ce qu'elles ſe détachent peu à peu de ce combat ; puis cherchant à ſe gliſſer dans les pores de quelques corps voiſins du filon, & ne rencontrant que ce cryſtal trop ſolide & impénétrable, elles ſe diſſipent & ſe détruiſent les unes les autres, & la matiere minérale imparfaite qui en reſte, s'attache ſouvent à la ſurface de ces cryſtaux ſous la forme d'une pouſſiere emmoncelée, d'une belle couleur jaunâtre, mais qui dans l'eſſai ne montre qu'un mêlange de ſouffre, d'arſenic, & de fer, ſous la forme d'une matiere pyriteuſe, qu'on nomme en Allemand, (*auf Drüſen angeflogener Kies.*) Il eſt encore à remarquer, qu'on rencontre quelquefois des filons d'une très bonne apparence par rapport à leur direction avantageuſe ; on y trouve même les veſtiges d'une production minérale fort abondante, mais les matrices ſtériles qui reſtent à l'entour, montrent aſſez que le

germe

germe métallique s'eſt diſſipé derechef par une eſpece d'exhalaiſon, que les Mineurs Allemands nomment *Auswitterung ;* ils ajoutent alors : nous ſommes venus trop tard ; mais nous en trouverons la cauſe ci-après. Enfin, lorsque toutes les crévaſſes du rocher ſont farcies de la mine, & que ſes directions approchent de la perpendiculaire, qu'elles ne ſont point traverſées par un roc ſauvage, ou quelques veines pourries & gâtées; c'eſt alors, comme les Mineurs s'expliquent, un filon riche & ſolide, qui paye bien la dépenſe aux Intereſſés.

Après avoir donné en racourci la deſcription & le plan de cette voûte ſouterraine ſi curieuſe, où la Nature travaille & perfectionne les métaux, il faut tâcher de rechercher à préſent, les moyens, par lesquels cette mère induſtrieuſe vient à bout de ce grand deſſein. Lorsqu'on deſcend dans ces gouffres, ou dans ces crévaſſes profondes d'un roc où les Mineurs ont déjà frayé le chemin dans un filon, on remarque au premier regard un ſuintement d'humidité aux parois du rocher de tous côtés ; l'eau tombe quelquefois goutte à goutte, les Mineurs Allemands nomment cette eau, (*die Tage-Waſſer*,) *les eaux du jour*, parce qu'elles entrent de dehors ; & pour les diſtinguer auſſi d'une autre eſpece d'eau qui monte des entrailles de la terre, & que les Mineurs appellent, (*die Grund-Waſſer*,) *les eaux de la profondeur*, ou de l'abyme. Elles empêchent conſidérablement ceux qui y travaillent, lorsqu'ils viennent à certaine profondeur. On les fait écouler par les Galleries, que les Allemands appellent *Stollen*, qui ſont des conduits qu'on creuſe horizontalement au pied des montagnes dans les vallons voiſins, jusqu'à ce qu'on rencontre le filon où les Mineurs travaillent ; de ſorte que les galleries en queſtion forment quaſi un angle droit avec les puits, nommés *Schachte* en Allemand, par où l'on deſcend jusqu'au filon. S'il arrive que l'ouvrage dans le filon ſoit pouſſé au deſſous du niveau du vallon, & par conſéquent au deſſous de la gallerie qu'on a pratiquée, on eſt obligé de monter les eaux dans la gallerie par des pompes qu'on fait mouvoir, à l'aide d'un moulin, s'il

y a une riviere qui coule dans le voiſinage, ou bien par des chevaux, &c.

Outre les eaux dont je viens de parler, les Mineurs ſont incommodés, ſurtout dans les filons profonds & éloignés des puits, d'exhalaiſons minérales bien fortes, & quelquefois presque étouffantes, qui deviennent intolérables lorsqu'elles ſont agitées par un air condenſé & mis en mouvement; circonſtance qui n'arrive que trop ſouvent, ſurtout dans les ſaiſons où l'air peſant extérieur empêche la ſortie des exhalaiſons, de ſorte que les Mineurs ſont forcés de ſe retirer à l'inſtant pour éviter une mort ſubite par la ſuffocation. Mais toutes dangereuſes que puiſſent être ces exhalaiſons minérales, elles ſont pourtant abſolument néceſſaires à la production des métaux; car les crévaſſes des rochers, où l'on ne les rencontre point, ſont ordinairement ſtériles, comme ſont celles, dont les directions approchent de la ligne horizontale, & qui percent facilement au jour; ce que les Mineurs Allemands expriment en diſant: *die Klüffte gehen zu Tage aus*, dans lesquelles il n'y a pas le moindre veſtige d'une production minérale, ou métallique.

La marque la plus ſûre que les vapeurs exhalantes portent les molecules, ou atomes minérales ſuſpenduës dans l'air, & qu'elles les appliquent partout aux parois des crévaſſes du roc, c'eſt ſans doute cette incruſtation ſucceſſive, que nous voyons arriver dans toute la periphérie de ce creux du rocher, jusqu'à ce que toute ſa capacité en ſoit remplie, & le filon ſolidement formé; ce qui eſt confirmé encore par les utenſiles, ou inſtrumens, que les Mineurs oublient quelquefois dans les puits, ou galleries abandonnées, (*in verlaſſenen Schacht und Stollen*,) & qu'on retrouve enſuite tout couverts & incruſtés de la mine pluſieurs années après.

Pour éclaircir d'avantage ce que je viens d'avancer, il faut remarquer qu'on ne rencontre dans les filons que des métaux minéraliſés, & qu'il eſt fort rare d'en trouver de tout purs, ce qui arrive pour-

pourtant quelquefois avec l'argent & le cuivre natifs, lesquels on rencontre de tems en tems, surtout dans les Mines de Saxe & de Norwege, en forme de fils entortillés, ou en paillettes très minces attachées aux pierres fort dures, comme le *Quartz crystallisé*, nommé *Drusen*, & certaines sortes de marbre, ou pierres à fusil, que nos Mineurs appellent *Hornstein*. La dépuration, ou l'affinage de ces métaux minéralisés, tels qu'on les tire ordinairement de la mine, nous montre à l'œil l'abondance de ces exhalaisons minérales si nuisibles dont j'ai parlé, & que le feu chasse dans cette dépuration sous la forme d'une fumée epaisse très incommode, laquelle se montre sous un double masque; une partie en se dépouillant nous offre le Soufre commun, l'autre, l'Arsenic, tous deux fideles compagnons de tous les métaux minéralisés & des demi-métaux, dont je vais tâcher de développer les parties essentielles si nécessaires à la génération des métaux.

J'ai décrit en détail jusqu'ici ces endroits souterrains où la Nature, quoiqu'envelopée des plus épaisses ténébres, acheve ses plus nobles & ses plus précieuses productions; j'ai fait voir que les métaux ne croissent pas dans l'intérieur de la terre par hazard & sans ordre, comme on s'imagine que le Sable ou les pierres se produisent. Au contraire, on en rencontre des marques éclatantes déjà au dessus de la terre; une chaîne de montagnes d'une direction requise, soutenuë de rochers d'une profondeur indéterminable, forme l'extérieur de cet attelier admirable, & fait voir, que ce n'est pas ici le hazard qui a creusé les rochers pour en faire la base & la voûte d'un filon, ou d'une veine métallique. Aussi n'ai-je pas oublié d'indiquer, que ce creux, ou cette fente du roc, qui fournit une veine métallique abondante, incline toujours, ou pousse sa direction vers la perpendiculaire de la terre, & que les Mineurs ayant découvert un filon, à mesure qu'ils y détachent la mine, & avancent par conséquent en profondeur, s'apperçoivent d'un suintement perpétuel, d'une humidité qui perce & coule d'enhaut, aussi bien que des vapeurs qui se soulevent d'en-bas, & qu'ils

rencontrent une température d'air toujours plus chaude & plus mobile, lorsqu'ils avancent en profondeur ; ce qui cause quelquefois des exhalaisons si abondantes & si nuisibles à la respiration, que les Mineurs se trouvent forcés de se retirer au plus vite vers les Puits, ou vers la Gallerie, pour éviter la suffocation, que les parties sulfureuses & arsenicales, suspenduës dans cette humidité dissoute & poussée par la chaleur, leur causeroit à l'instant. A l'occasion de cela, j'ai remarqué, que le Soufre & l'Arsenic se trouvoient généralement dans toutes les mines, & nous donnoient les métaux minéralisés. J'ai indiqué enfin les parties constituantes de ces deux corps en général ; il me reste à présent de les examiner en détail pour développer leur action & ce qu'ils peuvent contribuër à la génération des mines.

J'ai dit aussi, que les Philosophes Chymistes n'admettoient que le Soufre & le Mercure pour premiers principes des métaux, auxquels quelques uns des plus modernes ajoutoient encore le Sel comme un troisième principe ; mais on rencontre bien des difficultés à établir cette dualité, ou même cette trinité métallique. Car si on prend ces trois corps, tels qu'ils sont connus sous ces noms, on découvre aisement par l'examen chymique, qu'ils sont des composés, & qu'ils ne peuvent par conséquent passer pour principes, lesquels doivent être simples, homogenes, & inaltérables. D'ailleurs, on n'a jamais pu venir à bout de montrer séparément ces trois principes par l'analyse chymique, même la plus scrupuleuse, d'un corps métallique quelconque. La pluspart des Chymistes prétendus adeptes, ayant remarqué cette difficulté insurmontable, se sont contentés de nous persuader que tout corps métallique étoit au commencement un Vif-argent, coagulé dans la suite par son Soufre approprié ; & selon la qualité plus ou moins pure & du Vif-argent & du Soufre, & selon le degré de la décoction dans le sein de la terre, les métaux gagnoient les degrés de leur plus grande ou de leur moindre perfection, &c. Mais ces raisonnemens destitués d'expériences, sentent plutôt le Cabinet que le Laboratoire de ces prétendus Philosophes Chymistes.

Be-

Becher, que j'ai déjà cité, encouragé par les promesses de ces Chymistes Adeptes, tâchant aussi de produire & de perfectionner les métaux dessus la terre, à l'imitation de la Nature qui s'occupe à les former dans le sein de nôtre globe, s'apperçut bientôt par le fil des expériences sans nombre qu'il fit dans cette vuë, que les vrais principes des métaux n'étoient autre chose qu'une matiere terrestre, composée de trois differentes sortes de terres, extrèmement déliées & simples, qui restoient unies sous la forme métallique après la purification & le raffinement de toutes les mines, ou veines métalliques, & que la diffdifference des métaux separés de la mine, consistoit principalement dans la differente proportion de ces trois terres, dans leur pureté, & dans le degré de leur digestion. J'ai déjà dit qu'il appelle *la premiere* de ces terres la *saline* ou la *vitrifiante*, *la seconde* la *terre grasse* ou *sulphureuse*, *la troisième* la *terre fluidifiante*, ou *mercurielle*. Et quoique la Chymie métallurgique refuse la séparation exacte de ces trois terres, ou principes constituants des métaux, ce grand Chymiste tâcha de les prouver par des raisonnemens, aussi bien que par des expériences incontestables exposées dans sa *Physica subterranea*. La terrestréité de la composition métallique se prouve, dit-il, par la calcination que la plûpart des métaux souffrent dans le feu, ou dans les acides dissolvans, après quoi ils deviennent tout à fait méconnoissables; car ils se montrent sous la forme d'une terre pesante, sablonneuse, discontinuée, qui refuse la fusion dans le feu, & par conséquent l'extension sous le marteau. La vitrification que ces Cendres, ou Chaux métalliques, souffrent dans un degré de feu proportionné à cette opération, a fortifié notre *Becher* dans son hypothese de la présence de sa premiere terre vitrifiante, qu'il suppose être la base de tout corps métallique, & en quelque façon la matrice, & le reservoir, des deux autres terres. Il la découvre principalement dans cette pierre blanchâtre reluisante, selénitique, fusible, qu'on rencontre autour des riches filons, tapissant quasi les crévasses du roc, ou du moins elle se trouve entremêlée dans ses couches: nos Mineurs la nomment *le Quartz*. Mais

ce n'eſt pas dans cette pierre ſeule, que cette terre vitrifiante réſide ; notre Auteur l'a trouvée dans toutes ſortes de terres alcalines, même dans celle qui fournit la baſe au ſel alcali des végétaux.

Le ſecond Principe métallique de *Becher* eſt la terre graſſe, onctueuſe, & ſulphureuſe, laquelle étant plus humide, à ce qu'il dit, que la précédente, elle en corrige la ſiccité, & fournit en général la teinture & la couleur aux métaux. On la rencontre dans pluſieurs corps & matériaux que la terre renferme ; lorsqu'elle s'unit avec l'acide univerſel, elle conſtituë le Soufre commun. On la trouve quelquefois, dit *Becher*, ſous le maſque d'une matiere viſcide, onctueuſe, attachée aux parois des crévaſſes du roc, & cela arrive lorsqu'elle ne rencontre point ſa matrice, ou la premiere terre ; nos Mineurs l'appellent alors, *die Berg-Guhr*, ou le ferment minéral. Il ajoute, que c'eſt par maniere d'évaporation, que cette matiere ſe détache & remplit quelquefois les filons d'une fumée epaiſſe, que les Mineurs nomment *die Schwaden*, d'où procede la ſource de la chaleur que nous ſentons partout dans les puits & filons profonds. Outre ces réceptacles de la ſeconde terre minérale, nôtre Auteur la trouve auſſi dans le Soufre minéral & dans le Salpétre ; il remarque encore une grande analogie entre ce ſecond principe métallique & les matieres graſſes, onctueuſes, & huileuſes, des animaux & des végétaux.

Le troiſième & dernier principe métallique de *Becher*, eſt la terre fluidifiante, ou mercurielle, la plus eſſentielle qui entre dans la compoſition des métaux, leur accordant la forme métallique : car, comme les deux premiere terres entrent également dans la compoſition des pierres précieuſes, cette derniere, ajoûtée pendant la formation des mines, les convertit en métaux. Nôtre Auteur lui attribuë en particulier la malléabilité, ou l'extenſion ſous le marteau, en quoi il paroit ſe tromper, en quelque façon, comme nous le verrons après. Il lui accorde encore un grand degré de volatilité & de pénétrabilité, à cauſe qu'elle transforme, dit-il, les deux premieres terres dans la nature

ture métallique. Cent livres de certaine matiere, que nôtre Auteur ne nomme pas, lui ont fourni seulement quelque peu d'onces de cette terre mercurielle. Le Vif-argent en contenoit quelque portion, le reste de ce corps mobile est, selon lui, un métal rendu fluide par la pénétrabilité de cette terre. C'est pour cela qu'il tâche de nous persuader, que ce principe exalté dans sa plus grande pénétrabilité, n'étoit autre chose que le fameux *Alcahest* de *Paracelse* & de *Helmont*. On rencontre, ajoute-t-il encore, ce principe mercuriel masqué sous la forme d'une eau exhalante, ou d'une vapeur qui s'attache aux parois des filons, représentant alors des filamens fort deliés, comme l'efflorescence du Salpétre natif sur le murailles, & reluisans d'un éclat de Perles. Mais on n'a pas besoin, avertit nôtre Auteur, de le chercher si loin, puisque toute la vaste etenduë de l'Ocean en est remplie; & c'est ce qui constituë la terre de laquelle le Sel marin prend son existence.

Tel est à peu de chose près le précis de la théorie de *Becher* sur la génération des métaux, qu'il a tâché de prouver aussi par l'expérience. Il en fournit plusieurs essais dans ses Ecrits; il y declare entr'autres choses, qu'en mêlant les trois terres en question, qu'il avoit tirées du Sel alcali, du Nitre, ou du Souffre & du Sel marin, & les ayant artistement traitées dans le feu, il en avoit tiré une véritable métalléïté, c'est à dire, un vray corps métallique. Il faut se souvenir à cette occasion, que notre Auteur a avancé dans sa théorie susdite, que la premiere terre métallique se trouvoit également dans le Sel alcali, la seconde dans le Souffre & dans le Nitre, & la troisième dans le Sel marin. Il a trouvé aussi, que l'acide ou l'huile de Vitriol contenoit la terre vitrifiante, l'esprit de Nitre, la terre phlogistique ou sulfureuse, & l'esprit de Sel la terre mercurielle. D'ailleurs sa grande découverte de produire un véritable fer du limon ou de la terre grasse jaunâtre, moyennant l'huile de lin, confirme plusieurs autres de ses expériences.

Il

Il s'agit à cette heure d'examiner attentivement la théorie de *Becher*, pour voir si elle est suffisante & démonstrative par rapport à la production naturelle des métaux dans les mines. Pour être assuré de cecy, il ne faut pas se rebuter de descendre sous terre, d'examiner de près, jusqu'aux moindres circonstances, cet attelier sombre entre des rocs escarpés, où la Nature travaille la mine ; assurés que cette mère bienfaisante ne nous refusera pas entièrement la contemplation de ses opérations mystèrieuses. La premere chose qui mérite nôtre attention en descendant par le puits est cette crévasse, ou fente dans le roc, par laquelle le filon s'étend, & dont j'ai déjà donné la description. Je suppose ici un filon parfait, qui remplit la crévasse du roc, laquelle pousse sa direction vers la perpendiculaire de la terre. On y remarque d'abord les envelopes du filon, que le toit & le pavé du Roc, (*das Tach oder das hangende und das Sohlband des Ganges,*) soutiennent. C'est dans un filon riche qu'on découvre à l'ordinaire une espece de pierre blanchâtre reluisante, fusible, appellée *le Quartz* par nos Mineurs, qui est soutenuë du côté du roc d'une espece de limon mollasse, que les Mineurs nomment *Besteig*, qui sert de matrice au *Quartz*, comme celui-ci fournit la matrice au filon. Le *Spath* qu'on y rencontre souvent, est plus pesant, & plus mou, mais plus difficile a fondre, & par consequent plus nuisible aux filons, que *le Quartz*, & son intérieur placé par couches ressemble presqu'au *Talc*. Ensuite on y remarque partout une humidité qui suinte par les pores du rocher, surtout entre le toit & le pavé, à droite & à gauche, où le rocher est entr'ouvert, & permet le voisinage à plusieurs autres sortes de terres sablonneuses, pierreuses, grasses, ou limonneuses, &c. fort nuisibles souvent à la formation des mines. A mesure que les Ouvriers exploitent, ou retirent la mine brisée du filon, & qu'ils avancent en profondeur, l'air qui les environne devient plus chaud, & un amas d'eau qu'ils rencontrent à certaine profondeur, & qu'ils tâchent alors d'élever par les pompes, & de faire écouler par les Galleries, (*Stollen,*) commence à évaporer par la chaleur, & fait sentir par l'odorat & par

la respiration plus ou moins embarrassée son origine sulfureuse & arsenicale ; surtout lorsque ces exhalaisons sont trop émuës par l'expansion élastique de l'air, & qu'elles ne trouvent pas une sortie suffisante par les puits, ou par la Gallerie trop éloignée quelquefois des endroits où l'on travaille. Les Mineurs qui les évitent soigneusement, les nomment (*die böse Wetter*) les tempêtes. Aussi est-il à remarquer icy, que les eaux qu'on rencontre dans les filons, ont une double origine ; une partie leur vient de dehors, & une autre partie qui est la plus abondante paroit remonter des entrailles de la terre. Nous verrons cy-après de quelle maniere ces eaux donnent l'existence à cette évaporation sulfureuse & arsenicale, laquelle, quoique dangereuse aux Mineurs, est absolument nécessaire à la formation des mines. Je n'ose pas toucher icy les differences accidentelles que les filons nous offrent ; comment, par exemple, il peut arriver que les filons se trouvent entrecoupés, quelquefois à certaines distances, qu'ils se croisent ou traversent, qu'ils se perdent souvent, & qu'ils se réünissent ensuite de nouveau ; quelle est l'origine de ces petits trous, ou fentes dans les rochers, remplis de la mine, quoique detachés des filons, que nos Mineurs appellent *Nester*, *Schneer-Klüffte*, &c. Tout cela me meneroit trop loin ; aussi n'ai-je pas d'autre but à présent, que de montrer la production des métaux dans un filon parfait, qui ne souffre pas ces défauts accidentels.

La chose la plus intéressante qui nous reste à bien examiner dans la suite de cette recherche, c'est le filon même que les Mineurs exploitent, & la mine qu'ils arrachent par le moyen de differens outils, pour être tirée hors des puits. On sçait qu'on ne rencontre pas icy des métaux tout purs, & tels que l'ouvrier les demande pour faire les differens ouvrages que la nécessité oeconomique, ou le luxe, requierent. On n'ignore pas non plus qu'il faut bien du travail encore pour les purifier, & pour les faire passer pour des métaux parfaits. C'est pour cette raison, que dans l'état où l'on les détache du filon, on les nomme *Mines*, c'est

 à di-

à dire, métaux minéralisés. Ainsi les differens filons nous fournissent des mines de fer, des mines de cuivre, des mines d'étain, de plomb, d'argent; & il arrive fort souvent, que deux ou trois métaux sont contenus dans la même mine, par exemple, le plomb, le cuivre & l'argent. J'en ai dans ma collection, où il y a de l'or, de l'argent, du fer, & du vif argent, étroitement unis dans la même masse minérale. Il y en a aussi, où les métaux sont mêlés avec les demi-métaux, par exemple, avec l'Antimoine, avec le Bismuth, ou avec le Zinc, &c. Mais comme ces mêlanges se rencontrent dans une même espece métallique, cela ne paroit pas si extraordinaire, que quand on voit une liaison étroite des métaux avec des corps heterogenes & étrangers, qui paroissent trop éloignés de la Nature métallique, comme avec le roc sauvage, ou avec tant de differentes sortes de pierres, de gravier, de sable, ou avec les terres grasses, comme l'argile, le limon, &c. ou même avec les charbons fossiles, dont il y en a dans ma collection qui montrent l'argent natif. Cependant tous ces corps ne doivent pas être regardés tout à fait comme étrangers ici, & comme des impuretés qui empêchent la génération des métaux; nous verrons au contraire dans la suite qu'ils sont pour la plûpart même nécessaires pour cette fin, & que la Nature s'en sert, comme de matrices, au défaut d'autres plus habiles à cette production minérale; ce que *Mr. Lehmann*, cet habile & savant Métallurgiste, a si bien montré dans son Traité Allemand, *des matrices métalliques*. Il n'y a pourtant que quelques uns de ces corps seulement, qui entrent comme parties essentielles dans les métaux; les autres s'y trouvent par hazard, & les molecules métalliques s'y attachent dans l'acte de leur génération.

Mais outre ces corps, en quelque maniere étrangers, dont je viens de parler, & que l'on trouve mêlés par-ci par-là avec les mines métalliques, il y en a encore deux qu'on y rencontre toujours, & qui méritent pour cela toute nôtre attention. Ce sont le Soufre & l'Arsenic; & on peut dire hardiment, qu'on ne trouve jamais un minéral

sous

sous terre, quel qu'il puisse être, qui ne montre dans l'essai métallurgique, ou chymique, l'alliage du Soufre ou de l'Arsenic, & le plus souvent de tous les deux à la fois. On les chasse ordinairement par le rôtissage, parce qu'ils empêchent la fusion des métaux & leur purification ultérieure. Mais, quoique les Mineurs regardent le Soufre & l'Arsenic comme leurs ennemis redoutables, les Physiciens au contraire les doivent regarder sous un autre point de vuë; ils doivent soupçonner, par cet attachement indispensable du Soufre & de l'Arsenic aux mines métalliques, qu'ils ont quelque chose d'essentiel & nécessaire à leur générarion; d'autant plus que la Nature, choisissant toujours le chemin de l'épargne, ne reçoit point de superflu dans ses productions. Cette circonstance bien pésée, nous doit mener à la considération ultérieure de ces deux corps. On sçait par les Expériences chymiques, & personne n'en doute plus, que le souffre minéral est un composé de l'acide vitriolique & d'une matiere inflammable quelconque; & cet acide tire son origine probablement de cet acide universel que nous rencontrons dans l'air de notre Atmosphere. La preuve en est, le changement du Sel alcali des végétaux en Sel moyen par l'attouchement simple de l'air pendant quelque tems, qui fait le même effet que si on avoit employé l'acide vitriolique à la production dudit Sel. J'ai recherché plus loin encore l'origine de cet acide universel; j'en ai trouvé des vestiges dans l'eau simple élémentaire la plus pure qu'on puisse préparer, par la distillation d'un alembic de verre au bain-Marie de l'eau de fontaine; laquelle j'ai versé aussi-tôt dans une phiole de verre, scellée comme il faut, & même hermétiquement; je l'ai exposée ensuite au Soleil pendant l'été, j'ai remarqué qu'elle se troubloit successivement, & montroit à la surface intérieure de la phiole & dans son fonds une moisissure mince, verdâtre, laquelle séparée soigneusement du reste de l'eau, & distillée par une cornuë de verre, dévelopoit les marques de l'acide universel en question, & aussi en même tems les vestiges d'une matiere inflammable sous la forme d'une huile rougeâtre. Mais, comme il ne pouvoit rien entrer, ni se mêler

 avec

avec l'eau si étroitement enfermée dans la phiole, que les rayons du Soleil qui la traverserent pendant son exposition auxdits rayons, je ne me tromperai pas beaucoup, si j'en tire cette conséquence; que le Soleil est le principal moteur de ce changement dans l'eau, & qu'il pourra pareillement opérer la même chose dans cette eau dissoute, étenduë, & suspenduë en nuages dans notre vaste Atmosphere, pour la génération de l'acide dont il s'agit ici. Je n'ose pousser plus loin mes recherches sur la nature de cette production cachée, sachant que les rayons lumineux solaires, en traversant nos Alembics & vaisseaux de verre, n'attendent, ni ne permettent pas une analyse chymique. Cependant je ne dois pas omettre ici une Expérience, qui me paroit confirmer davantage, que cet acide universel de notre Atmosphere ne differe en rien de l'acide minéral, communément appellé vitriolique, puisque par le moyen du premier on peut produire un véritable Soufre minéral, sans aucun corps, ou ingrédient d'origine minérale, ou fossile. On prend pour cet effet ce Sel moyen que l'attouchement de l'air a produit dans un alcali pur, tiré des cendres végétales, après l'avoir séparé du reste de l'alcali, & purifié par la crystallisation; on le met en poudre très fine, & on y ajoute une quinzième partie, ou environ, de poudre de charbons de bois. Après un mêlange exact, on fait passer cette composition par reprise dans un creuset rougi au feu, & lorsque tout est fondu dans le degré de feu qu'il faut, on en obtient une masse saline, d'un rouge foncé, laquelle étant pulvérisée pendant qu'elle est encore chaude, on la dissout dans une quantité suffisante d'eau commune; & lorsqu'on verse dans cette solution un peu de vinaigre par reprise, on précipite au fond du vaisseau qui la contient, une poudre blanchâtre, laquelle étant séparée & séchée, nous montre un veritable Soufre, analogue & semblable à celui qu'on tire des mines. Dans cette production, l'acide universel qui avoit converti auparavant l'alcali en sel moyen, quitte dans cette nouvelle opération son sel dans le feu, s'attache à la matiere phlogistique du charbon, & s'unit avec elle sous la forme d'un véritable Soufre minéral;

néral ; tout comme nous voyons, que l'acide du Vitriol s'unit avec les matieres grasses & inflammables pour la production d'un Soufre minéral ordinaire. Outre l'origine du Soufre minéral, cette digression nous apprend la source de cet acide universel, & de la matiere inflammable en général, leur liaison avec l'eau, comme le vehicule qui les fait entrer dans les végétaux, & de ceux-ci dans les animaux, comme aussi un retour par la corruption & par la combustion de ces matieres, dans l'Atmosphere ; & de là son cercle réïteré dans les trois régnes de la Nature. Nous verrons bientôt ce que ces matieres, séparées, ou combinées sous le nom de Soufre minéral, peuvent contribuer à la formation des Mines.

L'Arsenic, ce poison indomtable de tous ceux qui respirent, & qui à cause de cela semble être uniquement produit pour le régne minéral, est associé au Soufre dans ce travail. Son analyse est incomparablement plus difficile à trouver que celle du Soufre. Les Métallurgistes sont obligés, quoique malgré eux, d'apprendre à le connoitre, lorsqu'ils le chassent par le rôtissage, ou par la fonte des mines ; & la plûpart des Chymistes craignent d'en approcher seulement de loin dans le feu, à cause des ses exhalaisons vénimeuses qui ne permettent guères des antidotes. Mais tout dangereux que puisse être cet ennemi redoutable, les anciens Philosophes Chymistes ont soupçonné une perfection puissante dans le centre de son corps ; c'est pourquoi ils lui ont imposé son nom, qui vient de ἄρσην & νίκη, comme si on disoit *Victoire mâle*, ou *victorieux mâle* ; & je suis bien persuadé par l'Expérience qu'il ne dément point ce titre. Je ne prétends point toucher ici les Expériences que quelques Chymistes, tant anciens que modernes, ont quelquefois entreprises pour approfondir sa composition, lorsqu'il est chassé des mines par le feu, ou même lorsqu'on le trouve encore dans sa mine, principalement dans la *Pyrite* arsenicale blanche, nommée *Weisserkies*, ou *Mispickel*, où il est mêlé avec un peu de terre martiale, ou dans *l'orpiment* où il est associé à un peu de Soufre. Je dirai

seulement que les Expériences que j'ai entreprises sur l'Arsenic, sont uniquement faites dans le dessein de découvrir un peu mieux ce qu'il pourroit contribuër à la génération des métaux. Aussi étois-je frappé d'abord en réfléchissant d'un côté, que ce corps, par rapport à son poids spécifique, approchoit déjà de la nature métallique, vû qu'un peu de terre martiale, ou d'une terre alcaline mêlée d'un phlogistique, en produisent dans le feu un régule, ou un demi-métal. D'un autre côté, la solubilité de l'Arsenic dans l'eau me fit comprendre qu'il étoit un corps moyen, qui participoit de la nature métallique & de la saline en même tems. Pour cet effet, j'ai dissous une livre d'Arsenic crystallin dans 15 ou 16 livres d'eau distillée, en les faisant bouillir ensemble dans un pot de terre; il en restoit environ la quatorzième partie qui étoit terrestre, phlogistique, indissoluble; & qui poussée par le feu montroit dans le col de la cornuë une poussiere noirâtre sans liaison, comme la suye de cheminée. La solution filtrée chaudement, à mesure qu'elle se réfroidit, détacha à la surface intérieure du vaisseau de tous côtés de beaux crystaux transparens un peu jaunâtres, quadrangulaires, à peu près comme ceux du Sel marin. Par l'évaporation successive du reste de la solution arsenicale, je gagnay aussi le reste des crystaux; ils montrerent un phenomene assez particulier, car en les détachant du vaisseau avec un couteau, ils jetterent nombre d'étincelles, même dans une obscurité fort médiocre, & prouverent par là une phosphorescence très curieuse, qui marque la présence du principe phlogistique dans le composé de l'Arsenic. La purification susdite de ce minéral, & sa crystallisation, me mena encore à la recherche de quelques autres expériences assez intéressantes; par exemple, j'ai mis une partie de ces crystaux, séchés dans une petite cornuë de verre, laquelle étant placée dans un fourneau de sable, je poussai le feu par degré jusqu'à ce que le fonds de la cornuë étoit tout rouge; l'opération finie, je trouvai la plus grande partie de l'Arsenic montée dans le col de ce vaisseau, fort unie & transparente, tirant sur le jaune rougeâtre, mais au dessous il restoit une matiere vitrifiée, sous la forme d'une lame

blan-

blanche, reluisante & mince, d'un très beau verre transparent, qui ne souffre aucune altération par l'attouchement de l'air dans la suite. Pour peu qu'on fasse réfléxion sur ce phénomene, on est convaincu de la présence de la premiere terre vitrifiante métallique dans l'Arsenic. Une autre portion de cette crystallisation arsenicale, fut mêlée avec la moitié de Vif-argent par une trituration convenable ; la sublimation du mêlange étant faite dans une cornuë de verre, comme auparavant, je trouvai que la plus grande partie du Mercure étoit montée & unie avec l'Arsenic, je mêlai derechef ce sublimé avec le reste du Vif-argent, qui s'étoit retiré dans l'extrémité supérieure du col de la cornuë, & dans le récipient; & la sublimation répétée de cette façon, me fournit un véritable sublimé corrosif, comme celui qu'on prépare avec l'acide du sel marin, excepté que sa couleur tire sur le jaune rougeâtre, causée apparemment par la portion phlogistique de l'arsenic prouvée par les Expériences précédentes. Un peu de réfléxion sur cette derniere Expérience nous convaincra que la propriété saline de ce minéral approche de celle du sel marin, puisque l'acide de ce sel est le seul qui éleve le Vif-argent dans la sublimation, & s'unit avec lui dans un sublimé corrosif. Les autres acides, comme celui du Vitriol, ou du Soufre, & celui du Nitre, n'en font qu'un précipité, qui s'arrête au fond du vaisseau, même dans un grand feu, & lorsque l'extrême degré de cet élément destructeur le force trop, il quitte ses liens acides, & s'élance seul avec bruit dans l'Atmosphere.

Pour ramener à mon but tous ces raisonnemens fondés sur l'expérience, il faut que je montre maintenant l'ordre & la précision dont la Nature se sert pour perfectionner les mines métalliques. J'ai déjà dit que tous les métaux, à l'exception de quelque peu d'argent & de cuivre natifs, que nous tirons des filons, sont minéralisés, ou qu'ils sont des mines, desquelles nous séparons les métaux par cet artifice que nous apprend la Chymie métallurgique. Le rôtissage & la fonte sont les principaux agens de cette séparation; la premiere sépare le Sou-

fre

fre & l'Arsenic, la seconde rejette la matiere terrestre surabondante sous la forme de crasse, ou *Scorie* vitrifiée ; de sorte que l'art nous montre en raccourci, dans cette séparation, les trois matieres principales qui servent de matrices & d'ingrédiens à former & à nourrir l'embryon métallique. Il faut voir à cette heure dans quel ordre la Nature avance cette formation & cet accroissement. Nous savons par l'expérience, que les métaux perdent leur forme métallique dans certain degré de feu proportionné à chaque métal ; il se fait alors une séparation, avec perte de quelques parties essentielles & nécessaires à la substance métallique, savoir la fusion & l'extension sous le marteau ; car il ne reste qu'une matiere terrestre pesante, discontinuë, ou une poussiere sans liaison, connuë sous le nom de chaux métallique. Cette destruction de la forme métallique qui arrive aux quatre métaux imparfaits, nous apprend que la base des métaux est une matiere terrestre, ou une terre. Mais comme il y a differentes sortes de terres, selon le different changement qu'elles montrent dans l'analyse du feu, comme les terres calcaires, gypseuses, vitrifiantes, &c. la chaux métallique, qui dans certain degré de feu se vitrifie, nous apprend, que la terre métallique est du nombre des terres vitrifiantes. Etant donc convaincu qu'une terre vitrifiante constituë la base des corps métalliques, l'ordre de ma démonstration demanderoit, je l'avouë, de remonter jusqu'à l'origine de l'existence des terres & des pierres en général ; mais comme cette recherche me meneroit trop loin, & bien au delà des bornes d'une Dissertation, & que d'ailleurs tant d'habiles Physiciens nous en ont fourni leurs expériences démonstratives, je me contenterai d'ajouter seulement, que la terre vitrifiante métallique tire vraisemblablement son origine de la même façon que les autres terres & substances pierreuses en général ; mais comme cette opération de la Nature demande à l'ordinaire bien des années, & qu'il manque aux Physiciens Chymistes le tems & la patience d'étendre, à l'imitation de la Nature, leurs opérations si loin, la démonstration par conséquent de la production des terres & des pierres artificielles est très rare, témoin

Glau-

Glauber & *Henckel*, qui ont produit de beaux cryſtaux avec des cailloux & de l'urine, après bien du tems & de la patience. Nonobſtant cela, il me ſemble qu'il n'y a que deux voyes par lesquelles cette production ſe puiſſe faire, ou par la converſion de certaines molecules d'eau en matieres terreſtres, ce que j'ai montré dans un Mémoire précédent (*), & qui arrive auſſi à l'eau la plus pure, lorsqu'elle dépoſe après quelque tems une matiere bourbeuſe, ou un limon; ou bien par la voye de ſolution, moyennant une petite quantité imperceptible d'un diſſolvant acide, communiqué à l'eau par l'Atmosphere, ou par les ſources de la Mer, & qui ſe trainant enſuite avec ſon vehicule par differentes couches de la terre, en diſſout quelques molecules, lesquelles ſont abandonnées bientôt, lorsque ce diſſolvant ſe trouve émouſſé; elles ſe retirent alors au fond de l'eau, ou s'attachent aux corps voiſins, ſur lesquels elles coulent, & y conſtituënt un limon, principe de la plûpart des pierres & des pétrifications. *Et qui eſt-ce qui empêche que ces voyes ne puiſſent avoir toutes deux lieu dans cette production de la terre?* Au reſte je ſuis ſûr que cette terre vitrifiante métallique eſt la plus pure, la plus ſimple, & la plus homogene parmi les autres especes, puisque non ſeulement la Nature s'en ſert à la production métallique ſi noble; mais elle l'employe auſſi à la génération des pierres précieuſes, comme nous verrons ci-après. La raiſon pourquoi je lui attribuë cette prérogative préférablement aux autres terres, c'eſt que la ſimplicité & la petiteſſe inconcevable de ſes molecules purifiées & préparées aux plus haut degré, devient propre à être portée par les exhalaiſons minérales, dans l'air avec les deux autres principes, ou terres métalliques; circonſtance très néceſſaire à l'acte de la génération des mines: ce que j'expoſerai bientot.

Nous voyons par ce que je viens d'avancer, que les métaux & les pierres précieuſes tirent leur exiſtence d'un même principe, qui eſt cette premiere terre, ou terre vitrifiante de *Becher*. Mais comme

(*) Voyez le Tome VI. des *Mémoires de l'Académie*, pag. 65 & ſuiv.

me les métaux se distinguent des pierres en général par deux autres propriétés remarquables, il faut que les premiers reçoivent encore quelques autres principes dans leur composition, qui fournissent ces propriétés, qui sont l'extension sous le marteau, & le poids spécifique qui surpasse celui des pierres du double, du triple, & même davantage. La premiere de ces propriétés leur vient d'une terre, ou matiere onctueuse, sulphureuse, minérale, pendant leur formation; ou bien d'une matiere onctueuse séche, qui reste en partie sous la forme de charbon, ou de suye, après la déflagration des choses résineuses, huileuses, & grasses, des végétaux & des animaux, dans la réduction des chaux, ou verres métalliques. On connoit cette propriété sous le nom de la seconde terre, ou du principe inflammable & phlogistique, mais qui s'échape dans l'air & abandonne le corps métallique, lorsqu'on entretient trop longtems un degré de feu disproportioné à sa perfection : ce qui s'entend des quatre métaux imparfaits, car les parfaits, comme l'or & l'argent, par l'union complete de leur trois principes dans le degré le plus parfait, maintiennent ce principe phlogistique dans le plus grand feu, sous le nom de Soufre fixe métallique, pour le distinguer du premier, qui est ce souffre combustible que le feu chasse des quatre métaux imparfaits, & qui les abandonne sous la forme d'une terre ou poussiere pesante, méconnoissable pour ce qu'elle a été, quoique ce défaut se redresse aussi-tôt qu'on rend ce principe inflammable à cette chaux métallique dans le feu, où il rentre de nouveau dans ses pores, restituë la forme métallique, avec l'éclat, la fusion, & la malleabilité; chose d'autant plus frappante, qu'il est indifferent de quel régne de la Nature nous prenions ce principe inflammable pour ressusciter la cendre métallique. Ce principe donc montre l'harmonie de trois, régnes de la Nature, ce qui est aisé à comprendre pour peu qu'on fasse réfléxion sur son origine, qui se dévelope des Météores de nôtre Atmosphere sous la direction formatrice du Soleil, (ce que j'ai montré auparavant,) & qui se communique ensuite à nôtre Globe, pour entrer comme principes essentiels, quoique diverse-

ment

ment modifiés, dans tous les corps au dessus & au dessous de la terre. Ces mêmes réfléxions nous apprennent aussi, que ce principe inflammable est le lien & la colle universelle, qui nous représentent tous les corps en général, tels qu'ils sont; & dès que cette disposition à l'inflammabilité est mise en action, par le mouvement qu'il faut, l'ignition & le feu actuel existe alors, qui dissout cette colle, ou ce lien des corps, & dissipe ce principe inflammable dans l'air vers son origine, d'où il peut retourner & rentrer dans d'autres compositions corporelles. De sorte que tous les corps, auxquels cette action arrive, soit végétaux, animaux, minéraux, ou fossiles, jusques aux pierres les plus compactes, tombent également en poussiere, & en cendres, & ne montrent presqu'aucun vestige de ce qu'ils ont eté. *Becher* a eté le premier, qui a dévelopé & rangé ce principe, comme composant les métaux sous le nom de seconde terre ; mais il s'en faut beaucoup qu'il ait connu toute son etenduë, ce que feu M. *Stahl* a mieux exécuté par nombre d'Expériences dans plusieurs de ses Ecrits. Ce même principe phlogistique nous confirme encore l'arrangement inaltérable des molecules métalliques dans le feu, puisque les métaux sont les seuls, qui réduits en cendres, permettent à l'art une restitution entiere, ou une résurrection sous la même forme métallique qu'ils avoient avant la combustion, au lieu que tous les autres corps brûlés & calcinés sont détruits sans retour, & éloignés à jamais de toute restitution artificielle.

La seconde de ces propriétés métalliques, qui est la plus essentielle, est ce principe déterminatif, & la seule cause efficiente, qui transforme les deux autres principes dans la nature d'un métal. Cette propriété existe par le troisième principe de *Becher*, qui est sa terre *fluidifiante*, ou mercurielle ; elle tire son origine, selon lui, de la terre du Sel commun, ou marin ; il ajoute, que le sel marin est un mélange de l'eau, de la terre mercurielle, & de l'arsenicale ; le Vif-argent, dit-il, est un métal rendu fluide par cette terre saline fluidifiante, ou plûtot un arsenic fluide ; & l'Arsenic est composé d'une terre sulfureu-

le que l'on trouve dans le sel commun, mêlée avec quelque portion métallique, &c. Il seroit à souhaiter, que ces raisonnemens, tirés d'une spéculation assez fatiguante, fussent prouvés par des Expériences solides & convaincantes. J'avouë qu'il est très difficile de déterminer au plus juste l'origine du principe mercuriel : on ne peut pas nier sa présence dans les métaux, d'autant plus qu'il spécifie leur existence, & leur accorde le poids spécifique, par lequel ils se distinguent si considérablement de tous les fossiles qui ne sont pas métaux.

Nous voyons encore, que cette terre se joint inséparablement à la premiere terre vitrifiante, de sorte que le feu le plus violent n'est guères capables de les séparer l'un de l'autre. C'est pour cela que leur union inséparable, même jusqu'à la vitrification, garde toujours cette disposition de reçevoir de nouveau le principe inflammable, que la force du feu avoit chassé dans la calcination; ce que ce principe ne peut pas effectuer dans les autres fossiles calcinés, faute du principe mercuriel qui leur manque. Et cette union si étroite entre la terre vitrifiante & mercurielle, empêche aussi l'analyse exacte de cette derniere, quoique la combinaison intime de l'acide concentré du Sel commun avec les fleurs d'Antimoine, ou du Zinc, me l'ayent montré separé & presqu'à découvert. D'ailleurs j'espère pouvoir éclaircir davantage ces difficultés par les Expériences ci-dessus alleguées, & par les phénomenes qui se montrent dans les crévasses, lorsque les filons continuent encore à se former. Cette considération mérite, je crois, l'attention la plus exacte, & la spéculation la plus profonde de tous les Physiciens qui s'occupent à pénétrer la formation des corps.

Nous avons considéré plus haut l'endroit ou la Nature travaille les mines métalliques, savoir ces crévasses de Rochers, entre lesquelles les filons se forment; j'ai remarqué alors, que la direction de ces crévasses, quand elles sont fertiles, approche toujours la perpendiculaire de la terre. Il faut ajouter ici, qu'on ne sçauroit déterminer leur origine dans la profondeur de notre Globe; on en a en Allemagne,

ne, où on descend déjà au delà de 600 *Lachter*, ou perches. Plus on approche de l'origine de ces crévasses, plus elles s'élargissent, à l'imitation du tronc d'un gros arbre, qui dévelope nombre de branches de tout côté; ainsi ces crévasses, à mesure qu'elles s'étendent vers la surface de la terre, diminuënt en diametre, de sorte qu'on découvre quelquefois leur creux si mince entre le roc, qu'on les négligeroit absolument, si elles n'étoient pas farcies de la mine. La sagesse inconcevable du Tout-Puissant a sans doute ordonné cela dés la formation de notre Globe, vû que le genre humain, dans sa multiplication successive, ne sçauroit subsister sans l'usage même du plus vil des métaux, du fer; c'est pour cela que je ne peux pas m'imaginer qu'il faille que nous ayons recours ici au Déluge, dont le prétendu fracas & renversement des rochers ait laissé par hazard ces creux dans les rocs sauvages, comme quelques uns le soutiennent. Il s'agit donc de prouver, que sans ces crévasses des rochers la génération des métaux auroit été très difficile, pour ne pas dire impossible. Je ne suis pas pour cela étonné que l'Ecriture, lorsqu'elle détaille la production de toutes choses, ne parle point de la création des métaux, qui ne pouvoient pas encore exister, quoiqu'on ne puisse pas douter que la divine sagesse, n'eut accordé & placé même la disposition & le germe métallique dès la création, aux eaux élémentaires, & surtout à celles de l'abyme; qui par la chaleur qui cause un mouvement intestin fermentatif, étoient ensuite capables de pousser ces exhalaisons vaporeuses tout le long des crévasses pour commencer la production minérale, que nous montrerons à cette heure avec toutes ses circonstances.

La production des filons par cette évaporation dont je parle, est prouvée sans contredit par l'attachement successif de la mine, surtout de celle qu'on nomme la pyriteuse, *der Kies*, sur le Quartz crystallisé, *Drusen*, qui tapisse souvent le toit du filon, *das hangende des Ganges*. Ces crystaux suspendus librement, ne touchent aucun corps voisin, & leur extrême solidité ne permet pas qu'il s'échape quelque chose au

travers de leurs pores. De plus, l'incruſtation de la mine ſe fait ſeulement ſur les facettes de ces cryſtaux du côté où le filon deſcend, *wo der Gang in die Teuffe ſetzt*, & où les vapeurs minérales s'élevent, pendant que les autres facettes à l'oppoſite, ne ſouffrent point ladite incruſtation. Auſſi arrive-t-il pareille choſe au *Stalactite*, où on a vû attachée quelquefois la mine reluiſante de plomb, *Bley-Glantz*. D'ailleurs les morceaux d'un roc ſauvage détachés par hazard, & même quelques inſtrumens des Mineurs, perdus dans les filons abandonnés, & qu'on a retrouvés après, incruſtés de la mine, prouvent aſſez ce que je viens d'avancer. La matiere, ou les molecules qui ſe trouvent envelopées dans ces vapeurs, qui opére l'incruſtation en queſtion, ne ſont autre choſe que la mine métallique elle-même renduë corporelle ſucceſſivement. Le rôtiſſage & la fuſion nous montrent le métal qu'elle contient, comme auſſi la portion du Soufre & de l'Arſenic, dont les métaux ſont toujours environnés, excepté le peu d'argent & de cuivre natifs qu'on rencontre quelquefois dans de petits creux des filons détachés. Comme ces deux corps, le Soufre & l'Arſenic, ſont des compagnons perpétuels de tout métal minéraliſé, & que tous deux, ſurtout l'Arſenic, tiennent déjà de la nature métallique, & qu'il ne leur manque qu'une fixation ultérieure, on ne ſe trompera guères de ſoutenir, qu'ils fourniſſent les principaux matériaux à la formation des métaux. Examinons à cette heure, ſi les véritables principes métalliques ſe trouvent dans ces deux corps. J'ai prouvé déjà auparavant par des Expériences inconteſtables, que le Soufre minéral tire ſon origine de l'acide univerſel & d'une matiere graſſe onctueuſe, d'un régne quelconque de la Nature. Les Chymiſtes connoiſſent cet acide ſous le nom de l'acide vitriolique, à cauſe que le Vitriol leur en fournit le plus pour leur uſage. Cet acide a la propriété d'attirer & de s'unir avec les matieres inflammables, qui fourniſſent la ſeconde terre métallique. L'Arſenic tire ſon origine de l'acide du Sel marin, ce qui ſe prouve par le vif-argent, lequel j'ai converti dans le feu en ſublimé corroſif, propriété que le Sel marin poſſede tout ſeul à l'exclusion

clusion de tout autre acide, quel qu'il soit. Cet acide agissant dans les matieres terrestres alcalines convenables, constituë le principe métallique le plus essentiel, ou la terre mercurielle; & comme l'acide universel, ou vitriolique, tire principalement son existence de l'air, ou de l'Atmosphère au dessus de la terre, dans laquelle il s'enfonce par les Meteores, celui-ci prend sa source & s'éleve des entrailles de notre Globe pour s'aller joindre avec le premier. La nature & les propriétés de l'acide du Sel marin prouvent assez qu'il tire sa source de l'Océan, & sans avoir besoin de s'imaginer pour cela le centre en forme de voûte de *Becher* au milieu de nôtre globe, les creux des rochers à profondeur indéterminable peuvent fort aisément, à l'exemple des Salines, y avoir communication. Supposons donc, ce qui ne peut pas manquer d'arriver, que dans cet amas d'eau, qui s'arrête au bout des crévasses entre le roc, l'acide vitriolique se joigne peu à peu à l'autre acide du Sel marin, contenu déjà dans cette eau, elle deviendra avec le tems plus bourbeuse, les acides imprégnés des matieres grasses, ouctueuses, & bitumineuses, qu'elles ont reçû en chemin faisant, l'un de l'Atmosphere & de la couche fertile de la terre, l'autre du fonds de la Mer, ne manqueront pas d'exciter successivement un mouvement intestin dans ce mêlange bourbeux ou chaotique; & supposons que la chaleur que nous rencontrons dans les filons, soit un effet de ce mouvement, ou qu'elle soit communiquée du centre de la terre, comme quelques Philosophes le prétendent, cette chaleur aidera toujours & procurera la continuation de ce mouvement intrinséque de differentes matieres comprises dans ce fluïde bourbeux, dont l'effet sera, (à l'imitation des matieres fermantantes des végétaux,) un broyement, une subtilisation, & une exaltation de ces molecules infiniment divisées & réünies de nouveau sous d'autres formes, mais differentes de celles qu'elles étoient auparavant; leur extrême petitesse, jointe à ce mouvement que la chaleur dans ces lieux entretient, leur procure la legereté & l'adresse de s'élever en vapeurs, & d'être poussées le long des crévasses du roc, où ces exhalaisons s'épaississent successivement, & se condensent,

denſent, y ayant rencontré une matiere terreſtre, mollaſſe, blanchâtre, quartzeuſe, ſéparée au commencement d'un limon appellé ici *Beſtieg;* elle enduit & tapiſſe enſuite les crévaſſes, & ſert, en quelque façon, de matrice à ces exhalaiſons minérales, auxquelles elle ſe mêle quelquefois auſſi, & leur fournit la baſe, ou la terre vitrifiante, pour achever le germe, ou l'embryon métallique. Ainſi ces exhalaiſons, qui renferment les vrais principes métalliques, ſelon la théorie que je viens d'expoſer, ayant continué par de longues ſuites d'années de s'attacher aux toits & aux pavés des crévaſſes, forment ſucceſſivement les filons, & rempliſſent tout le creux du rocher. Voilà la ſource la plus ordinaire des mines, & le chemin le plus naturel pour cette production. Mais il arrive auſſi, que ces vapeurs, ou exhalaiſons minérales, rencontrent au lieu de la terre mollaſſe quartzeuſe, un roc ſauvage, des pierres extremement dures, comme le marbre, la pierre à fuſil, (*Hornſtein,*) le *Spath*, &c. dont les ſurfaces refuſent l'entrée & l'attachement à ces molecules en forme de vapeurs; elles rebondiſſent, & étant ainſi détournées par des corps étrangers à la nature métallique, elles s'enfoncent dans quelques eaux qu'elles rencontrent à l'ordinaire, ou amaſſées dans les creux du roc ſauvage même, où à côté, proche des ouvertures latérales des crévaſſes. Ces ſortes d'eaux, imprégnées de cette façon, deviennent bourbeuſes, s'épaiſſiſſent avec le tems, ſe deſſéchent à la fin par couches, & ſe préſentent alors, lorſqu'on les découvre, ſous la forme d'Ardoiſe, ſurchargée d'une riche mine de cuivre, mêlée d'argent, comme celle qu'on tire de nos mines de *Mansfeld*, d'*Ilmenau*, &c. où les empraintes des feuillages, des herbes, des poiſſons, &c. dans l'Ardoiſe prouvent ſon origine fluide & limoneuſe.

Pourſuivons maintenant ces deux fideles compagnons des métaux dans leurs mines, le Soufre & l'Arſenic. Nous avons trouvé leur ſource dans l'acide univerſel, nommé ici vitriolique, & dans celui du Sel marin; nous avons vû leur union en forme de vapeurs, cauſées par un mouvement fermentatif, lorſqu'ils étoient encore enfoncés

foncés dans l'eau ; nous avons considéré la propriété inflammable dans l'un, & la mercurielle dans l'autre ; nous nous sommes apperçus, de quelle maniere ils se joignent avec la terre vitrifiante ; il nous reste enfin de découvrir le progrès successif qui les détermine à la nature métallique. La mine la plus simple, où nous trouvons le Soufre & l'Arsenic quasi à decouvert, est sans contredit *la Pyrite*, (*der Kies.*) Il n'y a guères de filons, où il ne se fasse remarquer ; il y a le jaune & le blanc, qui se distinguent le plus, & qui méritent entre autres notre attention. Le jaune ne montre autre chose, quand on l'examine par le feu, que le Soufre commun, & une terre martiale ; de là vient que, quand la matiere inflammable du Soufre quitte son acide dans le feu, celui-ci dissout la terre martiale, & la convertit en Vitriol, comme cela se pratique par le rôtissage en Angleterre, en Allemagne à *Goslar*, & en plusieurs endroits dans le pays de Hesse. Cette dissolution se fait par le simple attouchement de l'air, quelquefois sans feu. Au lieu du Soufre commun que le *pyrite jaune* fournit, le *blanc*, qui se nomme aussi *Mispickel*, nous offre l'Arsenic avec une terre martiale pour base, comme le précedent. Il y en a qui fournissent le Soufre & l'Arsenic ensemble, mêlange qui produit le *Réalgar*, & l'*Orpiment*, qui imite un Cinnabre natif, composé de la terre mercurielle de l'Arsenic, & du Soufre minéral. Outre la terre martiale, ou le fer, qui entre toujours pour base dans la composition pyriteuse, on y rencontre souvent quelques autres métaux, comme le cuivre, l'argent, & l'or même, selon la recherche exacte qu'en a fait le premier des Métallurgistes modernes, feu Mr. *Henckel*, dans son excellent Livre, intitulé *Pyritologie*. Lorsque le Pyrite arsenical rencontre dans sa composition une terre étrangere sauvage quelconque, qui n'est pas de nature métallique, les differentes sortes de Cobalt y existent, entre lesquelles la fameuse espece, qui fournit ce beau verre bleu de Saxe paroit avoir reçû dans son mêlange, outre une teinture Vénérienne, quelque portion d'une terre sablonneuse vitrifiante, laquelle ne permet pas la séparation des atomes du cuivre dans le feu. Une union inséparable de

l'Arſenic avec quelques terres étrangeres nous offre auſſi quelques mines abſolument ſtériles, & que nos Mineurs appellent *Blende*, *Wolfram*, *Spath*, &c. dont le poids nous fait ſoupçonner qu'elles tiennent de la nature métallique. La terre mercurielle de l'Arſenic, étant digérée, & fixée davantage ſous terre, nous préſente un autre minéral approchant du Cobalt, par rapport à ſes fleurs & à certaine portion de l'Arſenic que le feu chaſſe de cette mine, & de laquelle il fait en même tems couler un demi-métal, connu ſous le nom de *Bismuth*, ou de *Marcaſſite*. Les deux autres demi-métaux, le *régule d'Antimoine*, & le *Zinc*, ne peuvent cacher non plus leur origine arſenicale, ce que leur ſublimation en fleurs montre aſſez clairement; mais par l'admiſſion d'une plus grande portion du principe phlogiſtique dans le Zinc, & de la terre vitrifiante dans le régule, ils changent auſſi en differente façon la nature arſenicale dans leur compoſition.

Ayant vû l'origine des minéraux & des demi-métaux, notre recherche nous mene à la conſideration des métaux entiers. Pour cette fin, il faut retourner à notre principe eſſentiel de toute métalleïté, qui eſt cette terre mercurielle, qui exiſte par l'union la plus parfaite & abſolument indiſſoluble de l'acide du Sel marin avec ſa propre terre, & auſſi avec certaine portion de la premiere terre vitrifiante, par le moyen d'une action fermentante, qui produit cette ſublimation naturelle en vapeurs, par laquelle les molecules ſont ſi étroitement unies les unes aux autres, qu'il y reſte auſſi peu d'interſtices qu'il eſt poſſible. De là vient non ſeulement l'inſéparabilité de ces deux terres, même dans le plus grand feu, mais principalement ce poids ſpécifique dont les métaux ſeuls ſont en poſſeſſion, & qui les diſtingue de tous les autres foſſiles, qui n'ont point ſouffert cette union inſéparable de la terre vitrifiante d'avec la mercurielle, & qui par conſéquent, ne ſont pas de la compoſition métallique; la *cornuification* des métaux, cauſée par le principe mercuriel, qui réſide dans l'acide du Sel marin, prouve ſurtout ce poids ſpécifique, car la portion la plus petite de cet acide, jointe à

la

la ſolution de l'argent dans l'eau forte, augmente le poids de ce métal presqu'au double, étant fondus enſemble. Par les Expériences alléguées, & par le raiſonnement qui s'enſuit, nous rencontrons déjà le premier degré de la métalléïté, ou production métallique dans l'Arſenic, la terre martiale qu'on trouve toujours aſſociée avec lui dès ſon exiſtence, le convertit dans le feu en régule, ou demi-métal. J'ai prouvé par les Expériences que j'en ai fait, & que j'ai raconté auparavant, qu'il poſſede les trois principes métalliques, & qu'une digeſtion ultérieure dans ſes matrices ou filons, peut ſucceſſivement introduire une perfection métallique dans ſes molecules. Auſſi ſa liaiſon perpétuelle avec la terre martiale mérite quelques réfléxions ſolides, & je ne me tromperai pas beaucoup, ſi je compte cette terre martiale pour le premier degré de la métalléïté; car je vois qu'il ſe montre dans cette terre une diſpoſition, ou une tendance à la nature métallique. Il n'y a guères de corps dans l'Univers dans lesquels on ne découvre des atomes de fer; il y a mille Expériences qui le confirment. Mr. *Margraff*, notre habile Académicien Chymiſte, les a trouvés dans toutes ſortes d'eau, & on les a nouvellement rencontrés dans le ſang des animaux, à *Göttingue*, & Mr. *Galeati* à *Breſcia* dans les cendres de pluſieurs animaux. Les Expériences de Mrs. *Geoffroy* & *Lemery* à ce ſujet ſont trop connuës pour que j'en parle icy. Du moins leur diſpoſition à devenir un métal, nous a été clairement prouvée par la fameuſe Expérience de *Becher*, par laquelle il a produit un véritable fer du limon jaunâtre par le moyen de l'huile de lin. La ſage Providence a placé ſa mine presqu'à découvert ſous le gazon, comme le métal le plus néceſſaire & le plus utile au genre humain. Auſſi ne demande-t-il pas tant de tems pour ſa perfection, comme les autres métaux; car la terre martiale, comme je l'entends ici, n'eſt pas encore un fer complet, puisque l'aiman ne l'attire pas, mais auſſi-tôt que le principe inflammable y eſt introduit, ſelon l'Expérience de *Becher*, le fer eſt formé, & l'aiman l'attire. Cette diſpoſition de la terre martiale à la nature métallique, paroit vraiſemblablement donner l'origi-

ne à la mine de cuivre ; la confusion fréquente des mines de fer & de cuivre, & la présence du fer dans la mine de cuivre, réputée pour la plus simple & la plus pure, semblent confirmer cela. La difference de la production differente d'un même principe pourroit consister en ceci, que la production du fer de la terre martiale ne demande qu'un simple phlogistique, ou inflammable, sans le secours de l'acide lié avec le *phlogiston*, comme dans le Soufre minéral, lequel par son abondance excessive, autour & dans les mines de cuivre mêmes, paroit achever cet oeuvre dans un tems proportioné. L'abondance de cette legère liaison de l'acide vitriolique avec le *phlogiston* dans la composition du cuivre, se prouve par certaine Expérience, par laquelle ce métal se fond à la chandelle, & brûle presque comme la cire d'Espagne. L'Expérience consiste dans l'augmentation du principe mercuriel dans ce métal, par l'acide concentré du Sel marin attaché au vif-argent, qui desunit un peu le principe inflammable du cuivre, & lui procure cette fusion facile & flammifique. A' la production des métaux blancs, surtout de l'argent & de l'étain, l'Arsenic paroit être encore le principal agent ; ce que nous confirment les mines de ces deux métaux, qui sont pour la plûpart surchargées de ce minéral. La mine rouge d'argent, (*roth gulden Erzt*,) comme la plus riche, en contient plus que la moitié ; & la mine blanche, comme aussi la fauve, (*weis gulden Erzt und Fahl-Erzt*,) n'en manquent pas non plus. Non seulement il y est attaché, il paroit même entrer dans la composition de ce métal précieux, & sert à le former, selon l'Expérience de feu Mr. *Henckel*, qui par la solution de l'Arsenic dans l'eau forte, absorbée dans la craye, & coupellée ensuite avec du plomb, a obtenu un petit bouton d'argent le plus pur. J'en ai produit un semblable par le mêlange & la digestion de l'Arsenic avec le Soufre minéral, le régule de l'antimoine & le sublimé corrosif, en certaine proportion.

L'étain, qui refuse le mêlange de tout autre métal dans sa mine, ne refuse pas l'entrée à l'Arsenic ; ce que nous prouve sa mine rabo-

tuese,

teuſe, nommée chez nous *Zingraupen*, *Zin-Zwitter*, de laquelle on en chaſſe quantité par le feu; & même de l'étain le plus pur on en peut ſéparer. La calcination de ce métal eſt fort facile, & dans la vitrification il montre quantité d'une terre étrangere calcaire, dont ſa terre vitrifiante eſt ſurchargée, & qui rend ſon verre blanchâtre & opaque. Cette terre calcaire entremêlée rend la liaiſon de la terre mercurielle avec la vitrifiante fort foible & ſuperficielle, & la terre phlogiſtique, ou ſulfureuſe, s'y trouve en petite quantité. On découvre facilement ces principes compoſans l'étain, & ſurtout la terre calcaire, par l'opération du miroir ardent, & par celle de la coupelle.

Quoique le feu ne chaſſe pas une portion ſenſible de l'Arſenic de la mine du plomb, il ne laiſſe pourtant pas d'être ſa principale production. La peſanteur du plomb montre ſuffiſamment que le principe mercuriel prédomine dans ſa compoſition, qui eſt auſſi la baſe de l'Arſenic, & que la volatilité de celui-ci a été arrêtée & invertie par le principe, ou par la terre vitrifiante, avec laquelle la terre arſenicale, ou mercurielle, entretient une liaiſon aſſez étroite dans ce métal, & ſe transforme avec elle très facilement dans un beau verre transparent, auſſitôt que le feu a chaſſé le peu du principe, ou de la terre inflammable, dont ce métal contient la plus petite quantité. Cette vitrification facile & complete, que le plomb ſubit préférablement à tout autre métal, lui procure auſſi cette faculté par laquelle il diſſout & détruit les principes-mal aſſociés des autres métaux & demi-métaux imparfaits, lorsqu'on les expoſe enſemble ſur la coupelle des cendres, dans le fourneau docimaſtique, où la force du feu, après avoir diſſipé le principe phlogiſtique du plomb, & des autres métaux imparfaits, qui s'y trouvent, convertit le plomb en verre extrêmement délié & pénétrable, qui a la force de diſſoudre les principes de ces métaux imparfaits, chaſſe une portion de la terre mercurielle dans la fumée, & ſe cache avec le reſte de la terre vitrifiante, la plus pure des métaux imparfaits, dans les pores de la coupelle, & rejette les terres étrangeres

de ces métaux, surtout celles du fer, sous la forme de scories sur le bord de la coupelle. Aussi de là vient que les deux métaux parfaits, l'or & l'argent, par l'union la plus intime de leurs principes, qui ne permettent point l'entrée au verre de plomb, restent purifiés sur la coupelle, & débarassés de tout mêlange des métaux imparfaits.

La présence de l'Arsenic, dans la mine grisâtre, ou fauve, du cuivre, *Fahl-Ertz*, & surtout dans le Pyrite de cuivre, *Kupfer-Kies*, prouve du moins, que le principe arsénical n'est pas étranger ou superflu dans la production du cuivre, quoique ce métal montre plus que tout autre son origine phlogistique, ou sulfureuse. L'abondance excessive du Soufre commun, que sa mine rejette, lorqu'elle est fonduë en matte, & après dans les differens rôtissages qu'elle exige avant que d'être fonduë en cuivre noir, puis en cuivre rosette, ou raffiné, me pourroit presque porter à croire, que le Soufre commun, en s'unissant avec une portion de la terre mercurielle, sert presque uniquement à la formation de ce métal. La terre vitrifiante n'entre presque pour rien dans sa composition, vû que le verre, que l'extrême degré du feu produit du cuivre, montre seulement une vitrification impure, heterogene, & opaque, d'un rouge foncé tirant sur le brun, ce qui marque sans doute qu'une terre étrangere, & limoneuse, est entrée dans sa production. D'ailleurs la couleur rougeâtre de ce métal paroit confirmer ce que je viens d'avancer de sa liaison étroite du Soufre avec la terre mercurielle, comme les principaux composans du cuivre, parce que la terre mercurielle unie avec le Soufre commun produit une couleur rougeâtre ; ce que nous voyons arriver dans la préparation du Cinnabre artificiel par la sublimation du Mercure avec le Soufre minéral, & de celui-ci avec l'Arsenic dans la production du *Réalgar* & de l'*Orpiment*, comme aussi de la pierre de *Pyrmeson*, &c.

Lorsque nous examinons les principes constituans du Fer, nous trouvons comme quelque chose de remarquable, qu'on ne rencontre point de Pyrites, & surtout de Pyrites arsenicales, qui ne montrent

pour

pour base une terre martiale ; ce qui me fait soupçonner avec beaucoup de raison, que la terre mercurielle, élevée sous la forme d'évaporation arsenicale, après avoir pénétré & outrepassé les crévasses, *die Klüffte*, s'introduit de tout côté dans la terre à l'entour, & y cause, surtout dans les terres grasses, limoneuses, &c. une imprégnation minérale, approchante de la nature métallique, mais qui n'est pas encore métal, parce que les molecules de cette terre, ou veine martiale imprégnée, ne contiennent pas encore un métal complet, elles ne sont pas attirées par l'aiman, & réfusent même cette attraction si essentielle à la nature du fer, quoique fonduës avec ces sortes de matieres salines qui ne participent point du principe phlogistique. Car, aussi-tôt que le feu introduit dans cette terre martiale fonduë le principe inflammable, elle se convertit en métal sous le nom d'un fer complet, que l'aiman ne refuse pas d'attirer. Aussi se montre-t-elle mêlée presque dans toutes les terres qui constituënt la base des végétaux & des animaux, desquelles l'aiman attire & sépare les molecules du fer, après que le feu y a introduit les matieres grasses phlogistiques, pendant la combustion & la calcination de ces corps. Mais comme le degré de feu, qui cause la vitrification de ce métal, ne montre que des scories impures, grisâtres, & mal liées ensemble, on voit suffisamment que le principe, ou la terre vitrifiante, simple & pure, lui manque également comme au cuivre ; il lui manque encore ce principe inflammable qui joint à l'acide universel, constituë le Soufre minéral dont le cuivre abonde, & qu'on est obligé de chasser par tant de rôtissages réïterés, au lieu que la mine de fer ne transpire point dans le feu cet acide étouffant, & que dans sa fusion & extension sous le marteau réïterées, on ne tâche pas tant de chasser le Soufre minéral superflu, que de le priver de la terre étrangere surabondante, qui la rend cassante & moins pliable sous le marteau, quoique cette terre, ou veine martiale, puisse participer en quelque maniere de l'acide universel, qui s'y peut enfoncer de l'Atmosphere, mais qui faute du phlogiston, n'y entre pas sous la forme du Soufre minéral. Ainsi le fer est un composé artificiel

tificiel de la terre martiale que la Nature a préparée, par l'imprégnation de la terre limoneuſe avec la mercurielle, ſous la forme d'évaporation arſenicale, à laquelle l'art ajoute par le feu le ſimple principe inflammable, tiré communément des charbons de bois, lorsque ceux-ci fondent la mine, ou terre martiale.

Il n'eſt pas queſtion ici, je crois, ſi le Vif-argent, ou le Mercure, tient de la nature arſenicale, puisque les plus grands Métallurgistes, comme *Becher*, *Stahl*, *Henckel*, &c. l'appellent un *Arſenic fluide.* Il eſt très probable, que le principe mercuriel le plus ſimple, avant ſa coagulation en terre arſenicale, diſſout dans la mine quelque portion d'un métal, qui eſt facile à diſſoudre, comme par exemple le plomb, par le moyen duquel ce principe dans ſon état fluide a gagné un corps métallique, qui, quoiqu'en petit volume, l'empêche pourtant d'humecter les ſurfaces des autres corps qu'il touche; mais ſous cette forme moyenne entre l'eau commune & le métal, il lui manque également la portion ſuffiſante de la premiere terre vitrifiante, auſſi bien que de la ſeconde phlogiſtique, pour conſtituer un métal complet; le peu de vapeurs que le plomb fondu chaſſe de ſa terre phlogiſtique pendant ſa calcination, ſi on le ſçait diriger de ſorte qu'elles touchent le Vif-argent, & s'y introduiſent, cette eau métallique gagne une eſpece de coagulation, mais comme ce principe a été fort inconſtant dans ſon premier corps, on ne peut pas prétendre qu'il ſoit plus ferme & ſtable dans le nouveau. D'ailleurs la petiteſſe & l'homogenéïté inaltérable des parties conſtituantes du Mercure, concevables uniquement par l'imagination, n'ont pas permis jusqu'ici la découverte d'un diſſolvant qui puiſſe deſunir ſes principes, & les montrer ſéparément.

Puisque l'or refuſe tout commerce avec l'Arſenic & le Soufre, on ne le trouve jamais minéraliſé dans les filons, mais tout dépuré déjà, (quoiqu' imperceptible à cauſe de la petiteſſe de ſes molecules,) dans quelques mines d'argent, de Cinnabre, &c. Quelquefois on le rencontre auſſi ſous la forme d'or natif en petits branchages, ou petites

tites paillettes extrèmement minces, entrelassées dans plusieurs sortes de pierres, ou bien en atomes fort menus, parmi le sable de quelques rivieres qui l'ont entrainé apparemment des montagnes voisines. Comme ce métal précieux est le seul corps, qui résiste entierement à toutes les attaques de la corruption, on l'a pris de tout tems pour le chef-d'œuvre de la Nature dans le régne minéral ; il faut donc, que ses principes soyent les plus simples & les plus purs, mais aussi tellement liés ensemble, que le tems, qui détruit tout, ni les dissolvans les plus puissans, connus jusqu'ici, ne les sauroient séparer. Le principe mercuriel le plus dépuré, joint à la portion du principe phlogistique la plus simple & la plus déliée, a si parfaitement rempli les pores du principe, ou de la terre vitrifiante, que les assauts du feu, quelques violens que la Chymie les puisse administrer, ne les sçauroit déjoindre. Si les Expériences, que feu Mr. *Homberg* (*) a entrepris, pour détruire l'or, restent dans leur valeur contre les exceptions de Mr. *Macquer*, (**) il n'y a que le feu solaire appliqué par le grand Miroir ardent de *Tschirnhausen*, qui soit capable de séparer ses parties constituantes. Quoiqu'il en soit, si *Homberg* n'a pas entierement effectué cette séparation, il paroit avoir confirmé en partie, par ladite Expérience la présence des trois terres qui composent les métaux en général ; car il a trouvé, (outre la fumée épaisse, qu'il a remarquée pendant cette application du feu solaire, par laquelle les principes mercuriel & phlogistique ont été dissipés dans l'air,) le vestige d'une terre vitrifiante séparée de l'or. L'argent, selon son rapport circonstancié, a subi le même sort, excepté que ses principes n'ont pas résisté si long tems que ceux de l'or ; ce qui prouve que la fixité des principes de ce dernier métal est plus parfaite que ceux de l'argent, & le poids spécifique de l'or montre sans exception, que la terre mercurielle, comme la plus pesante, est moindre dans l'argent, & par conséquent

(*) Voy. les Mémoires d' l'Académ. des Scienc. de l'An. 1702.

(**) Voy. la Chymie de Macquer. Part. I. c. 7.

quent, sa terre vitrifiante s'y trouve plus abondante que dans l'or. La phlogistique au contraire, qui couvre l'or d'un si beau jaune luisant, doit être en plus petite quantité dans la composition de l'argent, puisqu'elle est absorbée, & couverte entierement par la couleur blanche & reluisante de la terre mercurielle.

Ce que j'ai prouvé jusqu'ici, montre, ce me semble, assez clairement, que les métaux ne se produisent pas par une semence, ou par un germe individuel, propre à la production de chaque métal en particulier, comme nous le rencontrons dans les végétaux & les corps organisés des animaux. Tout ce qu'on peut déterminer dans cette differente production minérale, consiste dans la differente proportion des principes les plus simples & les plus dépurés qui constituënt l'or & l'argent, comme les deux métaux parfaits ; & dans les autres métaux la difference consiste, outre le mêlange distingué de ces principes généraux, dans une réception & assimilation de terres & matieres étrangeres, comme aussi dans une plus ou moins legère liaison de ces principes homogenes, ou heterogenes entre eux. Mais ce n'est pas le hazard aveugle qui a dirigé cette production minérale, laquelle, si cela étoit, pouvoit être beaucoup plus multipliée qu'elle ne l'est effectivement, puisqu'elle se borne seulement à six métaux & cinq demi-métaux dans tous les Païs connus de notre Globe. La divine Sagesse, qui regarde toujours les causes finales, a tellement pourvû, dès l'arrangement du Monde, aux besoins de ses Créatures, & surtout à ceux de l'homme, que rien n'y manquât du nécessaire, & que rien n'y fut superflu, & par conséquent inutile. Le nombre donc des corps métalliques est suffisant pour la nécessité oeconomique, aussi bien que pour la commodité du Commerce qui entretient la communication & le lien des differentes Nations, si utile & si nécessaire pour affermir le bien public.

EXAMEN

EXAMEN CHYMIQUE
DE LA NATURE DE SEL ACIDE VOLATIL DE L'AMBRE,

PAR M. POTT.

Traduit de Allemand.

La Chymie étant aussi cultivée qu'elle l'est depuis assez longtems, on auroit de la peine à se persuader que dans des *Sujets*, ou *Produits* chymiques, que l'on connoit, & sur lesquels on a beaucoup travaillé, il y ait encore bien des choses peu approfondies, que la nature de ces Corps ne soit rien moins que suffisamment découverte, & qu'il reste même là dessus une grande contrariété d'opinions, & un degré considérable d'incertitude. Tout au moins la chose paroitroit-elle tout à fait destituée de vraisemblance à l'egard de ces sujets, qui se présentent, pour ainsi dire, tout à découvert, & qui sont si aisés à dissoudre, tels, par exemple, que sont les Sels. Rien n'est pourtant plus vrai que l'existence actuelle de plusieurs semblables cas, comme le témoignent le Sel volatil du Borax, l'Acide du Phosphore, le Sel alcali naturel, la partie alcaline du Sel commun, & divers autres Sujets. Je rapporte dans la même Classe le Sel acide volatil de l'Ambre, qui a déjà été découvert depuis quelques Siecles par les Chymistes, que l'on prépare en abondance, & dont les Medecins font aussi usage; tandis que les Auteurs de Chymie sont fort peu d'accord entr'eux sur la nature & les propriétés de ce Sel, & qu'ils se contredisent même formellement les uns les autres à cet égard.

Autrefois il s'en trouvoit qui mettoient en question, si c'étoit un Sel urineux, ou acide. *Glaser*, *J. M. Hoffmann*, & même un Au-

teur tout à fait récent, en font un sel urineux, & avancent, quoiqu'à tort, qu'il entre en effervescence avec un Esprit de Sel, de Nitre, &c. A' présent qu'il est entierement décidé, que c'est manifestement un Sel acide, il s'en faut pourtant bien qu'on soit d'accord à quel acide principal il appartient. M. *Helwing* d'*Angerbourg* estime que c'est un acide salpétreux; mais c'est à quoi il y a le moins d'apparence, puisqu'il ne détone point avec les charbons. M. *Bourdelin*, & d'autres, le rangent avec l'acide du Sel commun, parce qu'on trouve l'Ambre dans les Mers dont la salure est manifeste, & qu'elles le poussent & le jettent dehors. *Sendelius* & *Neumann* en font un Acide vitriolique, parce qu'une partie de l'Ambre se trouve dans des veines de montagne qui lui sont propres, & que, lorsqu'on l'en tire en creusant, on le trouve à côté d'un vitriol qui contient du fer. Un autre Chymiste estime que c'est un acide tout particulier, & unique dans son espece, qui n'a rien de commun avec les autres, & diffère totalement des Acides ordinaires. Au contraire il y en a qui le regardent comme un Acide mixte, & nullement simple, mais qui est composé de differens Acides du Vitriol & du Sel commun. Au milieu de cette extrême diversité d'opinions, il est naturel de prendre la peine d'examiner la chose de plus près, de pousser la décomposition aussi loin qu'elle peut aller, en un mot de traiter cette matiere sous toutes les faces dont elle est susceptible. Car c'est à mon avis un défaut très commun, que de se borner aux phénomenes fournis par un petit nombre d'Expériences, pour en tirer aussi-tôt avec précipitation une Conclusion universelle, & prononcer une décision, avant que d'avoir examiné bien attentivement les Corps, & autant qu'il est possible, épuisé la connoissance de tous les rapports dont ils sont susceptibles. Au reste on comprend aisément, que je n'entens pas ici ce qu'on nomme le *Sel d'Ambre*, que M. *Geoffroy* a fait connoitre dans les Mémoires de l'Académie des Sciences de Paris pour l'année 1738. & qui est produit par la préparation que l'Ambre reçoit, en y versant de l'eau chaude, & en procédant ensuite à la filtration & à la coagulation. Ce produit est extrèmement diffe-

different de notre Sel ; ce n'eſt pas proprement une ſubſtance ſaline pure, mais c'eſt plutôt un extrait ſalino-mucilagineux, mêlé d'un petit nombre de parties réſineuſes ; il n'a aucun goût acide, mais il a celui d'un ſel amer ; il n'apporte aucun changement au Syrop de violettes ; il n'entre point en effervescene avec les ſels alcalis ; cependant ils le troublent, & il s'en précipite une réſine en ſolution ; au contraire il entre en effervescence avec l'Huile de Vitriol, & en fait ſortir une vapeur acide comme d'un Eſprit de Sel ; ce qui fait voir qu'il renferme un peu de Sel commun. Mais cela va à très peu de choſe, puisque d'une livre d'Ambre à peine peut-on tirer une dragme d'un ſemblable extrait.

L'objet que j'ai donc en vuë, c'eſt cette ſubſtance ſaline qu'on tire de l'Ambre par la diſtillation. Je regarde comme une choſe inutile de m'étendre ſur la maniere & les opérations de cette diſtillation, puisqu'on en trouve le détail dans divers Ouvrages. Je remarquerai ſeulement en deux mots, qu'on peut faire cette diſtillation en differentes manieres, en prenant des Retortes de pierre, ou de verre, de celles qui n'ont pas éclaté, ou de celles dont le cou eſt tout à fait large, en la faiſant dans le ſable, ou à un feu immédiat, ou au bain ſec. Quelques uns donnent un feu continué depuis le commencement, d'autres ſe ſervent d'un feu interrompu ; il y en a qui commencent par le ſable, & continuënt à un feu découvert ; on peut le faire ſans addition, ou avec addition, ſoit de parties égales, ou de deux parties de ſable, de cailloux, ou de *Caput mortuum* d'Eſprit de Sel. On en trouve qui recommandent un tuyau de verre, (*Vorſtoß*,) qui aille jusqu'au milieu du Récipient, & qui peut être auſſi pourvû d'un petit tuyau. Il faut toujours donner au commencement un feu doux, & le continuer de même longtems, en ſorte que ſa chaleur ne ſoit guères plus forte que celle de l'eau bouillante, ſurtout ſi l'on fait la diſtillation ſans addition, jusqu'à ce qu'il ne ſorte plus aucun phlegme, ou huile ſubtile. Car, quand on preſſe trop le feu, cela monte en haut, & tout s'échape par deſſus ; mais, ſi l'on a joint une addition de quelque matiere terreſtre,

on peut augmenter plutôt la force du feu. Il eſt auſſi à propos de laiſſer un peu d'air, ſurtout quand on n'a point mis de tuyau de verre devant, ou lorsque le Récipient eſt trop petit. Après cela on peut donner plus de force au feu par degrés ; & c'eſt alors que ſe ſublime notre ſel volatil, mêlé avec la derniere huile dans le cou de la retorte ; d'où quelques uns le tirent & le raſſemblent avec une plume paſſée ; mais cela exige trop de peine & de temps, il vaut mieux pouſſer tout enſemble dans le Récipient, & ſéparer enſuite ce ſel d'avec les parties huileuſes. Mais ſi l'on pouſſe ſeulement l'huile ſubtile, & le ſel par deſſus, de maniere que le plus groſſier demeure en arrière, alors la meilleure partie eſt un *Colophonium* ſoluble, qu'on peut fort bien employer pour le vernis. Si l'on calcine le *Caput mortuum* dans un creuſet, à feu découvert, de la maniere la plus forte, il demeure alors un peu de terre d'un gris jaunâtre, laquelle contient quelque peu de ſel commun ; c'eſt pourquoi ſa ſolution filtrée précipite la ſolution de plomb en Saturne cornu. Elle contient de plus une certaine quantité de terre de chaux ferrugineuſe ; car elle entre en effervescence avec l'eau forte ; & quand on écume la partie la plus legère, & qu'ayant mêlé la plus peſante avec de la graiſſe, on l'expoſe dans un creuſet fermé à un feu ardent, l'aiman en attire enſuite quelques parcelles. Cette ſubſtance ferrugineuſe ſe trouve auſſi dans les morceaux purs d'Ambre, & ne peut pas être regardée comme y venant du mêlange de parties étrangeres & impures.

Les Ouvriers préparent ce Sel en Pruſſe en grande quantité, pour l'envoyer ailleurs, parce qu'ils ont des rognures & de petits morceaux d'ambre abondamment & à très grand marché. Ils font la diſtillation ſans addition à un feu ouvert, pour avoir expédié l'ouvrage le plus vîte qu'ils peuvent ; ils pouſſent auſſi le dernier réſidu dans des Récipiens à part, afin de n'avoir pas tant à ſéparer. Cependant, comme le ſel ſe trouve mêlé ici avec beaucoup d'huile, qui s'y attache, ils le mettent, pour en faire la ſéparation, ſur un papier brouillard, & chan-

geant

geant plusieurs fois ce papier, l'huile s'y attire toute, & le Sel demeure sec. Ils expriment ce papier huileux separément, & après cela ils le distillent. Mais, comme dans la derniere huile épaisse il reste encore quelque sel, on met cette huile dans un flacon d'étain, ou dans quelque autre vaisseau solide, & l'on y verse de l'eau chaude, trois à quatre fois, jusqu'à que cette eau ne devienne plus saline, en secoüant bien le tout ensemble, afin que l'eau tire exactement le sel; ensuite on procéde à la filtration, à l'évaporation, & à la crystallisation. Néanmoins à la fin, après la crystallisation il reste une partie, qui est comme une liqueur acide huileuse, qui ne veut plus bien crystalliser, ce qui est commun à toutes les autres matieres huileuses qui demeurent après les opérations. Si dans la distillation aussi on n'a pas enlevé séparément le premier phlegme, mais qu'on ait poussé tout pêle-mêle, on peut verser avec circonspection de l'eau chaude sur le produit distillé entier, & procéder de la même maniere; en sorte que je ne trouve aucune utilité particuliere à mêler, suivant l'idée de *Vigarus*, cette huile d'ambre encore mêlangée avec du sel commun, pour en procurer ensuite la digestion & la sublimation.

Quand ce Sel a été séparé de l'huile grossière simplement à l'aide d'un papier brouillard, il y reste encore beaucoup de parties huileuses, & les dernieres crystallisations tombent toujours de l'eau plus obscures, plus brunes, & plus huileuses. Cela lui donne une mauvaise apparence, & rend sa force beaucoup plus échauffante. De là résulte donc la nécessité de le purifier encore davantage; & on propose pour cet effet diverses Methodes. Quelques uns le sublimen encore à part dans une Retorte, ou dans un alembic, surtout dans un alembic bas, sur lequel on place des cornets de papier; ils lui donnent alors le feu de sable, & ôtent souvent le papier, afin que le sel ne retombe pas. D'autres mettent dessus une chapelle fermée; mais, de quelque maniere qu'on s'y prenne, il s'en perd beaucoup, ou l'on ne l'épure pas suffisamment. Mais si l'on employe des additions, pour absorber plus fortement l'huile, comme de la corne de Cerf brûlée,

de

de la cendre lessivée, de la potache, des os calcinés, alors une bonne partie du Sel se détruit entierement. Les sublimations sur son propre *Caput mortuum*, ou avec le sable, les cailloux, la brique pilée, les pipes nettes pulverisées, ou l'argille pilée & brûlée, sont à la vérité plus supportables ; mais il s'y attache quelque quantité de suye huileuse, d'où vient, par exemple, qu'il reste des pipes une matiere noirâtre de charbon. Cependant il se détruit toujours par là quelque chose du Sel, & l'on ne sçauroit non plus l'obtenir tout à fait blanc par cette voye ; il demeure toujours jaunâtre. Ceux qui promettent de le produire par l'addition de trois parties de Sel commun, sont pareillement dans l'erreur. Cela fait à la vérité sortir quelques gouttes d'acide huileux, qui participent aussi un peu de l'Esprit de Sel ; car elles précipitent le plomb de sa solution en Saturne cornu : ensuite le Sel volatil se sublime, mais encore notablement jaune, & le Sel commun demeure en arrière noirâtre ; & impur par le mêlange de la terre fuligineuse. Il y a des Auteurs qui avancent, que quand dans la distillation on joint à l'Ambre crud une partie de Sel commun, on obtient plus de Sel volatil ; & ils sont dans l'idée, que cette augmentation est procurée par le Sel commun : mais cette supposition ne paroit point avoir de fondement. Si la quantité de Sel volatil est effectivement un peu plus grande, cela ne vient point de l'accrétion de l'acide du Sel, mais cela vient de ce que le Sel en raison de sa masse tient les parties huileuses & bitumineuses plus éloignées les unes des autres. Au reste, selon moi, la meilleure dépuration du Sel volatil d'Ambre, & où l'on en perd le moins, est celle qui se fait, quand on dissout ce Sel avec de l'eau chaude, qu'on met d'abord dans le filtre un peu de coton, qui a été legèrement humecté avec de l'huile d'Ambre, & qu'ensuite on s'en sert pour filtrer la solution ; alors la plûpart des parties huileuses s'attachent au coton, & la solution passe plus pure à travers le filtre. On la fait ensuite évaporer avec un feu tout à fait doux, (quand l'évaporation se fait à découvert,) & l'on en procure la crystallisation. Les premieres crystallisations sont les plus claires, & d'un jaunâtre foible,

mais

mais les dernieres vont en diminuant, ſont plus brunes, plus huileuſes, & plus amères ; auſſi les met-on plus volontiers à part. On peut auſſi faire au bain-marie l'abſtraction de l'eau qui ſe trouve dans la ſolution filtrée, ſans s'inquiéter qu'il s'en aille en même tems quelque choſe du Sel volatil. Car il n'y a rien de plus mal fondé, que ce qu'avancent certains Auteurs, que dans la rectification des matieres tirées de l'Ambre en le diſtillant, le Sel volatil monte le premier, enſuite l'huile, & à la fin l'eau ; car cela n'arrive qu'aux Sels urineux des Animaux. Les Cryſtaux doivent être encore mis ſur du papier brouillard, pour ſécher à l'air ; & le poids en eſt environ la trentième partie de celui de l'Ambre crud. Si l'on veut réïtérer quelquefois la dépuration avec l'eau, le Sel deviendra toujours plus clair, & plus blanc, mais jamais parfaitement blanc, ſans perte, & ſans un déchet notable. C'eſt d'un ſemblable Sel volatil d'Ambre, bien purifié une fois avec de l'eau, que j'ai fait uſage pour les Expériences ſuivantes.

Pour commencer par découvrir les propriétés générales & les rélations de notre Sel, j'y ai remarqué les Phenomenes que je vais indiquer. Ce Sel ſe diſſout à la vérité dans l'eau, mais il a beſoin pour cet effet de beaucoup d'eau ; voilà pourquoi l'eau chaude convient mieux, car pendant ſa chaleur elle attire conſidérablement de ce Sel, mais quand elle eſt réfroidie, une bonne partie en tombe au fonds. Cependant elle retient une certaine quantité de Sel diſſous ; & la premiere fois qu'elle entre en cryſtalliſation, ce n'eſt que comme des flocons, ou de l'éponge, & la couleur reſſemble à celle du Sucre candi poreux & brun. Les dernieres cryſtalliſations deviennent toujours plus obſcures ; mais, quand on a continué la dépuration, la premiere cryſtalliſation eſt à la ſurface ſupérieure d'un jaune clair, ou blanchâtre, il s'y forme de longues pointes, ou bien elle a l'apparence de plumes ; mais au contraire la ſurface inférieure & les ſuivantes ſont plus obſcures & plus irrégulieres. Cette cryſtalliſation ne coule point à l'air ; elle y demeure ſéche. En la frottant elle a une odeur piquan-

te de raifort, furtout lorsqu'elle eft un peu échauffée. Le goût eft acide, fans avoir rien de corrofif, mais avec cela d'un huileux pénétrant, qui prouve qu'il y a manifeftement avec l'acide une fubftance qui s'eft diffoute des parties huileufes de l'Ambre ; ce que confirment également le goût, l'odeur, & la couleur. Son acidité fe donne encore à connoitre, parce qu'elle écume & entre en effervefcence avec les Sels alcalins fixes, & les Sels volatils urineux, auffi bien qu'avec les terres alcalines, ou de chaux ; & parce qu'elle précipite des folutions alcalines de foye de fouffre, de *Colophonium*, & d'autres ; au lieu qu'au contraire avec les Efprits acides, comme le vinaigre, l'Efprit de fel, de nitre, &c. elle ne produit aucune effervefcence, mais elle s'unit tranquillement avec eux. M. *Neumann* prétend, qu'elle change le Syrop de violettes, & lui donne un rouge fenfible ; tandis qu'on avance au contraire dans le *Commercium Litterarium* de Nuremberg pour l'année 1744. p. 157. que ce fel, quand même il feroit dépuré, teint en verd le Syrop de violettes, comme les alcalis ont coûtume de le faire ; mais il faut que cet Auteur ait employé un Sel falfifié. En effet mon fel n'a point du tout donné la couleur verte au Syrop de violettes ; mais auffi les parties huileufes ont empêché que ce Syrop ne devint rouge, comme cela lui arrive autrement avec les acides ordinaires ; il eft demeuré bleu, & l'on pouvoit à peine remarquer qu'il eut quelque difpofition à rougir. Au feu notre Sel eft à la vérité volatil, & fe laiffe pouffer en haut ; mais cela demande beaucoup plus de chaleur que pour les fels volatils urineux. Car quand je mets une retorte avec de ce Sel dans l'eau bouillante, & que je l'y tiens plufieurs heures, il y demeure fans altération, & il ne s'éleve rien de fa fubftance : ce qui fait voir que fa dépuration peut être effectuée au bain d'une maniere tout à fait fure. Mais, lorsqu'on employe un feu de fable affez fort, ce Sel entre en flux, & coule comme une huile ; après quoi feulement il monte un peu de liquide acide huileux, enfuite il fe fublime en bas des rayes huileufes, & le Sel fe condenfe en vapeur dans le cou de la retorte, fous l'apparence de beurre d'un jaune obfcur, & en partie en

forme

forme de plumes ; mais il a perdu alors considérablement de son poids. Il demeure en arrière un *Caput mortuum* noir & en charbon ; en sorte que dans ce travail une bonne partie du Sel est détruite.

L'Huile de Therebentine refuse de dissoudre ce Sel ; au contraire quand on verse quatre parties d'esprit de vin très rectifié sur une partie de Sel sec, il s'en dissout à la vérité peu au froid, mais il se fait seulement une extraction de quelques parties huileuses, & la solution acquiert par là une couleur jaune ; à la chaleur au contraire il se dissout une bonne partie du Sel, mais en le laissant ensuite au froid il s'en précipite de nouveau une certaine quantité. Le Sel qui est tombé, est bien ensuite un peu plus clair, mais encore sensiblement jaune, en sorte que notre sel ne se laisse point parfaitement blanchir par l'Esprit de vin seul, comme quelques uns l'avancent. Il demeure aussi un peu de Sel à froid dans l'Esprit de vin ; & cela se manifeste quand on allume cet Esprit pour le faire brûler : alors reste le Sel qui a été dissous. Si l'on employe pour notre Sel un Esprit vineux de Sel ammoniac, il le dissout bientôt, & même avec effervescence, & la solution se teint d'un jaune foible. Mais si ce sel est fort impur & huileux, l'Esprit prend bien vîte une couleur rouge. Quand on brûle cet Esprit de vin, il en reste une liqueur ammoniacale. Cependant, comme toutes ces Expériences ne suffisent pas encore pour déterminer, à quelle espece des acides notre Sel appartient proprement, & avec laquelle il a le plus d'affinité, ce qui fait la principale question ; je passe au mêlange de ce Sel avec d'autres sels, comme au moyen le plus propre à nous conduire à sa vraye connoissance. C'est aussi celui auquel se rapportent la plûpart de ceux qui ont voulu donner des instructions sur ce sujet, quoiqu'ils en ayent tiré des conséquences tout à fait différentes. J'ai donc saoulé mon sel dissous d'Ambre avec une lessive alcaline bien nette, suivant le poids naturel ; je l'ai ensuite filtré, & il est resté séparément quelque matiere huileuse dans le filtre ; après cela je l'ai fait coaguler doucement ; car il a beaucoup de peine, ou même il ne veut point du tout

se former en crystaux. Ce sel coagulé coule à l'air, comme une terre feuïllée de Tartre, & après s'être fondu, il laisse beaucoup de terre huileuse. En le faisant ensuite évaporer doucement en fumée, il en résulte un sel brunâtre fort soluble. Après la saturation il a bien augmenté la moitié de son poids, de sorte qu'il saoule beaucoup d'alcali. Mais que toutes les parties huileuses doivent se séparer par ce moyen, c'est ce qui ne se trouve point ; la couleur indique même le contraire. Ce Sel composé entre encore en effervescence, aussi bien avec l'Esprit de nitre qu'avec l'huile de Vitriol ; mais dans l'un & l'autre cas l'odeur qui en sort n'est pas acide, elle a quelque chose de sulphureux & d'huileux, & rien par conséquent n'y tient d'une vapeur corrosive de sel. Mais l'ayant encore pleinement saoulée deux fois avec quelque quantité de Sel d'Ambre, il ne s'est plus fait d'effervescence avec l'Esprit de nitre, pas seulement même avec l'Esprit de vitriol, & il n'en sort aucune vapeur d'Esprit acide; par où il se distingue notablement, tant de la terre feuïllée de Tartre, qui sans cela est la matiere, qui a le plus de ressemblance avec lui, que du Sel commun régénéré. J'ai fondu ce Sel seul par un chalumeau, mais il ne vouloit pas bien entrer en flux; mais, après qu'il avoit été pendant quelque tems à ce feu, le sel qui en restoit entroit de nouveau en effervescence avec l'eau forte : d'où s'ensuit qu'il étoit redevenu manifestement alcali, & qu'il avoit perdu son acidité. Cela arrive aussi avec la terre feuïllée de Tartre. Autrement ce sel moyen est beaucoup plus soluble dans l'eau qu'un Tartre vitriolé ; il ne petille point non plus, ni ne saute, sur les charbons ardens, comme ont coutume de le faire le Sel commun & le Tartre vitriolé. J'ai encore distillé ce Sel moyen seul par une retorte ; il s'en éleve un Esprit amer & huileux, à peu près comme un Esprit de tartre, & il teint le Syrop de violettes, non en rouge, mais d'une couleur verdâtre ; ce qui montre qu'il est devenu en quelque sorte un foible urineux. *Petermann* & *Rivinus* ont déjà remarqué que le Sel alcali aussi bien que la chaux rendent le Sel d'ambre urineux, quoique *Lemery* le nie ; mais il est pourtant vrai qu'il est plutôt engendré & composé

composé que simplement séparé. Cet Esprit ne précipite point non plus la liqueur de Sel ammoniac fixe, parce que c'est un urineux trop foible ; par conséquent l'acide de l'Ambre est détruit ici de la même maniere que dans la terre feuïllée de Tartre, quand on la pousse seule à un feu violent. A' la fin il sortit avec des vapeurs épaisses & blanches une huile empyreumatique. Quand on lessive le *Caput mortuum*, & que l'on coagule ce qui a été lessivé, cela redonne un Sel alcali brunâtre, qui entre en effervescence avec tous les Acides. On voit ici manifestement une propriété, qui n'indique, ni un acide ordinaire de Sel, ni un acide de vitriol ; mais qui désigne plutôt un acide végétable, ou un acide volatil de Vitriol. Car, quand on distille à part un alcali fixe, imprégné & saoulé avec un Esprit volatil de Soufre, il s'éleve alors un Esprit volatil, & le résidu, qui est redevenu alcalin, entre en effervescence avec les acides. Si l'on en fait la solution avec de l'eau, cela donne une solution alcaline de foye de Soufre. Mais, en faisant cette Expérience, il faut prendre garde, que l'alcali sulphureux ne soit pas trop vieux, & qu'il n'ait furtout pas été longtems exposé à l'air ; car j'ai trouvé qu'alors l'air avoit tout à fait enlevé le volatil sulphureux, & que le reste étoit devenu un acide vitriolique grossier ; d'où vient que ce reste, après avoir été embrasé, n'a point produit d'alcali, mais s'est converti en Tartre vitriolé. Au contraire un alcali sulphureux, tout frais, ou bien conservé, donne, quand on le distille seul, un Esprit sulphureux de mauvaise odeur, qui a quelque chose d'urineux, & le résidu est un foye alcalin de Soufre. Jusques là donc il se trouve quelque analogie avec notre sel composé ; cependant il y a de la difference entr'eux, c'est à dire, entre la terre feuïllée de Tartre, ou l'alcali sulphureux, & notre composé ; laquelle consiste en ce que, lorsqu'on y verse de l'huile de Vitriol, l'un pousse aussi-tôt un acide de Vinaigre extrêmement concentré, & l'autre l'Esprit volatil de Soufre le plus fort, ce qui est accompagné de vapeurs. Mais cela n'arrive point à notre composé ; car quand j'ai ajouté à ce sel moyen la moitié d'huile de Vitriol, & que je l'ai ensuite distillé, il ne

s'éleve qu'un Esprit acide foible, après quoi une partie du Sel volatil d'Ambre se sublime sans aucun changement notable, sinon qu'il est plus blanc & plus pur. Il demeure un *Caput mortuum* fuligineux & noir, dans lequel il y a du Tartre vitriolé. L'Esprit qui s'est élévé dans cette opération a de l'acidité, il entre en effervescence avec un alcali; mais il ne précipite point la solution de Sel ammoniac fixe, & par conséquent il ne contient rien de vitriolique: au contraire il précipite la solution de plomb, & ce phénomene semble presque être un argument pour prouver qu'il participe en quelque chose de l'acide du Sel. Cependant plusieurs autres circonstances, ou Expériences, qui seront rapportées dans la suite, ne favorisent pas cette opinion, ou bien il faudroit que le mêlange de l'huile eut produit une altération tout à fait particuliere. Outre cela j'ai mêlé une partie de cet Esprit avec deux parties d'Eau forte, ce qui a donné une Eau régale, quoique foible; elle dissolvoit l'or, au lieu qu'elle rongeoit l'argent, & le réduisoit en chaux blanche. Cela semble aussi indiquer un acide de Sel. Mais pourquoi le même effet ne s'observe-t-il pas, quand on dissout le Sel d'Ambre pur dans l'Eau forte? Car alors il ne procure point la solution de l'argent, ni de l'or. Et j'ai fait plus d'une Expérience, où j'ai dissous l'or avec d'autres liquides, sans qu'il soit survenu au menstruë la moindre trace de sel commun, ou d'Esprit de sel. Il faut ajouter, que dans de semblables compositions il se manifeste assez souvent de nouvelles générations, qui n'y avoient pas auparavant existé dans cette forme, mais qui y sont composées pour la premiere fois, & qui découvrent ensuite d'autres propriétés.

Si l'on mêle le Sel d'Ambre le plus pur avec un Esprit urineux, il se fait une ébullition des plus fortes; & après une saturation suffisante, cela fait une Liqueur moyenne ammoniacale oléagineuse, qui fournit un bon remède résolvent & apéritif, moins échauffant que la Liqueur ambrée de corne de Cerf, où il y a plus d'huile, surtout quand elle n'est pas tout à fait rectifiée: car celle-ci renferme considérablement

plus

plus d'une huile empyreumatique. Si l'on distille notre Liqueur moyenne, il s'en éleve un Esprit ammoniacal volatil, & cela ne donne point de Salmiac sec, excepté qu'à la fin il s'attache en haut très peu d'un Salmiac sec, mais d'un huileux pénétrant ; ainsi il en résulte pour la plus grande partie une Liqueur ammoniacale volatile, par où il se distingue de l'acide de Sel & de Vitriol, qui donnent un Salmiac sec. Au contraire l'acide végétable & l'acide nitreux passent avec les urineux en un Esprit ammoniacal volatil.

J'ai de plus mêlé le Sel d'Ambre sec avec poids égal de Salpetre purifié, & les ai mis à distiller dans une retorte ; il s'éleva d'abord quelques gouttes par dessus, ensuite monterent des vapeurs rouges, après quoi tout détona avec un éclat véhément. Je l'avois présumé d'avance ; c'est pourquoi je n'avois pris qu'une petite quantité de chacun. Que le Salpetre s'enflamme & détone avec l'Ambre crud, c'est ce qui est connu, & M. *Bourdelin* en a aussi fait mention ; d'ailleurs le nitre ne détone point avec les Corps fluides inflammables, mais ici l'acide du nitre concentre premièrement la partie huileuse en un corps dur, semblable au charbon, & c'est celui-ci qui s'embrase ensuite avec le Salpètre. Si l'on vouloit chercher à perfectionner encore cette maniere de distillation, on pourroit le faire en la mettant dans une retorte à tuyau chaude.

J'ai encore distillé le Sel d'Ambre par une retorte avec poids égal de Salmiac commun ; il en sort un Esprit de sel acide, brun en couleur, dont l'odeur est très forte, lequel entre en effervescence avec les acides, & précipite la solution de plomb en Saturne cornu. Ensuite il se sublime quelque chose d'un Salmiac blanc, qui a les mêmes propriétés que le Salmiac commun, & qui précipite la solution de plomb. A' la fin il s'éleve une grande quantité, & tout à fait imprévuë, d'une matiere fuligineuse, ou bitumineuse, & au fonds il reste quelque chose de semblable qui est luisant. Cette Expérience doit paroitre aux Amateurs de ces matieres digne d'une recherche ultérieure, puisqu'ici toutes

tes les parties huileuſes ſont détruites, & que par leur union avec l'acide de Sel concentré elles deviennent également poiſſeuſes ou bitumineuſes. Car on obtient beaucoup plus de ſemblable terre de charbon par cette voye, que l'on n'a employé de Sel d'Ambre pour faire l'Expérience. Immédiatement après, j'ai mêlé le Sel d'ambre avec poids égal de Borax, & en ai procuré la diſtillation; d'abord il ſort quelque phlegme qui vient du Borax; enſuite il s'éleve beaucoup d'écume, & cela à une hauteur beaucoup plus conſidèrable que le Borax n'a coûtume de le faire ſeul. J'ai repouſſé enſuite le même mêlange, & y ai donné de nouveau un feu de ſublimation; il en eſt alors ſorti quelques gouttes huileuſes, mais qui ne portent aucune altération au Syrop de violettes; ce qui prouve que le Borax, auſſi bien que le Sel alcali & la Chaux vive, détruit la ſubſtance acide de notre Sel. Il eſt demeuré un *Caput mortuum* noir, qui, à cauſe de la terre de charbon qui s'y trouvoit, entroit difficilement en flux.

Le mêlange de notre Sel avec les Eſprits acides doit pareillement contribuër à nous en donner une connoiſſance plus exacte. J'ai verſé pour cet effet ſur une partie de Sel d'Ambre quatre parties d'Eſprit de ſel; à froid il n'a cauſé presque aucune ſolution, mais au contraire à la chaleur presque tout s'eſt coagulé, comme une gélée. Après le réfroidiſſement je l'ai mis à diſtiller, & il s'eſt élevé un Eſprit de ſel; enſuite le ſel ſe ſublime presque tout entier ſans aucun changement, d'abord comme un beure ferme, enſuite comme un Alun de plume à longs filets. Dans cette opération il eſt d'un beau blanc & pur, parce que la partie huileuſe en eſt détruite; & ce qui reſte eſt comme un *Caput mortuum* de charbon. Par cette voye on dégage le mieux le Sel de ſa ſubſtance huileuſe; mais auſſi ce Sel purifié, & délivré de ſon huile, ne précipite point la ſolution de plomb, par conſéquent il n'a rien pris de l'acide du Sel; & cela confirme la préſence d'un acide végétable, puisqu'on ne ſçauroit prétexter que la ſubſtance huileuſe n'altère l'acide du Sel, ou du Vitriol, & n'y peut apporter de change-

changement, qu'aussi longtems qu'elle y demeure unie. Car, lorsqu'on l'en a séparé de cette maniere, il faut qu'au moins alors sa propriété naturelle se manifeste. L'Esprit, qui s'est élevé dans la distillation, ne dissout point l'or; ainsi il n'y a point ici d'acide nitreux à soupçonner; mais il ne dissout point non plus l'argent, seulement avec le temps il le convertit en une espece de chaux blanche, ou de Lune cornuë. D'ailleurs cet Esprit de sel est ici considérablement affoibli par les parties huileuses. Si l'on dissout de la chaux vive dans l'acide du Sel, ou qu'on prenne à sa place la liqueur de Sel ammoniac fixe, & qu'on y verse ensuite de la solution de Sel d'Ambre, tout demeure clair, & rien ne se précipite; ce qui fournit une forte preuve, qu'il n'y a rien de l'acide du Vitriol qui y soit contenu; car autrement il ne manque guère de se trahir bien vîte.

De la même maniere j'ai versé sur une partie de notre Sel quatre parties d'Eau forte. A' la vérité il y survient à froid un peu de couleur jaune, néammoins il s'en dissout peu, mais à la chaleur tout se dissout & demeure clair; avec cette circonstance qu'il ne se coagule point, comme dans les solutions précédentes. Si le Sel est fort huileux, alors il donne une teinture plus rouge à l'Eau forte. J'en fis ensuite la distillation, & il s'éleva en jettant des vapeurs jaunes; au milieu de la distillation il se sublima aussi quelque chose du Sel au-dessous, mais ce qui étoit fluide s'échapa par dessus. L'Esprit qui s'étoit élevé, auroit dû devenir une Eau régale, si dans le Sel d'Ambre il y avoit quelque chose de l'acide du Sel commun qui fut caché, mais cela n'arriva point; il n'attaque point l'or, au lieu qu'il dissout incontinent le Mercure & l'Argent, & démontre ainsi la présence d'un acide végétable.

A' présent il reste encore le plus fort & le plus pesant de tous les acides, qu'on a coutume d'appeller, lorsqu'il est fortement concentré, huile de Vitriol. Il y a déjà cent ans qu'un vieux Chymiste Allemand, nommé *Michel Crügner*, qui a donné à cette Huile le titre d'*alcatum*

principale, ou de *Spiritus principalis*, a remarqué que, quand on en mêle un lot parmi une livre d'Ambre crud, & quon en fait ensuite une distillation réguliere, on obtient par là considérablement plus de Sel volatil d'Ambre qu'à l'ordinaire. Je n'attribuë pas tant cette augmentation à l'accrétion de l'acide du Vitriol, qu'à l'effet que produit ici l'huile de Vitriol, en mortifiant rapidement une partie de la terre bitumineuse, en sorte qu'elle laisse aller son sel volatil d'autant plus pur. Ce qu'il y a de certain, c'est que cela ne préjudicie point au sel volatil, & qu'il n'est nullement rendu impur par là, parce que l'huile de Vitriol ne détruit point le Sel volatil, mais qu'elle trouve assez à faire avec les parties huileuses de l'Ambre, & s'unit à elles; & que le Sel volatil n'en tire point non plus de propriétés vitrioliques étrangeres. Quelques uns sont dans la pensée qu'on peut en conclurre l'identité de ce sel avec l'acide vitriolique; mais les Expériences suivantes feront voir le contraire. Il est à la vérité certain que, quand on verse l'huile de Vitriol sur le Sel volatil d'Ambre, elle n'entre point en effervescence avec lui, elle ne fait point monter non plus de vapeur acide, comme il arrive autrement, lorsqu'on verse sur le Sel, le Salpetre, ou le Salmiac. Cependant, en mettant deux parties de Sel d'Ambre dans une retorte de verre à tuyau, les délayant avec un peu d'eau, & versant ensuite dessus une partie d'huile de Vitriol; après quoi, le tuyau étant bien affermi, en distillant à un feu modéré, il s'éleve quelque quantité d'un liquide foiblement acide, qui précipite aussi une solution alcaline de foye de souffre, & celle de plomb, mais qui ne précipite point la liqueur de Sel ammoniac fixe. J'ai distillé ensuite le reste à part à un feu plus fort, & la plus grande partie du Sel volatil s'est sublimée sans destruction, l'huile de Vitriol s'élevant en même temps en vapeurs; ce qui reste est une terre noire, legère & poreuse. Ainsi l'huile de Vitriol n'a point pu détruire ce sel volatil, à l'exception de quelques unes de ses parties huileuses, mais il s'est élevé sans altération, bien qu'il s'en soit attaché quelque chose à la surface de l'huile de Vitriol, qui a été poussée ensuite.

Je

Je voulus essayer si ce mixte pourroit être de quelque usage pour la volatilisation des Corps métalliques. Pour cet effet je mêlai deux parties de sucre de Saturne avec une partie de sel d'Ambre. En rapant, le mêlange se mit tout en bouillie ; je versai ensuite dessus une partie d'huile de Vitriol ; cela donna une odeur fort acide, parce que l'huile de Vitriol dégageoit le vinaigre du plomb. Dans la distillation il s'éleva en haut par rayes un Esprit acéteux ; ensuite monta un sublimé abondant, mais qui contenoit le Sel volatil d'Ambre presque sans altération ; car en ayant fait l'essai sur l'or, il ne se montra aucune trace de l'argent vif. Le *Caput mortuum* demeura d'un noir gris. Il en fut de même dans une autre Expérience, où je pris deux parties de Vitriol de Chypre avec une partie de sel d'Ambre, que je rapai ensemble ; il ne s'en fit point de bouillie en rapant, comme dans le cas précédent : je versai dessus une partie d'huile de Vitriol, il en sortit une odeur acide, & dans la distillation qui suivoit il s'éleva un Esprit acide, qui avoit une forte odeur de Soufre ; après quoi le sel volatil se sublima aussi presque sans aucun changement. Il demeura un *Crocus Veneris* d'un brun rougeâtre, qu'on peut employer à colorer la fritte de verre.

Avant que de finir, je crois qu'il est encore nécessaire d'examiner les rélations de notre Sel avec quelques terres, & quelques métaux. De la chaux vive, par exemple, mêlée avec poids égal de nôtre sel volatil, donne d'abord dans la distillation un phlegme, qui ne cause aucune altération au Syrop de violettes, & qui ne montre par conséquent aucune qualité urineuse, quoique le Docteur *Petermann* en affirme l'existence, mais peut-être qu'il avoit employé une autre proportion. Le résidu étant lessivé & filtré, donne une solution de chaux dans l'acide, & cela comme un acide végétable ; car cette solution se précipite aussi bien de l'huile de Tartre par défaillance, que de l'huile de Vitriol. La terre qui demeure après qu'on a lessivé, entre encore en effervescence avec l'Eau forte ; ainsi elle n'est pas devenuë selenitique,

lique, comme cela auroit pourtant dû arriver, s'il y avoit un acide vitriolique caché dans le sel d'Ambre. Si l'on met aussi de la chaux dans une solution de sel d'Ambre faite avec de l'eau, elle s'y dissout avec quelque effervescence, ensuite elle se coagule comme une gelée ; cette gelée étant délayée avec de l'eau chaude & filtrée, donne aussi une solution, qui se précipite également du sel alcali, & de l'acide vitriolique.

Le Sel d'Ambre dissous avec l'eau, & bouilli avec du Soufre, n'en prend rien avec soi. Au contraire il dissout le Zinc, comme ont coutume de faire tous les acides, & se laisse ensuite précipiter avec un alcali, mais non avec un Esprit urineux ; & quand celui-ci a été une fois versé abondamment dessus, il ne se précipite plus par aucun sel alcali. Quand on dissout du Régule d'Antimoine avec de l'Esprit de nitre, & qu'on y ajoute du sel d'Ambre, cela donne quelque effervescence, mais dans la distillation qui suit on n'obtient point de beure d'Antimoine, comme cela devroit pourtant être, s'il y avoit un acide de sel commun qui y fut contenu. Les solutions d'Argent & de Mercure dans l'eau forte n'en sont point précipitées. La solution de sel versée sur du cuivre en masse, a de la peine à en être attaquée, & ce n'est que la longueur du tems qui en rend l'effet sensible ; au contraire la cendre de cuivre en est rongée plus vîte. Cette même solution de sel ne précipite pas la solution de plomb du vinaigre, ce que font pourtant ordinairement toutes les préparations de Sel commun & de vitriol ; mais elle demeure tout à fait claire, & sans être troublée, ce qui n'arrive qu' avec l'acide végétable, & l'acide nitreux. Au contraire, quand je verse la solution de notre Sel sur du plomb ou sur du vermillon, & en procure la digestion, rien ne veut s'y dissoudre ; car le liquide qu'on en fait écouler, n'a aucun goût douceâtre de plomb, & le sel commun n'en précipite rien ; & à cet égard les choses se passent autrement qu' avec le reste des acides végétables. Quant au fer, non seulement il le réduit bientôt en *Crocus* par la coction, mais il se charge

ge aussi de quelques unes de ses parties ; à la vérité la solution a peu de couleur ; si l'on y ajoute une solution alcaline, cela se trouble en devenant épais & blanchâtre, mais ensuite il se pose un sédiment, ou *crocus* verdâtre, assez abondant. L'Esprit urineux le précipite de la même maniere.

J'ai dissous une fois un lot de sucre de Saturne dans du vinaigre distillé, & j'y ai jetté une dragme de sel d'Ambre, qui avoit aussi été dissoute dans le vinaigre ; j'ai tout tiré sur une retorte, & j'ai donné à la fin un feu véhément ; il ne s'est élevé à la vérité rien de sensible du plomb ; au contraire le *Caput mortuum* noir & poreux qui est demeuré, s'enflamme aisément, quand il vient à l'air, lorsqu'on brise la retorte, & il brûle comme un Pyrophore ; après quoi il reste une chaux jaune qui ressemble à de la litarge. Il est manifeste que cette inflammation vient de l'accrétion des parties inflammables du sel d'Ambre & du vinaigre qui sont unies au plomb, & que l'air met dans un mouvement intérieur, d'où résulte cet effet.

Toutes les Expériences que j'ai rapportées jusqu'ici suffiront, à ce que j'espère, pour démontrer d'une maniere convainquante la foiblesse des fondemens sur lesquels bâtissent ceux qui ont affirmé positivement, qu'il y avoit dans le Sel d'Ambre un acide de Sel, ou de Vitriol. Car, pour ce qui regarde l'acide du Sel, on ne sçauroit nier à la vérité, qu'une bonne partie de l'Ambre ne soit produite par l'eau salée de la Mer ; & le peu de sel, qu'on tire de l'Ambre crud en le faisant bouillir avec de l'eau, ou celui qui se trouve dans le *Caput mortuum* d'Ambre tout à fait brûlé, doivent bien venir de ce qu'il s'est attaché extérieurement à l'Ambre quelque chose de la salure de la mer ; mais cela ne parvient point jusqu'au sel volatil acide ; & l'Expérience qu'on allegue pour le prouver, savoir que l'Ambre crud avec deux parties de Salpetre détone, & qu'à la fin il en sort quelque quantité de Sel commun ; cette Expérience, dis-je, demande encore bien des précautions, malgré ce qu'on observe encore, que le Sel qui reste après la

détonation & la séparation, précipite le plomb & l'argent sous une forme blanche. Car il se peut que le Salpètre ait été impur, & qu'il ait contenu quelque portion de Sel, comme cela arrive ordinairement, quand on ne l'a pas exactement épuré; & il faut bien que dans la détonation tant la partie huileuse que la partie acide de l'Ambre soyent détruites. De plus les alcalis précipitent aussi l'argent & le plomb de l'eau forte sous une forme blanche; ainsi l'on ne sçauroit tirer aucune conséquence de cette couleur. On auroit dû essayer, si l'argent se réünissoit aussi en Lune cornuë, ou si la chaux précipitée, mêlée avec le régule d'Antimoine, donnoit aussi un beure d'Antimoine. Je vais plus loin encore, & je dis qu'il a pû aussi s'engendrer, ou se composer, quelque chose de l'acide du Sel. Au contraire rien n'empêche de croire, que, quand on fait l'extraction de l'ambre crud avec l'huile de Tartre par défaillance, & qu'on en fait la filtration six fois tous les quinze jours, il en sort un sel commun, qui avec l'huile de Vitriol pousse en vapeurs un Esprit de sel; mais ce sel n'est autre chose que le peu de Sel marin, qui s'est attaché à la surface de l'Ambre, & que j'ai dit pouvoir en être séparé, ou simplement par l'extraction avec l'eau, ou en le tirant du *Caput mortuum* calciné: mais ce n'est point là nôtre Sel volatil acide distillé d'Ambre. On se trompe aussi en croyant qu'il n'y a que le Sel commun qui décrépite sur les charbons; cela arrive également au Tartre vitriolé.

Les preuves destinées à établir, que l'acide de l'Ambre doit avoir la propriété vitriolique, ou procéder du Vitriol, sont pareillement insuffisantes. Il est bien vrai que l'huile de Vitriol se mêle avec le sel d'Ambre tout à fait tranquillement, sans aucune effervescence, & sans qu'il en sorte de vapeurs; mais cela n'arrive pas parce que ce sont des matieres homogenes, il faut l'attribuër à ce que la matiere molle & huileuse adoucit l'acide du Vitriol, & l'envelope. Pour en être convaincu, il n'y a qu'à prendre un morceau de Tartre, ou un morceau de sucre, ou des fleurs de *Benzoe*, & y verser de l'huile de Vitriol

goutte

goutte à goutte, on verra alors que cette huile s'imbibe de même tout doucement, sans effervescence ni vapeur. Dans tous ces Corps il y a manifestement un acide, mais qui est toujours uni en quelque sorte avec des parties grasses ou inflammables ; cependant personne ne s'avisera de soutenir qu'on doit en conclure, que l'acide du Tartre, du sucre, & de fleurs de *Benzoe*, est de la même nature que l'acide du Vitriol.

Enfin tout ce qui a été dit dans ce Mémoire, met en état de juger aisément de ce que l'on doit se promettre des compositions artificielles d'Ambre qui ont été proposées jusqu'à présent par *Glauber*, *Boccone*, *Le Mort*, *Neumann*, & d'autres : c'est qu'elles ne remplissent point l'attente qu'ils en font concevoir. Ce ne sont pour l'ordinaire que des Résines coagulées, ou des corps bitumineux, qui ne donnent point sur les charbons une odeur d'ambre, ne produisent point dans la distillation notre Sel volatil acide, & n'ayant point la dureté propre à l'Ambre, ne sçauroient être réputés la même matiere. Et quand même on viendroit à bout d'imiter parfaitement l'Ambre avec l'acide du sel, ou du Vitriol, il n'en résulteroit pourtant pas encore, que le sel acide d'Ambre qu'on en tireroit, dût être d'une nature saline, ou vitriolique ; mais l'on seroit seulement d'autant plus convaincu par là, que ces acides, par une union particuliere, & plus étroite avec les parties inflammables, se transforment en une autre sorte d'acides, & ne conservent plus la nature & les propriétés qu'ils avoient auparavant. L'existence d'un acide universel peut servir à expliquer comment cet acide devient un acide végétable, & repandre du jour en même tems sur la grande & vaste Science du *Metaschematisme*, ou de la Transformation des Sels. Car la conséquence palpable de toutes les Expériences précédentes, c'est que le Sel volatil d'Ambre n'est, ni un acide ordinaire de Sel, ni un acide ordinaire de Vitriol, mais qu'il ressemble dans le plus grand nombre de points à l'acide végétable ; comme réciproquement es fleurs de *Benzoe*, en égard à leur sublimation séche & à quelques

autres

autres circonſtances, ont beaucoup de rapport avec notre Sel, ſuivant que M. *Neumann* l'a déjà remarqué, avec cette difference ſeulement que celui-ci, à cauſe de la quantité de ſes parties réſineuſes, ſe diſſout très promptement dans l'Eſprit de vin, tant ſimple que très rectifié, & qu'il lui donne un goût fort piquant.

Rien ne ſeroit plus efficace pour opérer une entiere conviction, que de pouvoir produire un Sel d'Ambre par voye de compoſition; & l'on a eſſayé s'il étoit poſſible de le tirer du mêlange & de la digeſtion du Tartre crud & de l'huile d'Ambre, ou de l'*oleum petræ*; mais jusqu'à préſent cela n'a pas voulu réüſſir. Il arrive ſouvent que la longueur du tems pendant pluſieurs ſiecles amene à la fin de ſemblables compoſitions, qu'il n'eſt pas aiſé à la Chymie d'effectuer par des voyes plus abrégées.

EXAMEN

EXAMEN CHYMIQUE
DU BOIS DE CEDRE,

PAR M. MARGGRAF.

Traduit de l'Allemand.

I.

Ce Mémoire a pour objet unique l'examen du bois de Cédre, tel qu'on l'apporte ici à l'ordinaire pour le vendre, dépouillé de son écorce, & dont le bois blanc qui touche immédiatement à cette écorce, est même presque entierement détaché. Ce n'est donc que la partie rouge & odoriférante de ce bois, qui a été employée à mon travail; & c'est d'elle seule qu'il faut entendre toutes les recherches dont je vais rendre compte.

II. L'Arbre duquel on tire ce bois, dit de Cédre, porte les noms suivans;

Abies foliis fasciculatis acuminatis Linnæi,
Larix orientalis, fructu rotundiori obtuso Turnefortii,
Cedrus Hebræorum Libani & Palestinæ præcelsa Adamii Lobelii, &
Cedrus conifera foliis laricis Caspari Bauhini,

Cet Arbre croit sur les Monts *Liban*, *Taurus* & *Amanus*, quoique ce ne soit pas en grande quantité; au contraire on le trouve aujourdhui beaucoup plus abondamment en Afrique, dans le Royaume de *Congo*, où les habitans employent ce bois à construire des Vaisseaux. On en trouve aussi dans les Isles *Terceres*, dans la Nouvelle Espagne, dans la Virginie, & dans la Floride.

III. Quoique le bois de Cédre appartienne à l'espece des pins, sapins, & autres arbres qui donnent de la résine & de la therébentine; il s'en distingue cependant par sa legèreté particuliere, aussi bien que par sa couleur rouge, & par son odeur agréable ; ce qui fait aussi que l'huile essentielle, séparée de ce bois de Cédre, est fort differente de celle qu'on tire des autres bois que je viens de nommer. C'est ce que la suite de ce Mémoire fera voir plus au long.

IV. Je viens à présent au fait, & je rapporte les opérations Chymiques que j'ai faites sur le bois de Cédre, aprés la lecture desquelles chacun pourra aisément juger en quoi il diffère des autres bois dans l'espece desquels on a coutume de le placer, & l'on découvrira en même tems les parties qui le constituent. J'ai pris donc quelques livres de ce bois, après en avoir ôté soigneusement ce qui pouvoit encore rester autour de la partie blanche de l'écorce, laquelle n'a point d'odeur ; & j'ai rapé le bois même. J'ai mis une livre de ce bois rapé dans un vaisseau à distiller, j'ai versé dessus six à huit quartes d'eau nette, & j'ai procédé à la distillation en la maniere accoûtumée, en faisant passer dans un récipient adapté pour cet effet deux on trois quartes de liqueur distillée ; mais j'eus la précaution de séparer la premiere quarte, comme contenant le plus d'huile essentielle, en changeant le récipient. De cette maniere je tirai toute l'huile essentielle du bois de Cédre, en sorte qu'à la fin il en restoit à peine quelques gouttes, qui ne signifioient plus rien. Après cela je levai toute l'huile qui surnageoit au dessus de ces differentes distillations d'avec l'eau qui étoit au dessus, en me servant pour cet effet d'un verre à séparer ; & cela me donna le poids d'un peu plus de deux dragmes d'huile essentielle, que m'avoit fourni une livre de bois de Cédre rapé.

V. Cette huile essentielle est une huile assez épaisse, jaunâtre, ou même souvent assez jaune, & qui a l'odeur du bois de Cédre ; elle se dissout assez aisément dans de l'Esprit de vin très rectifié, à un froid médiocre elle s'épaissit & prend plus de consistance, mais à un plus grand

grand degré de froid elle s'épaissit tellement qu'on peut tourner le verre qui la contient, sans qu'il s'en écoule une seule goutte. Ici cette huile essentielle, tirée du bois de Cédre, se distingue tout à fait des huiles qu'on tire des autres especes de bois indiquées au §. III. savoir de l'huile de Templin, de Therébentine & de Pin, qui au plus grand froid ne s'épaissit point. Avec cela cette huile essentielle du bois de Cédre est beaucoup plus pesante que les huiles susdites, puisqu'étant mêlée avec l'Esprit de vin le plus rectifié elle ne s'éleve pas si aisément sur l'alembic, que ces autres huiles. Cette même huile de bois de Cédre est aussi beaucoup plus difficile à distiller avec de l'eau, que l'huile de Templin, de Therébentine, & de Pin.

VI. Pour continuer à séparer les autres parties solubles de ce bois, je pris un quart de livre, ou quatre onces, de bois de Cédre rapé bien fin, je le mis dans une poële de cuivre nette, je versai dessus une quantité suffisante d'eau froide; je fis cuire ce mêlange jusqu'à diminution de la moitié, & exprimai la décoction par un drap. Je fis cuire de nouveau ce qui étoit resté dans le drap avec davantage d'eau, & je continuai jusqu'à ce que l'eau n'eut plus, ni goût, ni teinture; après cela je filtrai les décoctions, & je procurai l'évaporation jusqu'à la consistance d'un Extrait, ce qui me donna ʒ v gr.' 30 d'Extrait aqueux, ou de premiere gomme. Cet Extrait avoit une odeur assez agréable, jointe à un goût de sel; & avec le tems il se forma à la surface plusieurs petits crystaux salins, qui, suivant toutes les épreuves que j'en ai faites, n'étoient autre chose qu'un sel commun. Ensuite je fis bien sécher le bois qui étoit resté de l'extraction précédente, & je trouvai qu'étant desséché il pesoit encore trois onces & deux dragmes. Je pris cette partie bien desséchée du bois, qui étoit demeurée de l'extraction faite avec l'eau, je la mis dans un alembic, & je versai dessus autant qu'il faloit d'Esprit de vin très rectifié. Je le mis ensuite à une forte digestion, j'en pressai dehors le mixte, & sur ce qui étoit resté après l'expression je mis de nouveau de l'Esprit de vin très rectifié

frais. Je continuai ces extractions, jusqu'à ce que l'Esprit de vin ne prit plus la moindre couleur. Après cela je versai toutes ces extractions ensemble, & je fis l'abstraction de l'Esprit de vin qu'elles contenoient, jusqu'à ce qu'il restât environ deux onces de liqueur. Je versai ces deux onces restantes dans un petit vase, & je les fis évaporer jusqu'à la consistance d'un Extrait épais ; ce qui me procura encore deux Scrupules d'un Extrait résineux, pur, ou second, qui avoit une fort bonne odeur balsamique.

VII. Je changeai après cela la maniere de procéder à l'extraction, & au lieu de l'eau que j'y avois employée auparavant, je me servis d'abord d'Esprit de vin. Je mis ensuite un quart de livre, ou quatre onces, de bois de Cédre rapé dans une cucurbite ; je versai dessus une quantité convenable d'Esprit de vin très rectifié, je couvris la cucurbite avec le chapiteau, j'adaptai un récipient, & après avoir luté les jointures, je fis distiller par la coction dans une coupelle de sable environ deux à trois onces de l'Esprit de vin par dessus ; mais contre mon attente cet Esprit n'eut aucune odeur de bois de Cédre, ce que la pesanteur de l'huile qu'on trouve dans ce bois explique suffisamment. Là-dessus j'exprimai le mixte qui étoit resté dans la cucurbite, je versai sur ce qui demeura après cette extraction de nouvel Esprit de vin très rectifié, continuant cette extraction en remettant toujours de l'Esprit de vin frais, jusqu'à cet Esprit ne se chargeât plus d'aucune couleur. Après cela je versai ensemble toutes ces extractions, je procédai à l'abstraction de l'Esprit de vin qu'elles contenoient, & je fis évaporer le reste, suivant ce qui a été dit §. VI. en le faisant parvenir doucement à la consistance d'un Extrait. De cette maniere j'obtins deux dragmes & 30 grains d'Extrait résineux premier, ou moins impur, qui avoit pareillement une odeur balsamique agréable ; surquoi il faut encore remarquer, que cette extraction, quand on extrait premièrement le bois de Cédre avec de l'Esprit de vin très rectifié, prend une fort belle couleur rouge. Après avoir fait sécher le bois qui étoit resté de cette extraction, je le

pesai,

pesai, & j'en trouvai trois onces, cinq dragmes, & trente grains. Je fis aussi-tôt cuire ce reste avec de l'eau, & en réïtérant plusieurs fois l'affusion de l'eau, la coction, & l'expression, je trouvai les mêmes résultats qu'au §. VI. Enfin je versai toutes ces décoctions ensemble, je les filtrai, & les fis évaporer jusqu'à la consistance d'un Extrait plus épais; ce qui me donna trois dragmes & demie, & dix grains, d'un Extrait gommeux second, ou pur. Je pesai le résidu desséché, & il alloit à trois onces, quatre scrupules, & dix grains; mais je ne trouvai plus dans ce résidu aucunes parties solubles par les deux menstruës, tant par l'eau que par l'Esprit de vin. C'est là donc ce qui forme les parties constituantes séparées du bois de Cédre, autant que ces parties peuvent être séparées sans destruction.

VIII. Il me restoit à savoir à présent, ce que je pourrois tirer du bois de Cedre en le détruisant, c'est à dire, en l'exposant à l'action d'un feu violent, sans employer des menstruës pour le dissoudre. Pour cet effet je pris huit onces de bois de Cédre rapé, j'en remplis une retorte de verre proportionnée, je la mis dans une coupelle de fer, & y ayant adapté un récipient, & tout soigneusement luté, je donnai le feu par degrés jusqu'à l'extrême incandescence. Cela me donna d'abord six dragmes & quinze grains de phlegme & d'huile, qui étoit blanche comme de l'eau; cette huile qui surnageoit, pouvoit aller à vint grains. J'eus ensuite une huile rougeâtre transparente, avec une liqueur tirant à l'acide, qui étoit jaunâtre. Cette distillation pesoit une once & demie & quinze grains, sur quoi l'huile empyreumatique faisoit environ une dragme & un scrupule. Il suivit après cela autour d'une dragme d'une huile empyreumatique avec l'Esprit qui débordoit en même temps, ce qui faisoit en tout sept dragmes. Il sortit encore une dragme d'huile empyreumatique, qui étoit au fonds, & par dessus un Esprit d'un jaune foncé; le tout faisant six dragmes & quinze grains. Tout à la fin, & en donnant le feu le plus fort, il vint une huile épaisse & molle, qui pesoit environ dix grains, & qui se tenoit

au fonds ; cette huile, avec l'Esprit qui la débordoit, alloit en tout à une demi-once & quinze grains. Toute la distillation que j'obtins par ce moyen, montoit à quatre onces & demie, où il se trouvoit environ une demi-once d'huile empyreumatique. Le *Caput mortuum*, qui étoit aussi noir que du charbon, pesoit trois onces.

L'Esprit empyreumatique, qui dans cette distillation avoit débordé après le phlegme, étoit de l'espece de tous les autres vinaigres semblables, & avoit une acidité sensible.

Enfin j'ai aussi brûlé une livre de bois de Cédre à un feu découvert, & je n'en ai pu tirer que quinze grains d'une cendre nette, où se trouvoient quelques grains d'un sel, qui avoit une parfaite ressemblance avec le sel alcali fixe.

RECHER-

RECHERCHES ANATOMIQUES,

I. SUR LA NATURE DE L'EPIDERME, ET DU RÉSEAU, QU'ON APPELLE MALPIGHIEN;

II. SUR LA DIVERSITE' DE COULEUR DANS LA SUBSTANCE MÉDULLAIRE DU CERVEAU DES NÉGRES.

III. DESCRIPTION D'UNE, MALADIE PARTICULIERE DU PERITOINE.

PAR M. MECKEL.

Traduit du Latin.

I.

De la nature de l'épiderme, & du réseau qu'on appelle Malpighien.

I.

On est dans des sentimens differens sur la nature de l'épiderme, & sur sa couleur dans les Négres. Les uns prétendent qu'il est blanc, les autres qu'il est noir. J'ai crû que la chose méritoit que je l'examinasse avec toute l'attention dont je suis capable, & que je profitasse de l'occasion favorable que j'en avois, en faisant la dissection d'un Négre, pour voir si mes Observations pourroient me mettre en état d'ajouter quelque chose à ce que de très habiles Anatomistes ont déjà dit sur ce sujet. Quoique la saison fût incommode, ce Négre étant

mort

mort pendant les Canicules, je n'en fis pas mes recherches avec moins d'exactitude, parce que de telles occasions sont rares ici, & que ceux qui en ont déjà eu de pareilles, se sont plutôt amusés inutilement à conserver le masque noir & l'assemblage des os de cette espece d'hommes, qu'à disséquer leur corps d'une maniere qui puisse conduire à la découverte de quelques vérités utiles.

II. Le 26 Juillet 1753. il mourut un Négre âgé de douze ans, dans la Maison de M. le Comte de *Neale*, qui a bien voulu rendre au Public & à l'Académie le service de permettre la dissection de ce cadavre. Je l'ai disséqué le lendemain de sa mort ; & comme j'étois dans le dessein d'entrer dans le détail de toutes les Observations qui concernent les divers états de l'épiderme, & les changemens qu' y apportent les préparations qu'on lui fait subir, j'ai séparé du tronc un bras & un pied, dont j'ai rempli les vaisseaux, en y injectant une matiere céreuse ; ce qui a parfaitement bien réüssi, en sorte qu'à travers la peau noirâtre on voyoit l'épiderme d'un rouge trés vif.

III. Je n'ai pas trouvé que la peau eut la même noirceur par toute la surface du corps ; au contraire j'ai trouvé qu'elle étoit tout à fait differente, & qu'elle répondoit à la plus grande ou moindre épaisseur de la peau & de l'épiderme, à l'exception de la paume de la main & de la plante du pied. En général la peau du corps étoit plus délicate que celle des Blancs ; & surtout au visage elle étoit tout à fait déliée & polie. Sa couleur dans cette partie étoit brunâtre, ou un peu plus noire que la couleur cendrée. A' la nuque, où la peau & l'epiderme avoient plus d'épaisseur, le noir étoit plus foncé ; & la noirceur alloit en augmentant dans le dos, jusqu'à ce que tout au bas, vers l'*os sacrum*, elle étoit à son plus haut degré. C'étoit aussi dans cet endroit, & au plus haut de la cuisse, surtout dans la région du grand *trochanter*, que la peau & l'épiderme étoient le plus épaisses ; & l'on trouvoit des particules desséchées d'une couleur cendrée, adhérentes à l'épiderme, en plus grand nombre vers l'*os sacrum*, & la partie supé-

rieure

rieure de la cuisse. La peau de la poitrine étoit tendre, & généralement plus pâle que celle du dos ; vers les mammelles elle étoit d'un jaune tirant sur le noir. Un épiderme tout-à fait noir, épais, & que la friction rendoit raboteux, couvroit la peau du coude & de l'olécrane; mais depuis la fléchissure du coude jusques vers la main, la noirceur alloit insensiblement en décroissant, jusqu'à ce qu'au dos des doits elle devenoit cendrée, & dans la paume tout à fait blanche, & pareille à la notre. Il en étoit de même à la plante du pied, qui ne différoit en rien de celle des Européens. Tout comme à l'avant-bras, la couleur noire de la peau alloit insensiblement en décroissant jusques vers le bas du pied, de sorte que celle des chevilles étoit d'un noir jaunâtre, & celle du dos du pied d'une couleur cendrée. La peau de l'abdomen, qui étoit couverte d'un épiderme assez épais & raboteux, surpassoit en noirceur celle de presque tout le reste du corps, si l'on excepte celle qui couvroit le bas du dos autour de l'os sacrum, les fesses, & les épaules.

IV. Dans la peau, surtout des cuisses, il y avoit des tâches noirâtres dispersées, & qui présentoient une apparence différente de celle du reste de la peau. Ces places étoient des cicatrices de la petite vérole, qu'il avoit euë un an avant sa mort. Ces endroits de la peau étoient réellement de la même noirceur que le reste, & ne paroissoient differens qu'à cause que leur cuticule qui étoit plus mince, environnoit de petits cercles plus enfoncés que le reste de la peau, & étoit ensuite entourée d'une cuticule plus dure, ce qui formoit au milieu une espece d'élévation.

V. Ces marques de petite vérole, pareillement recouvertes d'un épiderme noir, sont très propres à expliquer l'origine de l'épiderme & de sa couleur noire ; mait il faut auparavant donner ici une explication plus exacte de la maniere dont l'épiderme, après avoir été détruit, s'engendre de nouveau.

VI. Au commencement de la petite vérole, savoir dans le temps de l'éruption, l'endroit où elle nait, se distingue à peine du reste de la peau ; la peau jaunit seulement un peu, & il se fait un gonflement d'une couleur cendrée à l'endroit où est la pustule : de sorte que c'est plutôt par les autres symptômes que par l'inspection du corps, qu'on peut reconnoitre cette maladie, & en juger. Ensuite, pendant la suppuration, les petites vessies s'élevent de plus en plus, & prennent une couleur plus jaunâtre, différente de celle du reste de la peau. Le tems nécessaire pour que la petite verole séche & tombe, est plus long pour les Négres que pour nous ; & les grains demeurent quelquefois à demi-secs pendant trois ou quatre semaines. Quand après cela la croute de la petite verole s'en est allée, la peau paroit au commencement jaunâtre, d'où elle passe insensiblement à un jaune noirâtre, la cuticule est brillante & fort déliée ; mais deux ou trois mois après la chûte des croutes, elle devient plus dure, & en même temps plus noire, jusqu'à ce qu'elle se retrouve au même degré de noirceur avec le reste de la peau, dont elle ne diffère plus que par l'épaisseur ; c'est pourquoi la peau épaisse qui environne, paroit en même temps un peu moins noirâtre. L'épiderme descend aussi profondément dans le cercle extérieur de la cicatrice de petite vérole ; c'est pourquoi, après l'avoir levée, on la trouve plus large que la partie de la peau qu'elle avoit couverte. En général la même chose a lieu dans tout l'épiderme, savoir qu'après être separé de la peau qui est dessous, il a beaucoup plus d'etenduë que la peau même, ou forme une surface plus grande qu'elle, parce qu'il descend dans les sillons mêmes de la peau, & n'est pas susceptible de contraction comme elle. C'est ce qui paroit surtout au nombril, qui dans tous ses profonds replis est couvert d'une peau noirâtre, qui est le double plus grande que la peau même du nombril, aussi bien que dans les mammelons, qui sont profondément revêtus dans tous leurs sillons d'un épiderme fort étendu.

VII. L'épiderme est adhérent partout à la peau ; premièrement par le moyen d'une mucosité qui est noire dans les Négres ; en second

fecond lieu, par les racines des poils qui prennent naiſſance dans la peau, & qui ſont envelopés extérieurement de l'épiderme. De là vient que cette adhéſion eſt plus ou moins forte en differens endroits. Il n'y a presque aucune partie du corps, à l'exception de la paume des mains & de la plante des pieds, où l'épiderme n'ait cette double liaiſon avec la peau. C'eſt pour cela que partout, dans la poitrine, la peau de l'abdomen, le cou, les épaules, les bras, le dos, les cuiſſes, & les chevilles, l'épiderme a du côté qui eſt tourné vers la peau une infinité de petites racines blanches tranſparentes, qui manquent entierement dans les endroits qui couvrent la paume de la main & la plante du pied. Ces petites racines forment la connéxion très étroite qui ſe trouve entre l'épiderme & la peau, enſorte qu'on ne peut les ſéparer qu'en diſſolvant par la macération la liaiſon ſolide des fibres celluleuſes de la peau, parce que c'eſt alors ſeulement que ces petites racines adhérentes à l'épiderme abandonnent la peau.

VIII. Comme les Auteurs ſe partagent en divers ſentimens au ſujet de ces petites racines, les uns les prenant pour des ligamens, les autres pour des vaiſſeaux qui ſe trouvent parmi les racines des poils qui entrent dans l'épiderme, j'ai apporté tous mes ſoins à m'aſſurer de leur nature. Ces petites racines arrachées, paroiſſoient à la ſimple vuë tranſparentes, & remplies en dedans de rayes noires ; mais par le moyen d'un Microſcope qui groſſit presque infiniment les objets, j'ai vû de la maniere la plus diſtincte, qu'il n'y a rien qui ſorte de cette ſurface intérieure de l'épiderme, à l'exception des racines brillantes des poils, qui ſont pourvuës de petits bulbes oblongs & blanchâtres. Mais, pour me procurer une plus grande certitude, s'il y a des vaiſſeaux qui ſe rendent à l'épiderme, j'ai fait macérer dans l'eau, trois ſemaines pendant les Canicules, le bras & le pied que j'avois fort ſoigneuſement rempli de matiere injectée. Pendant cet eſpace de temps tout l'épiderme qui couvroit la peau du reſte du corps s'étoit diſſous, en ſorte qu'il étoit tombé de lui-même, la membrane muqueuſe, ou

le réseau Malpighien, ayant été réduite en une liqueur brune. Mais l'épiderme des parties injectées conserva une adhérence très ferme. En recherchant avec toute l'application possible la cause de ce phénomene, j'ai trouvé qu'il n'y avoit absolument aucun petit vaisseau rempli, qui joignit l'épiderme avec la peau ; mais ces petites racines, ou les bulbes des poils, s'étoient engagées avec beaucoup plus de force dans la peau ; & c'étoit-là la véritable raison de cette adhérence si étroite. En effet les vaisseaux cutanés ayant été premièrement remplis avec toute l'exactitude possible, pouvoient mieux résister à la corruption & à la dissolution ; tandis que les fibres plus roides, & mieux appliquées les unes contre les autres, retenoient avec plus de force les bulbes des poils plus étroitement engagés dans l'épiderme. Aussi, en faisant au bout de trois semaines la séparation de l'épiderme, la plûpart des petits bulbes des poils demeurerent dans la peau, tandis que dans le même tems ils sortoient tous d'eux-mêmes de la peau qui n'avoit pas été injectée. Il en fut tout autrement de l'épiderme des paumes des mains & des plantes des pieds. Comme ces racines des poils y manquoient, dès le 8 ou 10 jour l'épiderme se sépara entierement de ces parties & des doits, quoique la peau y fut très rouge & fort exactement remplie. Je la conserve encore, & l'on n'y peut appercevoir au Microscope aucun petit point, où les vaisseaux qui traversent la peau ne s'offrent à la vuë parfaitement remplis. Mais il n'y a pas le moindre de ces vaisseaux qui se rende à l'épiderme, & qui en s'y répandant s'y termine. D'ailleurs assurément, si la liaison étroite de l'épiderme avec la peau se faisoit par le moyen des vaisseaux, il faudroit qu'elle fut plus forte encore aux paumes & aux plantes que dans les autres endroits, puisque les vaisseaux y abondent, & qu'elles paroissoient toutes rouges après une copieuse injection. La même chose arriva en faisant cuire la peau avec l'épiderme. Car l'ayant mis ensuite à macérer dans un même vase d'eau avec un morceau de peau non cuite, elle ne se sépara pas de la peau, mais elle y demeura fermement attachée. La raison en est la même, sçavoir que les fibres cellu-

luleuſes de la peau, mieux unies entr'elles par la coction, tenoient plus ſerrées ces racines, ou bulbes des poils, & rendoient ainſi la liaiſon de l'épiderme avec la peau plus étroite.

IX. Mais il ſe préſente ici une queſtion, ſur la maniere dont l'épiderme, dans les diverſes parties du corps, ſe ſépare de la peau; dont l'examen peut contribuer encore à nous en faire mieux découvrir la nature. J'ai déjà indiqué deux cauſes d'adhéſion, ſçavoir la membrane muqueuſe, ou le réſeau Malpighien, & les racines des poils, parmi lesquelles on compte les petits vaiſſeaux qui percent & exhalent en dedans & en dehors; après la deſtruction desquelles racines, ou vaiſſeaux, la liaiſon de l'épiderme avec la peau ne ſubſiſte plus.

X. La macération diſſout inſenſiblement cette membrane muqueuſe, & dans les Négres la réduit en une liqueur noire. Dans l'état naturel cette mucoſité n'eſt pas toujours également fluide, mais lorsque la cuticule a été tout fraîchement ſéparée, les particules en ſont fortement cohérentes, & elle tient avec tant d'opiniâtreté à l'épiderme, qu'il n'y a presque alors aucun moyen de l'en ſéparer. Mais ſi vous prenez ce même épiderme, qui après la macération ſe détache fort aiſément de la peau & de la membrane muqueuſe, après la diſſolution de celle-ci, & que vous le mettiez dans l'eſprit de vin, la mucoſité s'épaiſſit, & l'adhérence à la peau redevient fort étroite. Cela fait bien voir, que ce réſeau Malpighien n'eſt autre choſe qu'une liqueur muqueuſe épaiſſie en une membrane, que la putréfaction & la macération diſſolvent fort aiſément, tandis que la peau & l'épiderme conſervent le tiſſu ferme de leur ſtructure. C'eſt en général la nature des liqueurs muqueuſes & lymphatiques du corps humain, que l'eſprit de vin les épaiſſit, au lieu que l'eau en procure une promte ſolution. La même liqueur muqueuſe expoſée à l'air s'épaiſſit, & forme une croute ſemblable à de la corne.

XI. Mon illuſtre & reſpectable Maître, M. de *Haller*, dans l'incomparable Ouvrage qu'il a intitulé *Eſſai de Phyſiologie*, a conjecturé

que c'étoit de cette maniere que s'engendroit l'épiderme ; & je vais confirmer cette opinion, tant par la voye du raisonnement que par celle des Expériences. Les Anciens, & entr'autres *Vesalius* (*), ont appellé la cuticule *l'efflorescence de la peau ;* & le célébre *Morgagni* y a apporté quelque correctif, en disant (**) que l'épiderme étoit la surface extérieure de la peau, ou une petite lame comprimée par l'air. *Ruysch* nomme positivement (***) l'épiderme, l'efflorescence des papilles nerveuses. *Leuwenhoek*, & après lui le grand *Boerhaave* (****), avancent que la réünion des extrémités des vaisseaux exhalans forme l'épiderme. Enfin *Garengeot* est dans l'idée, que l'épiderme est une croute, qui se forme de l'endurcissement de la mucosité cutanée, ou du réseau Malpighien.

XII. La couleur de l'épiderme des Négres démontre au premier coup d'oeil qu'il est entierement séparé de la peau même, & qu'on ne sçauroit le prendre pour la surface extérieure de cette peau durcie. Car on voit une peau parfaitement blanche sous la mucosité noire & sous l'épiderme ; & cette mucosité se dissout facilement en liqueur, ce à quoi on ne réduira jamais la peau même. Là même où il n'y a point de vraye peau, & où sa continuité est interrompuë, comme au nombril, la cuticule existe pourtant, & se trouve cohérente partout, & elle ne finit point avec la peau dans la partie coupée du nombril. Il n'y auroit point de raison non plus, pourquoi dans les places gâtées par la petite verole, l'épiderme noir se produiroit dans un Négre qui se trouve transplanté dans nos régions septentrionales, tandis qu'il revient blanc aux naturels du païs ; & cela fait voir de plus en plus que l'épiderme est une substance particuliere tout à fait differente de la peau.

XIII.

(*) *De humani corporis fabrica*, L. II. C. 5. p. 1555.

(**) *Adversar.* II. *Animadverf.* 3.

(***) *Thes. Anat.* II. Ass. IV. n. 6. & Th. IX. Ass. II. n. 37.

(****) *Instit. rei medica, cum Comm. Halleri*, Vol. III. p. 537.

XIII. Son insensibilité est une preuve suffisante, qu'il ne doit point être pris pour une excrescence des petites papilles nerveuses. L'augmentation de l'épiderme ne fait point accroitre le sentiment ; au contraire il l'émousse. Ce n'est pas que les nerfs ne puissent contribuër en quelque chose à sa génération par le moyen des vaisseaux exhalans ; mais cela ne met nullement en droit de l'appeller une excrescence des nerfs, y ayant une différence totale entre un vaisseau, & la liqueur qu'il contient, ou qui en sort par voye d'excrétion. Suivant ce sentiment l'épaisseur de l'épiderme devroit être en proportion avec les nerfs, ce qui n'a point lieu dans le corps humain. Il se distribuë aux lèvres une quantité immense de nerfs, qui sont pourtant revêtus de l'épiderme le plus mince ; par exemple, à la plante & sur le dos du pied la quantité des nerfs est petite, eu égard à l'étenduë de ces parties, & cependant la cuticule est fort épaisse. Ajoutez dans le cas dont il s'agit ici, la couleur blanche des nerfs, & la couleur noire de l'épiderme ; ce qui ne devroit pas avoir lieu, si l'épiderme tiroit son origine des nerfs.

XIV. Que ce soit la réünion des petits tuyaux des vaisseaux qui forme l'épiderme, c'est une supposition que la vuë seule détruit ; il paroit plutôt, lors-même qu'on le considère au meilleur Microscope, soit sec, ou humide, que c'est un tissu continu, & sans aucun trou visible. D'ailleurs l'épiderme s'engendre également dans les endroits du corps, où il n'y a point de vaisseaux exhalans qui portent leurs embouchures, comme dans une cicatrice que vous trouvez également garnie partout d'épiderme, & dans le nombril où il descend profondément jusqu'aux derniers replis des vaisseaux umbilicaux coupés, & de là vient qu'il a plus d'étenduë que le nombril même, quoiqu'il n'y ait là aucune véritable peau, mais plutôt une ouverture, qu'on peut fort bien appercevoir dans les dilatations causées par les hernies, ou par la grossesse. Il en est de même des marques de petite vérole, que l'épiderme couvre partout. C'est ce qui ne me permet pas d'adopter cette

te opinion qui attribuë à l'épiderme une ſtructure organique. Elle eſt outre cela expoſée à la même difficulté que la précédente, ſavoir celle de la couleur noire de l'épiderme, tandis que les vaiſſeaux dans un Négre ſont partout de la dernière blancheur, ce qui rend tout à fait vraiſemblable, que leurs extrémités devroient conſerver la même couleur.

XV. Je vais donc me ſervir des Obſervations que j'ai faites dans la diſſection du Négre dont il s'agit dans ce Mémoire, pour tâcher de déterminer, quelle eſt la nature de l'épiderme, & comment-il diffère du réſeau qu'on nomme *Malpighien*.

XVI. Partout où l'épiderme eſt étendu ſur la peau, on trouve au deſſous une membrane muqueuſe, qui dans les Négres eſt noire, ou d'un brun fort foncé. C'eſt cette membrane à laquelle *Malpighi* a donné autrefois le nom de *réſeau*, eſtimant que c'étoit une véritable membrane, & que les nerfs & les autres vaiſſeaux la perçoient en forme de réſeau. Il n'eſt pas difficile d'en faire la préparation dans une langue de boeuf, ou de mouton, cuite; car la coction, en l'endurciſſant, lui donne de la cohéſion, & l'apparence d'une membrane; mais cela ne réüſſit pas de même avec une langue humaine, beaucoup moins avec de la peau de Négre cuite. C'eſt pourquoi les plus célébres Anatomiſtes, & principalement, M. de *Haller*, ont révoqué en doute la ſubſtance membraneuſe de cette mucoſité. Mais il n'y a perſonne qui ne puiſſe arriver à la conviction ſur ce ſujet par la voye des Expériences.

XVII. Dans le corps humain, il n'y a point d'autre partie que la lymphe muqueuſe, dont la cohéſion viſcide forme des membranes, qui, ſurtout lorsqu'elles ſont encore toutes fraîches, & que l'air ou la chaleur ne les ont point deſſéchées & durcies, peuvent être aiſément diſſoutes, & réduites en un fluïde, par la macération & la putréfaction; tandis que l'air & l'eſprit de vin les durciſſent. C'eſt ce qui arrive au

réſeau

réseau Malpighien. Aussi-tôt que la peau macérée dans l'eau éprouve la dissolution, cette mucosité noire qui est entre la peau & l'épiderme se dissout pareillement ; d'abord elle devient molle, & l'on peut la séparer aisément de l'épiderme, auquel elle tient avec force, quand la peau est fraîche ; & alors elle a une extrême ressemblance à cette mucosité pituitaire, ou morve, qui s'attache à la membrane des narines. Cette matiere muqueuse, brune dans les Négres, n'existe pas partout dans la même quantité, mais elle est beaucoup plus abondante, là où la cuticule est plus épaisse, comme aux cuisses, aux fesses, au dos, à l'abdomen, & en moindre quantité à la poitrine, au visage, sous les aisselles ; & on ne sçauroit seulement l'appercevoir aux plantes des pieds, & aux paumes des mains, où la couleur brune manque. Cette mucosité est si molle qu'on peut aisément l'enlever avec le coûteau, elle s'épaissit dans l'esprit de vin, & prend la forme d'une membrane, ce qui lui arrive aussi, lorsqu'elle se desséche; mais ensuite, lorsqu'on la considére au Microscope, on reconnoit que ce n'est point une membrane continuë, mais que cette matiere en se desséchant s'est réünie en bandes noires, plus ou moins épaisses, & qu'il y a par ci par là sur la peau des espaces où cette mucosité noire manque. Si l'on continuë plus longtems la macération, la mucosité se dissout entierement sous l'épiderme, & se mêle parmi l'eau qui s'insinuë entre la cuticule & la chair, formant une liqueur brune. Quand cette solution est achevée, toute la cohésion de l'épiderme avec la peau cesse, il s'en sépare entierement, & cette liqueur rassemblée remplit l'espace entre l'épiderme lâche & la peau. Cependant la structure de l'épiderme demeure ferme ; & une macération longtemps continuée ne suffit pas pour la détruire. Cette mucosité noire est répanduë partout ; elle est adhérente à l'épiderme même dans les plus profonds replis du nombril, & tant que la peau est fraîche, elle ne le quitte jamais ; mais l'épiderme avec la mucosité qui lui est adhérente, en forme de membrane noire, se détachent sans peine de la peau qui est parfaitement blanche. Cette membrane muqueuse noire ne peut ensuite

être séparée de l'épiderme par d'autre voye que par la macération & la putréfaction. Mais, lorsqu'on fait macérer dans l'eau la peau avec la cuticule jusqu'à putréfaction, cette membrane muqueuse brune devient plus adhérente à la peau, & abandonne avec beaucoup de facilité la cuticule. J'en conserve la preuve dans des morceaux de peau de plusieurs parties du corps, auxquels cette membrane muqueuse tient toute entiere, après s'être détachée d'elle-même de l'épiderme, dont la couleur est cendrée.

XVIII. Nous apprenons par cette séparation, que tant que la membrane muqueuse n'est pas privée de sa viscidité, elle fait presque un seul corps continu avec l'épiderme ; car elle y entre, & s'insinuë trés étroitement dans les plis, rides, & cavités innombrables de l'épiderme. Mais, lorsque la macération dans l'eau a privé cette membrane de sa viscidité glutineuse, & que les plis de l'épiderme sont relâchés, elle s'attache à la surface visqueuse & plus molle de la peau, & à ses plis, en quittant la surface de l'épiderme, qui est plus séché.

XIX. Cette membrane muqueuse couvre partout les petits mammelons de la peau ; les poils qui sortent de la peau, passent au travers, & il est assez probable que les vaisseaux exhalans se terminent sous elle, & au dedans d'elle ; car après l'injection on ne voyoit pas le moindre petit vaisseau qui la traverse, quoique tous les points de la peau eussent été trés exactement remplis de la liqueur cereuse rouge dont elle avoit été injectée.

XX. En recherchant la nature de cette membrane muqueuse noire, je soumis d'abord à un Microscope qui grossissoit extrèmement les objets, de petits morceaux de peau, auxquels cette mucosité étoit adhérente, secs & récemment détachés, & je les examinai attentivement, pour voir si je découvrirois des rayes teintes, ou de petits vaisseaux remplis de cette couleur noire. Mais tous mes soins furent inutiles ;

tiles ; je trouvai au contraire ſous cette mucoſité noire une peau très blanche, & dont la blancheur éclatoit dans l'endroit où elle avoit été coupée, ſans qu'il fut poſſible d'y obſerver aucune raye noire, ni aucun petit vaiſſeau de la même couleur. Ces Expériences m'ont convaincu, que cette mucoſité, telle qu'elle ſe trouve adhérente ſous la cuticule, c'eſt à dire noire, n'étoit point ſortie ainſi des vaiſſeaux cutanés par ſécrétion, mais qu'elle avoit plutôt été jaune au commencement, & qu'enſuite en ſéjournant ſous l'épiderme elle y avoit noirci. La choſe ne paroitra point impoſſible à ceux qui ſont verſés dans la diſſection des corps. Il eſt aſſez ordinaire de trouver dans les ovaires des perſonnes âgées, ou dans ceux qui ſont ſquirreux, des taches noires, au lieu des petites veſicules qu'on nomme communément oeufs, & qui dans l'état naturel ſont remplies d'un ſuc jaunâtre facile à coaguler. On a même coutume de rencontrer, ſous les cicatrices des ovaires, au lieu du corps jaune, un pareil petit corps noir, lorsqu'il s'eſt ecoulé quelques années depuis la rupture du petit oeuf qui s'eſt détaché. Mais la régéneration même de la mucoſité noire dans le corps vivant des Négres, prouve qu'originairement elle étoit jaunâtre. J'ai remarqué ci-deſſus §. VI. l'état de l'épiderme des Négres dans les endroits marqués de petite vérole. Quand la croûte des puſtules eſt tombée, on apperçoit une tache jaunâtre, qui s'obſcurcit enſuite inſenſiblement, en ſorte qu'au bout de quatre ſemaines elle paroit d'un jaune cendré ; enſuite elle devient tout à fait cendrée, jusqu'à ce qu'au bout d'environ trois mois elle prend la couleur noire de tout le reſte du corps. Je ſuis presque certain que le même changement arrive dans la playe du nombril coupé, & qu'en général les playes des Négres reprennent de la même maniere leur cuticule avec ſa noirceur ; quoique je n'aye pas encore eu d'occaſion de faire cette Obſervation par moi-même.

XX. Je ne ſçaurois donc goûter ce que *Santorinus* a avancé là-deſſus (*), en attribuant au foye cette ſécrétion de la liqueur noire

 qui

(*) *Obſervat. Anat.* Venet 1724. Cap. I. §. II.

qui eſt ſous la cuticule, vû que le foye des Négres, tant à l'egard de ſa couleur que de ſa ſtructure, ne diffère en rien de celui des Blancs, comme je puis l'aſſurer avec certitude. La graiſſe ſous-cutanée dans les Négres eſt d'une couleur un peu plus jaune que la nôtre ; de maniere qu'il eſt aſſez probable que cette graiſſe, en tranſſudant par les pores de la peau, & en ſe répandant ſous la cuticule, ſe mêle avec la liqueur qui ſort par ſécrétion des vaiſſeaux cutanés, & qu'avec le tems elle en augmente la noirceur. Cette opinion paroit être confirmée par la plus grande tenacité qu'a la liqueur muqueuſe dans le corps vivant des Négres ; d'où vient que leur petite vérole tombe & ſe deſſéche plus lentement : & c'eſt auſſi à cela qu'il faut attribuër l'odeur, le poli, & l'eſpece de brillant qu'a la peau des Négres, qui eſt plus huileuſe & ſent plus le rance que celle des Blancs. Les nerfs exhalans y contribuënt peut-être auſſi en quelque choſe ; & ce ſoupçon ſera confirmé ci-deſſous, lorsque je rapporterai la diſſection du cerveau de ce Négre. Pour ce qui regarde la ſtructure cribreuſe de cette membrane muqueuſe brune, telle que *Malpighi* l'a repréſentée, il n'y là dedans d'autre fondement que les petites élévations dans les endroits où aboutiſſent les extrémités des mammelons ; car d'ailleurs la mucoſité enduit partout la peau d'une maniere uniforme.

XXII. Mais paſſons préſentement à la nature & à la génération de l'épiderme même. J'ai déjà indiqué ci-deſſus §. II. les ſentimens de divers Auteurs dont les uns veulent que ce ſoit une partie de la peau deſſéchée, les autres un tiſſu organique, & quelques uns une production des humeurs qui ſortent du corps par excrétion. L'épiderme des Négres va nous donner des notions plus certaines ſur la véritable nature de l'épiderme en général ; & ſa couleur, differente de celle de la peau, ſera d'autant plus favorable à nos Obſervations.

XXIII. La couleur de l'épiderme des Négres eſt cendrée, tirant un peu ſur le noir. Quelques Auteurs, comme *Malpighi*, & *Littre*, ont avancé qu'il étoit blanc ; mais j'ai peine à comprendre ce

qui

qui a pû leur faire naître cette idée. Car cet épiderme mis dans l'esprit de nitre ne blanchit pas ; il y devient jaune, comme mes propres Expériences me l'ont appris. Mais cette opinion avoit déjà été détruite par les Expériences des célébres Anatomistes, *Ruysch*, *Albinus*, *Winslow*, & *de Haller* (*), qui déclarent tous que la couleur de l'épiderme des Négres est cendrée, comme elle l'est en effet. Mais *Santorinus* (**), M. *Morgagni* (***), à la vérité d'aprés une Observation ancienne, & *Ruysch* (****), dans ses premiers Ouvrages, décrivent cet épiderme comme noirâtre. Peut-être que ces Savans n'ont considéré l'épiderme, que lorsque la membrane muqueuse y étoit encore adhérente ; mais, quand on a fait dissoudre cette membrane par une longue macération, & qu'on l'a raclée toute entiere d'après l'épiderme, celui-ci se manifeste d'une couleur cendrée. Mais il n'y a pas moyen de le rendre blanc, ni par la plus longue macération, ni par la coction, ni en le faisant sécher ; il conserve toujours sa couleur d'un brun cendré. Je suis donc en état de certifier, après le grand nombre d'Expériences que j'ai faites dans cette vuë, que partout où la peau des Négres paroit noire, elle est couverte d'une cuticule de couleur cendrée. Mais dans le Négre en question elle étoit tout à fait blanche aux plantes des pieds, aux paumes des mains, dans la bouche, & dans les parties internes du corps ; & il n'y avoit aucun vestige d'une mucosité noirâtre sous la cuticule de toutes ces parties : la peau qui y étoit tout à fait blanche, étoit couverte d'une mucosité blanche, & d'un épiderme de la même couleur. La noirceur de la peau décroit insensiblement en approchant de ces parties, de sorte qu'à la main comme au pied le dos des doits est vers le milieu d'un brun clair, jusqu'à ce que la couleur blanche se déclare entierement aux paumes & aux plantes. La cuticule étant ensuite séparée, il parut que, comme

(*) *Comment. in Inst. Beerhav.* Vol. III. p. 555. not. d.
(**) Lib. cit. Cap. I. pag. 2.
(***) l. cit. Anim. IV.
(****) *Thes. Anat.* II. Ass. V. n°. 12.

la couleur noirâtre alloit en décroissant vers la paume, cette mucosité noirâtre alloit toujours en diminuant à proportion, de façon qu'elle s'éclaircissoit & paroissoit blanche vers l'endroit du doit qui touchoit à la paume. Cela me fit croire que cet épiderme, lorsqu'il seroit séparé du doit, paroîtroit blanc. Pour m'en assurer, je fis dissoudre la mucosité par voye de macération, & je la raclai soigneusement d'après l'épiderme ; mais la couleur cendrée & grise de l'épiderme des doits demeura toujours la même qu'auparavant, de maniere que son plus ou moins de noirceur répondoit toujours exactement aux mêmes nuances dans la couleur de la membrane muqueuse ; la peau d'ailleurs est également blanche dans ces endroits, & par tout le corps, mais l'adhérence de la membrane muqueuse y étoit moins forte que dans les autres parties.

XXIV. Il y a donc une différence essentielle entre la substance de la peau, & celles de l'épiderme & de la membrane muqueuse; ce que démontre suffisamment la diversité de leur couleur & de leur nature. De plus, comme on vient de le voir, la couleur de la membrane muqueuse qui est sous la cuticule, répondant partout très exactement à la couleur de l'épiderme, il n'y a personne qui n'apperçoive aisément que l'épiderme n'est autre chose que la partie extérieure de cette membrane muqueuse, noire dans les Négres, desséchée & endurcie à l'air, & par la pression que le corps humain ne cesse d'éprouver depuis son origine. De là vient que, moins une partie du corps est exposée à cette pression, & en prise à l'air, moins aussi l'épiderme y a de force & de roideur. C'est encore pour cette raison qu'un fœtus, qui vient au monde avant terme, a toute la surface du corps comme resplendissante, l'épiderme étant encore muqueux, & d'une consistance molle & pulpeuse. Mais, après que cet épiderme est tombé peu à peu des corps des enfans nouveau-nés, il lui en succede un autre plus sec & plus noir. Les travaux relatifs aux divers genres de vie augmentant ensuite la compression aux paumes des mains & aux plantes des pieds,

l'épi-

l'épiderme de ces parties, qui dans les petits enfans est tendre & délicat, devient dur & épais.

XXV. Mais reprenons en considération la petite vérole, qui nous fournit dans les Négres une preuve trés certaine de l'origine que nous venons d'attribuër à l'épiderme. On a dit ci-dessus §. VI. comment, après que la croute de la petite vérole étoit tombée, la peau qui se trouvoit dessous paroissoit jaunâtre, & en même tems humide, pulpeuse, & molle. Ces places exposées à l'air se recouvrent d'abord un peu d'une petite lame très mince & plus séche, de même couleur que la membrane muqueuse qui est dessous; laquelle noircissant ensuite ensuite insensiblement, & une autre cuticule succédant à la premiere qui est enlevée, la tache qui étoit jaune au commencement, devient noire, & l'épiderme prend la couleur cendrée qu'il a dans tout le reste du corps.

XXVI. Le nombril est couvert d'un épiderme non interrompu, mais qui est continu & s'étend profondément dans tous ses replis & sillons; quoique le tissu de la peau ne soit pas d'une structure continuë dans cet endroit. Or dans les Négres l'épiderme qui est caché dans les replis les plus profonds, a comme par tout le reste du corps une couleur cendrée, & même plus noirâtre; & tous ses sillons & replis sont entierement pleins d'une mucosité noire, ou brune.

XXVII. Ainsi, puisque dans les endroits même où la continuité de la peau n'a pas lieu, la cuticule ne laisse pas d'exister; que la membrane muqueuse suit partout la nature de l'épiderme; & que dans les endroits où celui-ci a été entierement emporté, il s'engendre de nouveau de cette mucosité placée sous la cuticule: il n'y a rien de plus naturel que d'en conclurre que l'épiderme n'est autre chose que la croute extérieure de la membrane muqueuse sous-cuticulaire desséchée & endurcie, à laquelle la compression & l'action de l'air extérieur donnent insensiblement cette épaisseur, & cette dureté, plus ou moins grandes, que nous remarquons dans les différentes parties du corps humain.

XXVIII.

XXVIII. Cette origine de l'épiderme nous apprend, pourquoi il paroit moins noir que la membrane muqueuſe qui eſt deſſous. Cela vient de ce que ſes particules deſſéchées ſont plus étroitement & plus ſolidement unies entr'elles, & forment ainſi un corps membraneux plus tranſparent. Il s'enſuit de là que l'épiderme tranſparent, qui eſt humide lorsque la mucoſité d'un brun noirâtre ſe trouve deſſous, doit alors paroitre beaucoup plus noir, que quand il en eſt ſéparé. Mais le deſſéchement le rendant plus roide, il change de nature, de ſorte que la macération ne vient pas à bout de le diſſoudre comme la mucoſité qui eſt deſſous, mais il conſerve l'apparence d'une membrane continuë; & quand, après l'avoir détaché, on le fait ſécher à l'air, il reſſemble à une petite lame tout à fait mince de corne ou de cuir. De là vient que dans les endroits où il eſt expoſé à une plus forte preſſion, comme ſous la plante des pieds, ou à la paume des mains, ſa ſubſtance devient comme de corne, épaiſſe & diviſible en lames tranſparentes.

XXIX. C'eſt peut-être à cette compreſſion externe qu'il faut attribuër la blancheur des plantes & des paumes dans les Négres. En effet la mucoſité, qui probablement eſt blanche au commencement, étant comme exprimée par une preſſion continuelle, ſe change d'abord en épiderme, de ſorte que cette mucoſité n'ayant pas eu le tems de noircir, l'épiderme qui s'en forme ne ſçauroit non plus acquérir la couleur noire.

XXX. Peut-on dire avec *Leuwenhoeck*, que l'épiderme ſoit d'une ſtructure écailleuſe? Cet habile homme paroit avoir été trompé par des portions d'épiderme détachées des diverſes parties du corps, qui ſont le plus expoſées au frottement. Tel étoit en effet celui que j'ai trouvé dans la région du grand trochanter, & dans celle du coude; il étoit épais & raboteux, & il s'en étoit détaché, tant lorsqu'il étoit ſec, que lorsqu'il étoit humide, des particules qui tomboient dans l'eau. Mais cela ne nous met nullement en droit de dire que l'épiderme tout entier, comme celui des poiſſons, ſoit compoſé de petites écailles; on

on voit le contraire au Microſcope, qui n'y fait appercevoir que les plis & les cavités qui répondent aux impreſſions que la peau y fait. Ces petites écailles ne ſçauroient même être obſervées dans l'épiderme le plus épais des plantes & des paumes, qui eſt ſeulement formé de couches poſées les unes ſur les autres d'un épiderme durci & pareil à de la corne, & qui, comme tout le reſte de l'épiderme, differe totalement des écailles de poiſſon, qui n'ont abſolument aucune continuité. Je n'ai jamais été aſſez heureux pour découvrir au meilleur Microſcope ces petites écailles dans l'épiderme frais le plus net, ni dans l'épiderme ſec ; c'eſt pourquoi je ne puis que demeurer dans l'indéciſion à cet égard, jusqu'à ce qu'il y ait des Expériences ſur lesquelles on puiſſe faire fonds.

II.

De la diverſité de couleur dans la ſubſtance médullaire des Négres.

I.

Les glandules conglobées étant endurcies dans l'abdomen avec le péritoine, comme on le verra plus bas, je me hâtai extrèmement de faire la diſſection du cerveau, pour voir ſi l'Expérience confirmeroit ce que j'avois obſervé ici dans un autre cas avec M. le Profeſſeur *Zinn*, ſavoir que les parties du cerveau étoient durcies dans un enfant, dont les glandules conglobées de presque tout le corps étoient ſquirreuſes.

II. Après avoir ſéparé le péricrane avec les intégumens communs, j'obſervai d'abord dans l'os de l'occiput une diverſité ſinguliere. La partie ſuprème, & presque jusqu'à la moitié de cet os, qui dans l'état naturel, eſt adhérente aux os du bregma par le moyen de la ſuture lambdoïde, étoit formée d'un os particulier de figure rhomboïde,

de deux pouces & demi de largeur, & de deux pouces de hauteur. Cet os dont l'angle inférieur étoit à dents émoussées, & d'environ un pouce de largeur, étoit uni avec l'os de l'occiput par le moyen d'une véritable suture, immédiatement au dessus de sa ligne transversale supérieure. Les deux côtés inférieurs étoient de même étroitement attachés à l'os de l'occiput par une suture à dents. Les côtés supérieurs tenoient au bregma, aussi par une vraye suture, mais qui avoit beaucoup moins de dents que celle qui attachoit les côtés inférieurs à l'os de l'occiput ; pour la suture continuë lambdoïde de l'os de l'occiput, elle étoit interrompuë par plusieurs petits os Wormiens. Cette suture des côtés inférieurs de cet os, étoit continuë au reste de la suture inférieure de l'os de l'occiput de la partie lambdoïde, en égard aux dentelures, qui sont ordinairement plus grandes à la suture lambdoïde ; mais, quant à la direction, la suture des os supérieurs se terminoit de part & d'autre au concours des os du bregma, en un angle pareillement émoussé, & qui tenoit par une mince suture à l'autre os Wormien suprême, lequel étoit adhérent à la partie de derrière de la suture sagittale, entre les os du bregma. On a coutume d'appeller *Wormiens* de semblables petits os, placés entre ceux du bragma & celui de l'occiput ; mais celui que je viens de décrire, vû sa grosseur extraordinaire, paroissoit faire un os particulier du crane. Car il surpassoit de beaucoup celui qu'*Eustachius* a remarqué dans ses Tables (*), & sa figure étoit aussi tout à fait differente.

III. Après l'ouverture du crane, les tuniques se trouverent disposées de la même maniere que dans les autres corps. Lorsqu'elles eurent été écartées, le cerveau se montra dans une parfaite intégrité, d'une consistance assez solide, & ayant l'odeur d'un cerveau frais ; car j'en fis la dissection dès le lendemain de la mort, afin de pouvoir l'examiner dans toute sa fraîcheur. Auprès de l'endroit où les veines s'inserent dans le sinus longitudinal, il y avoit plusieurs de ces glandules qu'on

(*) *Tabl. Anat. ex Edit.* Albini. Tab. XCVI. n. 8.

qu'on nomme *Pacchioniennes*, placées en foule, comme de petits grains de millet, autour des troncs des veines. La pie-mère étoit fortement adhérente à la substance corticale ; & cette substance elle-même étoit parfaitement entiere, ferme parce qu'elle étoit toute fraîche, ayant sa structure ordinaire, & la couleur cendrée qui lui est naturelle.

IV. En coupant & détachant par lames la substance du cerveau des parties supérieures aux parties inférieures, je m'apperçus que la couleur de la substance médullaire du cerveau, qui surpassoit de beaucoup la substance corticale en solidité & en densité, différoit un peu des autres cerveaux ; car cette couleur n'étoit pas blanche, comme on la trouve ordinairement dans des cerveaux aussi frais, mais elle étoit bleuâtre ; & aussi-tôt qu'une partie détachée du cerveau étoit exposée à l'air, elle devenoit sur le champ tout à fait blanche. Plus je descendois profondément en faisant la dissection, & plus cette couleur augmentoit avec la substance médullaire, & dégénéroit en bleuâtre ; mais il en étoit comme de la précédente, lorsqu'on l'exposoit à l'air, elle y blanchissoit d'abord. Voyant cela, je partageai de nouveau des morceaux déjà disséqués de la substance médullaire, & j'observai qu'ils avoient intérieurement la même couleur, toutes les fois que j'avois fait récemment la dissection, mais que cette couleur ne tardoit pas à se changer en blanc. J'ouvris ensuite les ventricules tricornes, dans lesquels il y avoit un peu d'eau sereuse, & qui étoient tout à fait séparés l'un de l'autre par la cloison transparente, qui étoit parfaitement entiere, en sorte que le souffle ne passoit pas de l'un de ces ventricules dans l'autre, mais quand l'un s'elevoit, l'autre s'abaissoit tout à fait. C'est ce qui a toujours lieu dans l'état naturel du cerveau, à moins que l'on n'ait rompu la cloison en soufflant avec trop de force ; & le grand nombre d'Observations que j'ai faites dans cette vuë, me permet d'assurer le fait avec certitude. Cette cloison transparente étoit d'une consistance si ferme, qu'il me fut facile, après l'avoir séparé du corps calleux, d'en couper des lames détachées les unes des autres. Après avoir ôté des

couches des nerfs optiques les plexus choroïdes, qui étoient si larges, qu'ils les couvroient entierement, & en même tems la voûte, qui étoit d'une couleur blanche, & ayant sa figure ordinaire, j'enlevai avec beaucoup de circonspection les grandes veines de *Galien* qui y étoient recurrentes, & qui naissent des plexus choroïdes & du troisième impair; & en suivant cette méthode, je découvris la glande qu'on nomme pinéale, parfaitement entiere, & sans aucune lésion. Elle n'étoit pas, comme on la trouve ordinairement, d'une couleur cendrée, mais d'un bleu noirâtre, & de sa base sortoient deux peduncules tout à fait blancs, qui rélativement à l'intégrité de ce cerveau y tenoient avec force, & s'alloient rendre aux couches des nerfs optiques. Il n'y avoit point là de corruption, qui eut été capable d'altérer ainsi la couleur; tout étoit ferme, & sans aucune mauvaise odeur. Les corps striés avoient extérieurement la couleur de la substance corticale; mais en les disséquant ils se trouvoient contenir de la substance médullaire disposée par rayes entre la substance corticale, & qui étoit bleuâtre, ou noirâtre. Dès qu'une petite lame coupée avoit été exposée à l'air, elle devenoit blanche en un instant; mais en reposant une semblable petite lame sur le reste de la substance, elle y reprenoit au bout d'un court espace de tems sa couleur noirâtre précédente, puis remise à l'air, y blanchissoit de nouveau. Je continuai de cette maniere à faire de profondes sections des corps canelés; & j'observai que cette couleur alloit toujours en augmentant avec la substance médullaire, jusqu'aux peduncules du cerveau. Il n'en étoit pas de même des couches des nerfs optiques; leur couleur extérieure étoit blanche; mais en dedans il y avoit une raye tirant un peu sur le noir, qui environnoit le cercle extérieur des thalames optiques; & pour le reste du dedans, il avoit la couleur naturelle blanche qu'a la substance médullaire du cerveau. La moëlle du cervelet avoit pareillement sa blancheur naturelle; & n'étoit pas bleuâtre comme celle des corps striés. Pour la moëlle allongée, elle paroissoit un peu bleuâtre, là où elle tire son origine des jambes du cerveau; mais je ne pus néanmoins observer cette couleur dans la moëlle

de

de l'épine. Quant au reste, il n'y avoit aucune diversité dans la figure & dans la structure apparente du cerveau ; toutes les parties étoient d'une intégrité parfaite, & l'on ne voyoit, ni dans le cerveau, ni dans le cervelet, aucune trace d'endurcissement squirreux ; mais tant la substance corticale que la médullaire avoient leur consistance naturelle, de maniere que je pus préparer exactement chaque partie, & la considérer tout à mon aise.

V. Cette couleur de la substance médullaire du cerveau, si elle se trouve ainsi dans tous les Négres, est donc une différence caractéristique entre leur cerveau & celui des Blancs. Mais comme une seule Observation ne met pas en droit d'affirmer le fait, ce que je viens de rapporter n'a de force qu'à l'egard du sujet que j'ai disséqué ; & il faut attendre que j'aye occasion de répéter une semblable dissection, ou que d'autres confirment par leurs Observations celle que je viens d'exposer. Jusqu'ici je ne connois point d'Observation particuliere qui se rapporte à la dissection du cerveau des Négres, tous ceux entre les mains de qui leurs corps sont tombés, s'étant bornés à examiner la couleur de l'épiderme, sans faire mention des autres parties. *Santorinus* * a bien fait ses efforts pour découvrir la source de la couleur des Négres ; mais il l'a uniquement cherchée dans le foye, par analogie avec ceux qui sont attaqués de la jaunisse. * *Loc. cit.*

VI. Cette liqueur qui teint la moëlle du cerveau, se dissipant d'abord à l'air, il ne faut pas douter que ce ne soit une exhalaison très subtile. Peut-être qu'elle contribuë à la couleur noirâtre de la membrane muqueuse sous-cuticulaire des Négres, en s'exhalant par les nerfs cutanés, & qu'en se mêlant aux autres humeurs qui sortent par excrétion des vaisseaux exhalans placés sous la cuticule, puis devenant rance avec la graisse qui transsude par les pores de la peau, elle forme cette mucosité noirâtre, à laquelle l'épiderme des Négres doit son origine. Cette opinion est principalement confirmée par la couleur noirâtre de la moëlle du cerveau, qui se trouve surtout à la base des corps

ſtriés, vû que c'eſt de là que les peduncules du cerveau tirent leur origine, & qu'ils fourniſſent à leur tour celle de la moëlle allongée, d'où naiſſent finalement la plûpart des nerfs du cerveau. Mais il faut des Obſervations réïtérées pour mettre tout cela dans un plus grand jour.

III.

De la maladie de ce Négre, cauſée par l'endurciſſement ſtéatomateux du Péritoine.

I.

Le jeune Négre dont il a été queſtion dans les Articles précédens, avoit été attaqué pendant neuf mois d'une maladie, qui, malgré les meilleurs remèdes qu'on lui donna, & les ſoins attentifs qu'on prit de lui, le conduiſit au trépas. Avant que de fournir la deſcription anatomique des parties mêmes qui furent affectées par le mal, j'expoſerai le cours & les ſymptomes de la maladie, tels qu'ils m'ont été communiqués par mon reſpectable beau-père, M. *Sprögel*, Profeſſeur & digne Membre de notre Académie, & Medecin conſommé dans la pratique, que M. le Comte *de Neale* avoit chargé, quoiqu'un peu trop tard, de la cure de ce malade.

II. Les détails qui concernent le cours de la maladie, ſe réduiſent à un petit nombre. Depuis le commencement le patient avoit eu le ventre tendu & dur, & le corps reſſerré. L'anxiété des entrailles, l'oppreſſion & les vents le tourmentoient ſouvent, ſurtout parce qu'il mangeoit avec trop de voracité, ſon naturel & ſon âge lui faiſant violer continuellement à cet égard les ordres du Medecin. Cependant l'appétit & les forces ſe ſoutenoient; & il demeuroit en état de faire ſon ſervice. C'eſt ce qui fit qu'on négligea le mal, & qu'une mauvaiſe diète continuelle lui fit jetter de profondes racines, & l'augmenta à un tel point, qu'on commença à ſoupçonner qu'il y avoit de l'hydropiſie.

dropisie. Enfin on appella le Medecin huit semaines avant sa mort. Celui-ci, pour résoudre les obstructions de l'abdomen, & corriger la matiere visqueuse, employa des remèdes salins en grande quantité, avec des laxatifs fréquemment répétés ; & il lui prescrivit en même tems une diéte fluide & résolvente. Mais tout cela fut inutile, la constipation résista aux remèdes, & ne cédoit qu'à l'action passagère des laxatifs. Il sembla au contraire que l'abdomen se durcissoit & s'enfloit de plus en plus ; & à mesure que le corps étoit moins libre, les anxiétés d'entrailles & l'oppression croissoient de jour en jour, de sorte que le malade avoit une peine infinie à souffrir le moindre vêtement qui le serrât tant soit peu. Enfin la sixième semaine après le commencement de la cure, les forces abandonnerent le malade, & il commença à garder le lit, doù il sortoit pourtant quelquefois pour faire un tour dans sa chambre. L'enflure & la dureté de l'abdomen continuoient toujours sur le même pied ; mais, bien loin que l'appetit diminuât, le malade étoit tourmenté d'une véritable faim canine. Les pieds devinrent œdemateux, & quelques jours avant la mort la diarrhée survint, qui sembla rendre les forces au malade, de façon que la veille de sa mort il marchoit librement & sans anxiété. Mais dès le lendemain l'accablement & les angoisses le reprirent, & finirent le même jour avec sa vie.

III. Pendant toute cette maladie il n'y eut point de fievre hectique, & l'amaigrissement n'avoit pas été poussé bien loin ; car on trouva partout sous la peau de son corps une certaine quantité de graisse. L'abdomen demeura dur à l'attouchement, même après la mort. Pour rechercher donc avec circonspection le siège du mal, je séparai les intégumens de l'abdomen, & premièrement la peau avec la graisse que j'ôtai de dessus les muscles. Ensuite, ayant fait la dissection des muscles jusqu'au péritoine, je trouvai celui-ci adhérent à toutes les parties de l'abdomen d'une maniere très forte, & qui n'étoit point naturelle. Je détachai donc avec autant d'exactitude qu'il me fut possible,

ſible, tous les muſcles, de ſorte qu'il ne reſtoit plus que le péritoine. Cela fait, & ne reſtant plus aucune ſubſtance celluleuſe, qui tint extérieurement au péritoine, je trouvai, au lieu de cette membrane, une croute compoſée d'une infinité de petites parties ſtéatomateuſes, cohérentes les unes aux autres, qui comprenoit tous les viſceres chylifiques de l'abdomen, auxquels le péritoine ſert de tunique extérieure.

IV. Je continuai de cette maniere depuis la partie autérieure du péritoine jusqu'au côté gauche du diaphragme ; & je trouvai pareillement le péritoine qui envelopoit le diaphragme, tout rempli de tubercules ſtéatomateux, joints entr'eux à ſa ſurface par une ſubſtance coriacée qui régnoit par deſſous. L'endroit du péritoine qui étoit adhérent à l'aile gauche du tendon du diaphragme, au deſſus de la rate, étoit presque tout compoſé de parties ſtéatomateuſes, qui tenoient fortement, non à la ſubſtance celluleuſe par laquelle le péritoine eſt lié au diaphragme, mais à la membrane même du péritoine très mince ſous la forme d'un continu ſtéatomateux, tandis que la ſubſtance celluleuſe qui le joignoit au diaphragme, en étoit tout à fait exemte, & n'étoit remplie d'aucune graiſſe, ni autre matiere.

V. La rate, entourée de la croute ſtéatomeuſe très épaiſſe du péritoine, avoit partout ſa ſubſtance naturelle, contre mon attente ; elle étoit aſſez ferme, mais ſeulement un peu plus grande qu'elle ne devoit l'être naturellement. A ſa ſurface intérieure concave tenoit l'omentum, pareillement tout rempli de tubercules ſtéatomateux. Il deſcendoit par le grand arc du ventricule, qui avoit ſa ſtructure naturelle, & n'étoint point adhérent au péritoine ; & il étoit entierement garni de tubercules ſtéatomateux de diverſe grandeur, dont les plus gros étoient le double d'un pois, mais qui avoient la forme d'une lentille applatie, ou étoient de figure irréguliere. Cet omentum tenoit au péritoine par devant ; & il étoit tellement attaché aux inteſtins par ſa partie poſtérieure, qu'on ne pouvoit diſtinguer l'endroit de la cohéſion d'avec la partie transverſale de l'inteſtin colon, ni ſa partie colique ;

mais

mais il sembloit faire une substance continuë avec le péritoine qui enveloppoit l'abdomen & les intestins. En effet sa masse, remplie partout de stéomates en forme de lentilles, étoit continuellement cohérente aux parties de l'abdomen, en sorte qu'il étoit impossible de découvrir la fin de l'omentum. Le petit omentum étoit garni de la même maniere de tubercules stéatomateux, plus séparés cependant les uns des autres que dans le grand. Pour la tunique extérieure que le ventricule reçoit du péritoine, & qui revêt sa surface, elle étoit tout à fait nette, & dans son état naturel.

VI. Les intestins étoient premièrement entourés dans la partie antérieure de l'abdomen, de cette croute du péritoine & de l'omentum, composée de stéomates assez durs, & qui tenoit fortement partout aux intestins. Après l'avoir séparée, le canal même des intestins n'étoit pas visible, mais il se trouvoit caché dans une autre tunique qui suivoit, & qui pareillement remplie de stéomates, environnoit le canal des intestins. Au commencement j'attribuai cette croûte non naturelle des intestins, à la liqueur abdominale qui se seroit peut-être épaissie & desséchée; & dans cette pensée je travaillai à découvrir la tunique commune externe des intestins, qu'ils reçoivent du péritoine. Je commençai donc à écarter insensiblement cette croûte stéatomateuse des intestins; mais il n'y avoit rien autre chose dessous cette croûte qu'une tunique musculeuse & nerveuse. Je séparai donc celle-ci d'une partie de l'intestin grêle, afin de découvrir le canal des intestins. En faisant cette opération, je trouvai que la tunique musculaire tenoit avec une extrême force à cette membrane remplie de stéatomes, comme elle a coutume de tenir à la tunique externe des intestins; & il restoit la tunique nerveuse qui fait le canal des intestins. Je séparai alors avec circonspection les fibres musculaires de cette croûte externe, pour découvrir de cette maniere la tunique externe commune qui vient du péritoine; mais il y avoit à sa place une membrane en forme de croûte, semblable à la membrane précédente du péritoine, qui entouroit le canal

nal des inteſtins, & qui étoit toute remplie de tubercules ſtéatomateux, presque contigus les uns aux autres, n'y ayant que quelques parcelles du péritoine qui paruſſent par ci par là entre ces ſtéatomes. Quelques uns de ceux-ci avoient pénétré entre les fibres ſéparées muſculeuſes des inteſtins jusqu'à la tunique nerveuſe, que je ne trouvai cependant nulle part percée, ni renduë calleuſe par ces tubercules; mais elle s'étoit conſervée dans une parfaite intégrité. Dans le reſte du canal des inteſtins j'examinai en divers endroits la tunique muſculeuſe, & je trouvai que ſous cette croûte ſtéatomateuſe elle étoit dans ſon état naturel, & auſſi forte qu'elle pouvoit l'être vû l'age du ſujet. N'ayant donc rencontré aucune trace de la tunique externe des inteſtins, à l'exception de cette croûte pleine de ſtéatomes, & le reſte du péritoine ayant été dans le même état, il ne reſte aucun ſujet de douter, que cette croûte dont les inteſtins étoient entourés, ne fut pareillement une production du péritoine qui avoit ſouffert le même changement dans ſa partie qui ſert de tunique externe, ou commune, autour des inteſtins. Cette croûte des inteſtins, compoſée d'une infinité de petits ſtéatomes joints entr'eux, étoit tellement cohérente, que tout le canal des inteſtins paroiſſoit une ſeule maſſe ſolide, dans laquelle il étoit tout à fait impoſſible de diſtinguer les parties & les differens replis des inteſtins, qui ne ſe manifeſterent qu'après avoir enlevé cette croûte avec la tunique muſculeuſe qui y étoit adhérente. Cette maſſe des inteſtins étoit encore couverte, à la partie antérieure de l'abdomen, par une autre croûte ſtéatomateuſe du péritoine & de l'omentum. Mais à la partie poſtérieure, autour des reins, là où le péritoine manquoit, ſe trouvoit la tunique celluleuſe dans ſon état naturel, pleine d'une petite quantité de graiſſe, que la chaleur faiſoit couler. Cela prouve evidemment que c'étoit le péritoine même, & nullement la ſubſtance celluleuſe, qui contenoit ces ſtéatomes; mais la ſuite achevera d'en convaincre.

VII. Le diaphragme tenoit avec beaucoup de force au côté droit de la ſurface convexe du foye, mais ce n'étoit point par quelque

tunique

tunique celluleuſe, ou par des ligamens non naturels, qui s'engendrent de la ſtagnation de la liqueur abdominale, comme la choſe arrive fréquemment ; mais cette adhéſion venoit de la partie du péritoine qui envelope le diaphragme & le foye, laquelle étoit convertie en ſtéatomes. En effet je ſéparai la partie muſculeuſe du diaphragme qui répond aux côtes du côté droit, du péritoine ainſi changé. Cette partie du diaphragme étoit dans une parfaite intégrité ; & la ſubſtance celluleuſe, qui avoit ſa ſtructure naturelle, étoit diſtincte du péritoine, qui environnoit ſa ſurface inférieure, & qui étoit ſi rempli de petits ſtéatomes, qu'il ne paroiſſoit qu'une ſubſtance ſtéatomateuſe continuë, la ſtructure naturelle du péritoine ayant entierement diſparu. Ces tubercules ſtéatomateux, unis comme dans les inteſtins avec ceux qui ſe trouvoient dans la tunique extérieure que le péritoine donne au foye, formoient une union ſi étroite du foye avec le diaphragme dans ce côté droit, que ces deux portions du péritoine, ſavoir celles qui environnent le diaphragme & le foye, ne purent être ſéparées qu'en déchirant la tunique extérieure du foye d'après la ſubſtance même de ce viſcere. Car les tubercules ſtéatomateux de la tunique externe que le foye reçoit du péritoine, avoient attaqué immédiatement ſa ſubſtance, ſans qu'il y eut aucune membrane entre deux, & la ſubſtance du foye étant d'ailleurs demeurée en ſon entier. Mais, pour m'aſſurer mieux du véritable ſiège des ſtéatomes, je commencai à ſéparer la tunique externe du foye dans l'endroit où elle conſervoit encore ſa ſtructure naturelle, & je continuai jusqu'aux endroits affectés. Je trouvai ſous cette membrane la ſubſtance même du foye dans un état à fait naturel, d'une couleur un peu jaunâtre ; mais les tubercules ſtéatomateux étoient tellement attachés à ſa membrane extérieure, que le ſtéatome touchoit, comme je l'ai déjà dit, à ſa ſubſtance même, ſans qu'il y eut aucune membrane entre deux. Le bord aigu du lobe droit du foye étoit joint avec les inteſtins par une groſſe croûte ſtéatomateuſe très épaiſſe, continuë au péritoine, qui deſcendoit du diaphragme au foye ; & après avoir rompu cette croûte, la ſurface inférieure & inégale du

foye se présentoit dans son état naturel, jointe seulement autour de la vesicule du fiel à la tunique externe stéatomateuse de l'intestin colon. A' cette surface inférieure du foye, le péritoine continué au foye autour de la veine umbilicale, couverte tant au dedans qu'au dehors de la fosse ombilicale, par la substance du lobe gauche du foye, qu'on nomme quarré, le péritoine, dis-je, étoit plein de tubercules stéatomateux, qui servoient à l'unir dans cette partie avec la tunique externe du foye. Enfin la vesicule du fiel étoit garnie de plus petits tubercules stéatomateux, qui s'y trouvoient dispersés, & qui tenoient à sa tunique externe; elle étoit distante de la largeur d'un pouce du bord antérieur du foye, il y avoit dedans très peu d'une bile, non jaune, mais cendrée; & elle étoit aussi adhérente aux intestins par des stéatomes.

VIII. Le commencement du gros boyau depuis l'ileon, étoit caché sous la croûte stéatomateuse, ramassé comme en un avec les autres intestins, auxquels il tenoit avec plus de force qu'au foye. Du côté gauche sous la rate, il étoit entouré d'une croûte stéatomateuse dont l'épaisseur égaloit celle d'un pouce; & il étoit adhérent sous la même croûte au péritoine pareillement stéatomateux. De là, en descendant au colon droit, il étoit de nouveau entouré partout d'une croûte stéatomateuse très épaisse, & tenoit à l'intestin ileon. Après avoir détaché la croûte stéatomateuse, il ne resta que la seule tunique nerveuse, la musculeuse étant adhérente à la stéatomateuse externe. J'essayai si dans cet endroit je pourrois peut-être séparer la musculeuse, afin de rendre le péritoine entier visible; mais la tunique externe stéatomateuse de cet intestin étoit indissolublement liée avec les fibres longitudinales musculeuses, & il n'existoit d'autre membrane que celle qui étoit formée par les tubercules stéatomateux. Il y avoit dans l'intestin colon quelques uns de ces tubercules qui paroissoient pénétrer jusqu'à sa tunique nerveuse, laquelle étoit cependant saine & sans aucune altération. Il résulte de tout cet exposé, qu'outre la croûte totale

tale externe, formée par le péritoine ſtéatomateux qui envelopoit les muſcles de l'abdomen, & par l'omentum, il y avoit une autre croûte particuliere, attachée autour de chaque inteſtin, formée par ſa tunique externe commune, & pareillement remplie de tubercules ſtéatomateux.

IX. La ſituation des choſes n'étoit pas la même dans cette partie du canal des inteſtins, à laquelle le péritoine ne fournit point de tunique externe. Une ſubſtance celluleuſe lâche entouroit d'une maniére naturelle la partie transverſale inferieure & deſcendante de l'inteſtin duodenum, & le lioit jusqu'au rein droit & aux vaiſſeaux. Il ne s'y trouvoit aucune trace du tubercule ſtéatomateux; mais d'abord au deſſous du meſocolon grêle on le voyoit ceint de ſa croûte ſtéatomateuſe. Le pancréas, adhérent entre les parties du duodenum, étoit tout à fait naturel, très mou, nullement ſquirreux, mais ayant ſa ſtructure & ſa ſituation naturelle dans la ſubſiſtance celluleuſe qui l'environnoit. De la même maniere la partie antérieure de l'inteſtin rectum, qui eſt pourvuë du péritoine, étoit couverte d'une croûte farcie de tubercules ſtéatomateux, en ſorte que l'inteſtin étoit presque comprimé par cette croûte; mais à ſon côté poſterieur, qui étoit oppoſé à l'os ſacrum & au coccyx, la ſubſtance celluleuſe étoit dans ſa conſtitution naturelle, & il s'y trouvoit ſeulement par ci par là des glandules conglobées ſquirreuſes. Ainſi le défaut de la membrane ſtéatomateuſe qui avoit lieu dans les parties des inteſtins auxquelles le péritoine manque, nous eſt un indice aſſuré, que c'étoit le péritoine même qui avoit ſouffert le changement extraordinaire que nous avons décrit jusqu'ici. Le canal des inteſtins n'avoit ſouffert aucune altération dans ſa ſurface intérieure; on n'y pouvoit remarquer, ni intumeſcence non naturelle, ni léſion quelconque de la tunique villeuſe. La plûpart des glandules du meſentere étoient ſquirreuſes, blanches, durcies; d'autres étoient remplies en dedans d'une ſubſtance ſemblable à celle qui ſe trouve dans les *meliceris*. Celles qui étoient les plus proches du dos, étoient le

plus naturelles, quoiqu'il y en eut de ſquirreuſes entremêlées. Pour le meſentere même tout rempli de tubercules ſtéatomateux, il étoit dans un état de contraction, & ne formoit qu'une ſeule maſſe avec les glandules ſquirreuſes. Au reſte, & les reins, & les grands vaiſſeaux ſitués derrière le péritoine, avoient conſervé leur ſtructure & leur ſituation naturelle, dans la ſubſtance celluleuſe qui les environnoit, & qui n'avoit elle-même ſouffert aucun changement.

X. Le thorax ayant été ouvert, tout s'y trouva dans un état tout à fait naturel. Les poûmons qui n'étoient adhérens nulle part, avoient leur couleur variée de blanc, de noir, & de bleu; & il en étoit de même de la ſtructure du coeur, qui étoit exactement parfaite; les ventricules n'étoient point remplis de ſang coagulé, la liqueur du péricarde n'excédoit point ſa juſte quantité; mais un peu d'humeur, tirant ſur un rouge foible, imbiboit le ſac du péricarde. Au côté droit du thorax ſe trouverent raſſemblées quelques cueillerées d'une liqueur ſereuſe; mais on auroit tort de regarder cela comme une maladie: c'etoit plutôt un effet aſſez ordinaire de la mort, qui procéde de la derniere excrétion, & de la ſtagnation d'un liquide qui n'eſt pas réſorbé.

XI. La pleure dont le diaphragme eſt revêtu, n'étoit pas de même dans ſon état naturel. Je la trouvai toute remplie de petits ſtéatomes diſperſés, & qui, de la même maniere que dans le péritoine, étoient adhérens à la ſubſtance même de la pleure. Après avoir ſéparé la pleure d'avec le diaphragme en uſant de beaucoup de circonſpection, la ſubſtance celluleuſe par laquelle elle tenoit au diaphragme, ſe trouva dans une parfaite intégrité, & tout à fait naturelle; mais une petite lame mince de la pleure contenoit les ſtéatomes, qui ſe détachoient fort aiſément avec elle du diaphragme, mais qui ne pouvoient être ſéparés de la pleure même ſans la deſtruction de cette membrane. Vers les côtes il s'y trouvoit encore quelques petits ſtéatomes, mais en fort petite quantité. Quant au mediaſtin, il étoit dans ſon état naturel.

XII.

XII. Une maladie, telle que je viens de la décrire, est assurément fort rare; au moins n'ai-je rencontré dans aucun des Auteurs qui rapportent les dissections des cadavres de personnes malades, la description d'une semblable état stéatomateux du péritoine. J'ai bien trouvé le cas d'un péricarde durci par les stéatomes, & qui s'étoit attaché au coeur; & j'en rendrai un compte plus détaillé dans une autre occasion; mais j'aurois eu de la peine à croire possible une pareille dégénération totale du péritoine en tubercules stéatomateux, la substance celluleuse demeurant tout à fait en son entier, & sans aucun changement. C'est ce qui m'a fait employer tous mes soins & toute mon attention, à bien examiner un état, que je révoquois en doute, jusqu'à ce qu'un concours de raisons décisives m'ayent conduit à la conviction.

XIII. L'énumération que j'ai donnée des parties lésées, explique pourquoi le malade souffroit des agitations aussi continuelles d'anxiété & d'oppression. Le péritoine stéatomateux ne pouvoit ceder; ainsi lorsque le ventricule & les intestins étoient remplis, il faloit nécessairement que le diaphragme fut repoussé contre le thorax, & que la cavité de la poitrine devint plus étroite, de sorte que son espace ne suffisoit plus à l'expansion des poumons. Cette anxiété étoit encore augmentée par la pression des vaisseaux du mesentere, & des veines de l'abdomen; car la pression du canal des intestins, quand il étoit dans un état d'expansion, devoit nécessairement agir sur ces vaisseaux, & les comprimer. Cela étoit cause qu'il y avoit une moindre quantité de sang contenuë dans ces vaisseaux comprimés de l'abdomen, & que ceux du poûmon en recevoient une trop grande, qu'ils avoient d'autant plus de difficulté à transmettre, que la cavité rétrécie de la poitrine étoit contraire à l'entiere expansion des poumons. La force du canal des intestins & du ventricule favorisoient la voracité, & aidoient la digestion; mais la résistance des gros boyaux, aussi bien que la compression des intestins colon & rectum, causée par cette croute stéatomateuse

mateuſe épaiſſe qui les entouroit, retardoient la ſortie des excrèmens. Il étoit donc inévitable, que par le délai des remèdes néceſſaires, l'exceſſive quantité d'alimens nuiſibles ne cauſât une corruption toujours plus grande, & qne les impuretés ſe portant dans le ſang, il ne ſe formât des obſtructions, qui alloient en augmentant à cauſe de la compreſſion des vaiſſeaux qui le rapportoient, & de l'épaiſſiſſement des humeurs dans ceux du péritoine. Tous ces principes de maladie s'étant accrûs, tant faute de remèdes que par la mauvaiſe diète, la matiere des obſtructions s'épaiſſit de plus en plus, & étant enfin devenuë ſtéatomateuſe, il n'y eut plus moyen de la réſoudre. En effet il eſt bien connu, que la matiere ſtéatomateuſe, une fois endurcie, ne cede presque plus à l'uſage d'aucun remède réſolvant, mais qu'elle demeure dans une ferme cohéſion, à moins qu'on ne puiſſe la détruire par la ſuppuration. Ainſi une maladie auſſi imprévuë & auſſi inconnuë que l'étoit celle dont il s'agit ici, ne pût être adoucie ou guérie par l'uſage copieux des medicamens réſolvans & laxatifs; mais elle permit ſeulement au malade de vivre, jusqu'à ce que la compreſſion des vaiſſeaux chyliferes & meſaraïques eut mis obſtacle au reflux des liqueurs nourricières; & c'eſt alors que le corps dont les forces étoient entierement épuiſées, fut forcé de ſuccomber. La diarrhée qui ſe manifeſta les derniers jours, venoit des liqueurs exhalées des artéres des inteſtins, qui n'étoient pas également réſorbées, & fut augmentée par l'acrimonie des matieres contenuës dans les inteſtins. Mais la trop grande corruption de ces mêmes matieres augmenta l'expanſion & la foibleſſe des inteſtins; d'abord la quantité qui fut chaſſée par la diarrhée, fit un peu diminuer l'anxiété; mais la maſſe & la quantité des ſtéatomes s'étant accruë d'une part, & de l'autre l'expanſion de l'abdomen, & la compreſſion des vaiſſeaux agiſſant de plus en plus, l'anxiété revint avec plus de force que jamais, à cauſe de la circulation empêchée dans les vaiſſeaux de l'abdomen, de la compreſſion du diaphragme, & de la difficulté de reſpirer qui en étoit une ſuite; tant qu'enfin ce tourment ceſſa avec la vie du malade, dont il avoit achevé d'épuiſer les forces.

La

La cause du mal consistoit dans l'obstruction des plus petits vaisseaux exhalans du peritoine, qui procédoit de la tenacité des humeurs; & cette tenacité avoit été engendrée par la continuation d'un mauvais régime. De là vient qu'il n'y avoit absolument dans l'abdomen aucune liqueur abdominale exhalante; mais tout y étoit dans un état de secheresse & de cohérence. Les humeurs visqueuses étant donc extravasées dans le péritoine, s'épaissirent à la longue, & engendrerent ces tubercules stéatomateux; qui auroient peut-être formé un seul stéatome continu, si la même liqueur qui séjournoit dans la cavité de l'abdomen, avoit permis que l'épaississement parvint jusqu'à ce point. La maladie considérée en elle-même sert à faire voir, combien il peut naître de maux dans le corps d'une mauvaise diéte, & de l'excès immodéré d'alimens nuisibles; quelle est la nécessité de déraciner dès leurs premiers principes des maladies, dont tous les soins qu'on y apporte, ne peuvent ensuite venir à bout; enfin de quelle maniere l'expansion des intestins & de l'abdomen est une des causes les plus fréquentes des oppressions & de l'anxiété, qu'on attribuë quelque fois à l'etat de la poitrine, & qu'on traite en conséquence d'une maniere peu convenable, sans toucher à la véritable source du mal, qu'on augmente par là plutôt que de le guérir. Si cette maladie est plus commune aux Négres, à cause peut-être qne leurs humeurs ont plus de viscidité huileuse, c'est ce que j'abandonne à l'etude & aux Observations de ceux qui sont à portée d'en examiner un plus grand nombre.

NOUVEL ESSAY
SUR LA MESURE DES HAUTEURS PAR LE MOYEN DU BAROMÉTRE,

PAR M. SULZER.

Depuis que le célébre *Pascal* a imaginé un moyen de mesurer l'élévation d'une hauteur sur le niveau d'un endroit donné, cette matiere a paru si importante aux Philosophes, qu'ils ont toujours travaillé depuis, à perfectionner cette espece de nivellement. En effet l'utilité immédiate, quoiqu'assez importante, qu'on peut tirer de cette théorie, est moins grande, que celle que la Physique générale & l'Astronomie en recevroient, si elle étoit assez perfectionnée. Si de la hauteur moyenne du Mercure dans le Barométre, ou de l'élasticité de l'air dans un endroit donné, on peut conclure l'élévation de cet endroit sur le niveau de la mer, on peut réciproquement pour chaque élévation donnée conclure l'élasticité de l'air, sa densité, & par conséquent sa réfraction ; ce qui est d'une extrême importance pour la perfection de l'Astronomie. Mais il faut avouër, que cette théorie si utile est encore bien éloignée de sa perfection. Le célébre M. *Daniel Bernoulli* est le dernier, que je sache, qui ait tenté de la perfectionner, dans l'excellent Ouvrage qu'il a écrit sur le mouvement des fluides. Il y a dix ans, que j'ai calculé sur sa théorie des Tables pour la mesure des hauteurs par le Barometre, & j'ai trouvé par beaucoup d'Expériences, que ces Tables sont beaucoup plus exactes, que toutes les autres qu'on avoit faites jusqu'alors. Cependant, comme M. *Bernoulli* n'a fondé sa théorie que sur des hypotheses, qu'il étoit obligé de faire faute d'Expériences exactes, j'ai crû pouvoir faire un nouvel

nouvel essai sur la même matière, en n'adoptant aucune hypothese, mais en me fondant uniquement sur des Expériences certaines.

Il y a deux choses, qui servent de fondement à cette théorie. La premiere est, de savoir exactement la compression ou la densité de l'air, le poids comprimant & la chaleur étant donnés. La plûpart des Auteurs ont adopté l'hypothese, que les densités de l'air étoient exactement en raison des poids comprimans. Mais il est facile de voir, que cela ne peut avoir lieu. M. *Bernoulli* a fait voir clairement que la régle de l'élasticité, fondée sur cette supposition, est fort contraire à des Expériences exactes. J'ai donc commencé à faire des Expériences sur la compression de l'air ; & je les ai poussées beaucoup plus loin que n'ont fait quelques Philosophes, qui en ont fait avant moi.

Le second article, qu'il faut régler, avant que de venir à une théorie exacte de l'élasticité de l'air dans les differentes hauteurs de l'Atmosphère, c'est de trouver une comparaison des differens degrès de chaleur, exprimés par les degrés du Thermométre ; car la chaleur ayant beaucoup d'influence pour altérer l'élasticité de l'air, il faut nécessairement connoitre sa force. J'ai donc en second lieu fait des Expériences qui tendent à nous ouvrir le chemin, pour calculer l'effet de la chaleur dans les differentes élévations sur le niveau de la mer. Ces Expériences faites, j'ai fait un nouveau calcul pour trouver une régle exacte de la diminution de l'élasticité dans les differentes hauteurs ; & je me suis servi dans ce calcul des principes, que mes Expériences m'ont fournis. Voilà en général le contenu de ce Mémoire ; je viens maintenant au détail de mes Expériences.

EXPÉRIENCES
sur la compression de l'air.

J'ai pris une demi-douzaine de tuyaux de verre, dont les cavités étoient assez larges pour que l'adhésion du Mercure à la surface intérieure n'eut point d'effet sensible pour diminuer la pression; je les ai fait joindre l'un à l'autre moyennant des anneaux de laiton & de la cire d'Espagne, pour en faire un seul tuyau continu, aussi bon pour l'usage auquel je l'avois destiné, que s'il avoit été tout d'une pièce. Puis ayant fait recourber l'extrémité inférieure de ce tuyau, j'y ai fait attacher de la même maniere un autre tuyau plus large, & long d'un pied, auquel j'ai donné une situation parallèle au long tuyau. A l'extrémité de ce second tuyau étoit attaché un autre tuyau d'un très petit diamètre. Cet Instrument ainsi préparé fut attaché à une forte pièce de bois, moyennant laquelle on lui donna une position perpendiculaire. Avant que d'attacher le tuyau large à l'autre, j'ai eu soin de le diviser exactement en pouces décimales du pied de Rhin, & j'ai eu égard dans cette division à la diminution de la cavité, qui étoit moindre en haut vers C qu'en bas. Je ne m'arrête pas à décrire le moyen que j'ai employé pour cela; il est facile d'en imaginer un.

Fig. I.

Lorsque tout fut préparé de la maniere que je viens de décrire, j'ai fait verser un peu de Mercure (en D) au haut du long tuyau, afin qu'il remplisse l'espace qui est sous la ligne AB, pour avoir une base exacte, ou deux points fixes en A & en B pour commencer la mesure de hauteurs. Le petit tuyau capillaire C avoit été laissé ouvert pour cette petite opération préliminaire, afin que l'air pût sortir de son ouverture, lorsqu'on versoit cette petite quantité de Mercure, qui sans cela auroit déjà un peu comprimé l'air. Cela fait, j'ai fermé l'ouverture du tuyau en C moyennant de la cire d'Espagne, d'une maniere qui m'assurât que l'air, quelque comprimé qu'il fut, ne pouroit jamais y trouver la moindre sortie. Enfin j'ai attaché à côté du tuyau large

un

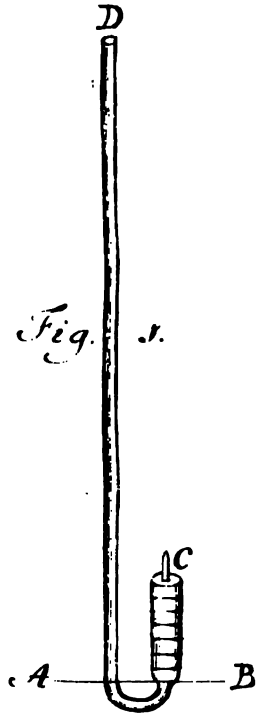


Fig. 1.

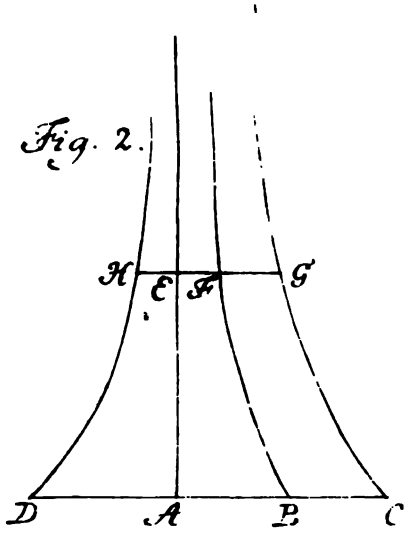


Fig. 2.

Mem. de l'Acad. Tom. IX pag. 116.

F.H. Frosch, le Bon

un Thermometre de *Farenheyt*, pour obſerver les degrés de chaleur pendant l'Expérience; & comme il importe beaucoup que la chaleur ne change par ſenſiblement pendant l'Expérience, je l'ai faite dans un tems couvert, en plein air. Les réſultats de mes Expériences ſe trouve dans les Tables ſuivantes, dans lesquelles les meſures employées ſont des pieds du Rhin diviſés en 10 pouces, le pouce en 10 lignes, &c.

PREMIERE EXPÉRIENCE.

Hauteurs du Barométre.	*Etat du Thermom.*	*Hauteurs des colomnes de Mercure.*	*Eſpaces occupés par l'air.*
24. 56. pouces.	70. degr.	0. 00. pouces.	11. 00. pouces.
	70.	2. 30.	10. 00.
	70.	5. 18.	9. 00.
	70.	7. 00.	8. 00.
	70½	13. 75.	7. 00.
	70¾	16. 43.	6. 50.
	71.	19. 57.	6. 00.
	71.	23. 55.	5. 50.
	70½	28. 00.	4. 85.
	71.	33. 79.	4. 50.
	71.	48. 60.	3. 50.
	72.	59. 77.	3. 00.
	72½	66. 50.	2. 75.
	73.	74. 60.	2. 50.
	73½	84. 50.	2. 25.
	74.	96. 40.	2. 00.
24. 48.	73.	111. 15.	1. 87.

Les Expériences faites, j'ai laiſſé le tout dans l'état marqué par les derniers nombres, pendant 5 heures de tems. En examinant alors

 l'état

l'état du tuyau, je vis que le Soleil, dont les rayons tomboient sur le tuyau, avoit fait monter le Thermometre à 81 degrés. La Colomne de Mercure étoit montée d'environ quatre pouces, & l'air comprimé applatit par ce nouvel accroissement de chaleur la surface du Mercure dans le tuyau : cependant il remplit encore le tuyau jusqu'à 1. 87 pouces comme auparavant. Cette circonstance m'assure, que les tuyaux n'avoient point donné des sorties insensibles, ni au Mercure, ni à l'air; & elle fait voir en même tems que le petit changement du Thermometre pendant l'Expérience n'a pas d'influence sensible pour altérer les hauteurs du Mercure dans les deux tuyaux.

SECONDE EXPÉRIENCE.

Barometre.	*Thermometre.*	*Colomnes de Mercure.*	*Espaces de l'air.*
24. 06.	62.	0. 00.	11. 00.
	62.	5. 40.	8. 90.
	62.	6. 95.	8. 50.
	61$\frac{1}{2}$	8. 00.	8. 00.
	62.	10. 04.	7. 50.
	62$\frac{1}{4}$	12. 40.	7. 00.
	62	15. 57.	6. 50.
	62.	19. 30.	5. 95.
	62.	23. 20.	5. 50.
	62$\frac{1}{2}$	33. 50.	4. 50.
	62.	40. 75.	4. 00.
	62.	50. 00.	3. 50.
	62.	61. 95.	3. 00.
	62$\frac{3}{4}$	79. 79.	2. 50.
	63$\frac{1}{4}$	98. 56.	2. 00.
24. 06.	62$\frac{1}{2}$	137. 00.	1. 50.

J'ob-

J'obtins quelque tems après un long tuyau de verre fort large, & cela me tenta de répéter encore une fois l'Expérience, avec plus de commodité que les deux premières fois. Le tout fut donc préparé comme les deux premières fois, avec cette différence, que le long tuyau a été cette fois tout d'une pièce, (à quelques pieds prés, qui y furent ajoutés au haut,) & plus large qu'aux deux premieres Expériences. La Table suivante en contient les résultats. Les mesures sont le pied du Rhin divisé en 12 pouces, & le pouce en 10 lignes.

TROISIE'ME EXPE'RIENCE.

Barometre.	*Thermometre.*	*Colomnes de Mercure.*		*Espaces de l'air.*
29''	55	0.	0.	12.
		2''.	2'''.	11.
	exactement constant pendant tout le tems de l'Expérience.	5.	3.	10.
		8.	8.	9.
		13.	7.	8.
		19.	1.	7.
		26.	1.	6.
		36.	0.	5.
		52.	0.	4.
		76.	3.	3.
		124.	6.	2.
		169.	2.	1½.

Pendant cette Expérience le Barométre baissa, mais de si peu qu'il n'est pas nécessaire d'y avoir égard.

J'ai réüni les résultats de ces trois Expériences dans la Table suivante, dans laquelle j'ai ajouté aux colomnes comprimantes la hauteur du Mercure dans le Barométre durant les Expériences, pour avoir les poids comprimans entiers. J'ai aussi soustrait peu à peu les 8 centiè-

mes

mes dont le Barométre baissa pendant le tems de la première Expérience; enfin j'y ai réduit les nombres à d'autres, en mettant l'unité, tant pour la hauteur du Mercure au commencement, que pour l'espace qu'occupoit l'air naturel. Au lieu des espaces, j'ai marqué dans les 2e. 4e. & 6e. colomnes les densités, qui répondent aux poids comprimans.

TABLE

qui marque les densités de l'air pour les poids comprimans donnés.

Premiere Expérience.		Seconde Expérience.		Troisième Expérience.	
Poids comprimans.	*Densités.*	*Poids.*	*Densités.*	*Poids.*	*Densités.*
1. 000.	1. 000.	1. 000.	1. 000.	1. 000.	1. 000.
1. 093.	1. 100.	1. 224.	1. 236.	1. 076.	1. 091.
1. 211.	1. 222.	1. 288.	1. 294.	1. 183.	1. 200.
1. 284.	1. 375.	1. 332.	1. 375.	1. 303.	1. 333.
1. 559.	1. 571.	1. 417.	1. 466.	1. 472.	1. 500.
1. 669.	1. 692.	1. 515.	1. 571.	1. 659.	1. 714.
1. 796.	1. 833.	1. 647.	1. 692.	1. 900.	2. 000.
1. 958.	2. 000.	1. 802.	1. 849.	2. 241.	2. 400.
2. 130.	2. 288.	1. 964.	2. 000.	2. 793.	3. 000.
2. 375.	2. 444.	2. 392.	2. 444.	3. 631.	4. 000.
2. 936.	3. 143.	2. 693.	2. 750.	5. 297.	6. 000.
3. 391.	3. 666.	3. 078.	3. 143.	6. 835.	8. 000.
3. 706.	4. 000.	3. 575.	3. 666.		
4. 035.	4. 444.	4. 320.	4. 444.		
4. 438.	4. 888.	5. 096.	5. 500.		
4. 922.	5. 500.	6. 694.	7. 333.		
5. 522.	5. 882.				

Les

Les résultats de ces trois Expériences ne conviennent pas exactement & il ne faut pas en être surpris, puisque la moindre erreur dans l'estimation de la compression de l'air, produit une erreur fort sensible dans la hauteur de la colomne de Mercure comprimant. Pour agir de bonne foi, il faut que je remarque, que la troisième Expérience me paroit la plus sûre; & je puis assurer, que j'y ai apporté une exactitude peu commune. D'ailleurs comme j'ai trouvé un moyen de placer le bas de la Machine, qui contenoit l'air à comprimer, dans les souterrains de ma Maison, pendant que le haut bout, ou l'on versoit l'argent-vif, montoit au premier étage, j'avois une très grande commodité d'observer la hauteur du Mercure dans le tuyau large; & l'Ami qui m'aida à faire l'Expérience en avoit autant, pour verser le Mercure précisément dans la quantité, où je voulois l'avoir. Outre cette commodité, l'air égal dans les souterrains conservoit absolument le même degré de chaleur pendant tout le tems de l'Expérience, ce qui est ici très essentiel.

Cependant, malgré la difference qu'il y a entre les trois résultats, ces 42 observations conspirent toutes à nous assurer, 1°. que la densité de l'air est toujours plus grande que le poids comprimant, 2°. que cet excés de densité sur le poids croit à mesure que l'air devient plus dense. Pour exprimer donc la loi de la compression de l'air, soit le poids comprimant $= P$, & la densité de l'air qui y répond $= D$. On aura cette formule pour la loi de la compression $D = P^{\pi}$, π étant une certaine fonction de P, qui croit à mesure que P devient plus grand.

Je ne crois pas à la vérité, que l'on puisse assigner à π sa valeur d'une maniere générale; cependant si P ne varie pas beaucoup, on peut sans erreur sensible prendre π constant; de sorte que, quand il ne s'agit que de la mesure des hauteurs par le Barometre, π sera à trés peu près constant. Les premiers résultats de ces trois Expériences donnent à peu près $\pi = 1.0015$. On auroit donc $D = P^{1.0015}$

 pour

pour la loi de la densité dans la partie de l'Atmosphère, qui nous est accessible.

Je ne puis m'empêcher de faire ici quelques remarques sur la nature de l'air. Il ne paroit pas naturel, que l'air fort dense soit plus facile à être comprimé, que l'air raréfié. On soupconneroit tout au plus, que la densité devroit suivre la proportion des poids comprimans, parce qu'il est nécessaire, que, toutes choses égales, la force double doit produire un double effet. Ce seroit donc une spéculation assez curieuse d'examiner d'où vient cette inégalité d'effet des forces égales. Il me semble que cela peut arriver de deux manieres différentes. Ou les particules de l'air, lorsqu'elles sont plus proches les unes des autres, aident par leur force attractive à la compression, qui par là doit être plus facile dans l'air dense, que dans l'air plus raréfié; ou les particules de l'air sont semblables à des lames d'acier, qui lorsqu'on les courbe beaucoup, ne se restituent pas en entier, ayant perdu quelque chose de leur élasticité. Mais ce seroit une conséquence nécessaire de l'un & l'autre cas, que l'air comprimé ne fut plus capable de se restituer entièrement à son premier volume, lorsque la compression cesse; & dans ce cas il seroit semblable à la plûpart des corps élastiques que nous connoissons. M. de *Muschembroeck* dit, dans son Essai de Physique, que l'air condensé s'étend, lorsqu'on ôte la pression dans un volume plus grand qu'il n'étoit avant la compression. Mais il n'allégue aucune Expérience pour le prouver, & il me paroit très probable qu'il s'est trompé en cela.

Ayant ainsi trouvé une loi pour la compression de l'air, qui est à peu près vraye pour un air, qui ne différe pas beaucoup de celui qui est proche de la terre, je me suis appliqué à rechercher les moyens de calculer l'effet de la chaleur sur l'élasticité & la densité de l'air. L'essentiel est de trouver les proportions geométriques des degrés de chaleur indiqués par le Thermométre. Les divisions du Thermométre étant exprimées par des nombres arbitraires, on peut bien dire que la chaleur de 90 degrés

degrés, par exemple, est plus grande que celle de 30 degrés. Mais il faut savoir de combien celle-là est plus grande que celle-ci. Je crois avoir trouvé un moyen de comparer ces différens degrés de chaleur de manière à pouvoir dire, combien l'un est plus grand que l'autre. Voici les réfléxions sur lesquelles cette mesure est fondée. On sait que la chaleur dilate l'air, comme la pression le condense. Je regarde donc la chaleur comme un poids négatif, & je compare un degré de chaleur à un autre, moyennent la dilatation qu'ils opérent dans une même masse d'air. Supposé donc qu'un certain degré de chaleur *m* raréfie une masse donnée d'air jusqu'à lui faire occuper un espace double, & un autre degré de chaleur *n*, qui raréfie la même masse au quadruple, il me paroit assez probable, qu'on pourra supposer sans erreur sensible que *m* est à *n* comme 1 : 2. J'avois à la vérité quelques doutes sur cette proportion, mais ayant vû depuis, que M. *Newton* a estimé les proportions de chaleur, par la dilatation de l'huile (*), mes doutes ont cessé.

EXPÉRIENCES
sur la dilatation de l'air par la chaleur.

J'ai pris une quantité suffisante d'eau pour qu'elle conservât une chaleur plus grande que celle de l'air pendant un tems suffisant. J'ai placé cette eau dans une chambre des souterrains où le Thermométre de *Farenheyt* étoit à 57 degrés. J'ai mis dans cette eau un Thermométre avec un tuyau de verre rempli d'air, fermé hermétiquement au fond, & ouvert en haut par une très petite ouverture. Je m'étois assuré par des Expériences préalables, que l'air qui remplissoit le tuyau plongé dans l'eau prenoit exactement, & en peu de tems, le même degré de chaleur qu'avoit l'eau. Ayant donc remarqué le degré de chaleur auquel l'eau faisoit monter le Thermométre, j'étois assuré, que l'air dans

(*) Voyez *Newtoni Opuscula* T. II. p. 418.

le tuyau avoit exactement le même. Après avoir marqué ce degré, je bouchai la petite ouverture du tuyau, pour empêcher, que l'air extérieur n'entrât en retirant le tuyau de l'eau chaude. Avec cette précaution j'ai mis ce tuyau renversé dans l'eau fraîche, qui avoit le même degré de chaleur que l'air de la chambre, savoir 57 degrés. Puis ayant placé le Thermométre dans la même eau, j'ai laissé réfroidir le tout jusqu'à ce que le Thermométre fut descendu au degré constant 57. Alors l'air s'étant retiré dans le Tuyau jusqu'à son volume naturel, l'autre espace se remplit d'eau. La quantité de cette eau m'indiquoit le volume d'air chassé par la chaleur. J'ai répété ces Expériences plusieurs fois avec toutes les précautions, qui les rendent solides. Je ne mettrai ici que celles qui furent faites dans un tems où le Barométre resta absolument immobile, pendant tout le tems que l'Expérience avoit duré. En voici les résultats.

Degrés de chaleur au Thermomét. de Farenheyt.	*Quantité d'air chassée du tuyau*
114.	0. 172. *du total.*
107.	0. 145.
100.	0. 122.
94.	0. 101.
84.	0. 071.
57.	0. 000.

On remarquera aisément, que la raréfaction de l'air suit à peu près une progression arithmétique. Car 57 degrés de chaleur plus que la chaleur constante de 57 degrés, avoient chassé 0. 172 parties, & 50 degrés en avoient chassé 0. 145 parties, &c. de sorte que l'on peut mettre pour un degré du Thermométre à peu près 0. 0026 parties

ties. Ainsi il est facile de rapporter ces effets au degré constant 32. au lieu de 57. Sur ce fondement est bâtie la Table suivante :

Degrés de chaleur.	*Quantité d'air chassé.*
100.	0. 1768
90.	0. 1508
80.	0. 1248
70.	0. 0988
60.	0. 0728
50.	0. 0468
40.	0. 0208
32.	0. 0000

En mettant maintenant l'unité pour la quantité d'air de 32 degrés, dont le tuyau est rempli, le volume d'air chargé de 40 degrés de chaleur sera égal à $1 - 0.0208 = 0.9792$. Le volume d'un air de 50 degrés $1 - 0.0468 = 0.9532$. & ainsi de suite. Et puisque nous avons supposé, que la chaleur est proportionnelle à la rareté de l'air, on obtiendra la Table suivante.

Degrés de Chaleur du Thermomètre.	*Proportions des Chaleurs.*
100	1. 1768
90	1. 1508
80	1. 1248
70	1. 0988
60	1. 0728
50	1. 0468
40	1. 0208
32	1. 0000 (*)

 Mainte-

(*) Il faut remarquer ici en passant qu'on peut conclure de cette Table que la chaleur de l'Eté dans ce climat est à celle de l'Hiver à peu près comme 6 : 5.

Maintenant, pour faire usage de ces Expériences dans le calcul des élasticités de l'air, il faudroit connoitre le degré du Thermometre pour chaque hauteur donnée. Mais il est facile de voir, que cela n'est point constant, ni dans tout climat, ni dans toute saison. La difference de l'Hyver à l'Eté est surtout sensible. En Hyver le froid est presque constant par toute la hauteur de l'Atmosphère, au lieu qu'en Eté la chaleur est grande près de la Terre, & il régne un grand froid au sommet des montagnes. Il n'est donc pas possible de donner des formules générales qui renferment toutes ces variétés. J'accomoderai le calcul à un cas particulier, en supposant un jour d'Eté dans notre climat, où le Thermometre de *Farenheyt* est ordinairement à 70. ou 72 degrés.

Quant à la diminution de la chaleur dans les differentes hauteurs, voici ce que j'en ai remarqué dans un Voyage que je fis aux Alpes en Suisse, l'an 1742. Au mois d'Aout, lorsque par un tems clair le Thermometre étoit entre 70 & 80 degrés dans les vallées, je ne l'ai observé qu'entre 40 & 45 degrés à la hauteur environ de 3000 pieds au dessus du niveau de la mer; à 5000 pieds de hauteur il étoit entre 30 & 40; & à la hauteur de 7000 pieds, il ne passa guères le 34 degré à midi. Les belles Observations que Mr. *Bouguer* a faites au haut des Montagnes du *Pérou*, s'accordent assez avec celles-ci. Tout cela bien considéré, il me semble que les différens degrès de chaleur en montant dans l'Atmosphère, peuvent être représentés par les appliquées d'une courbe asymptotique, dont nous connoissons à peu près les valeurs suivantes. (En nommant la hauteur x, la chaleur qui y repond u)

Lorsque $x =$	0	$u =$ 1. 1000
$x =$	3000	$u =$ 1. 0330
$x =$	5000	$u =$ 1. 0100
$x =$	8000	$u =$ 1. 0000
$x =$	12000	$u =$ 0. 9896

Voilà

Voilà les principes sur lesquels il faut fonder le calcul pour trouver l'élasticité de l'air dans les différentes hauteurs de l'Atmosphère, ou les hauteurs, qui répondent aux élasticités données.

Soit maintenant ABC, la ligne horizontale, qui rase la surface de la Mer; AK, la verticale servant d'axe aux courbes DH, BF, CG, dont la première est celles des degrés de chaleur, la seconde celle des pressions de l'Atmosphère sur un pouce quarré, & la troisième celles de densités. Fig. 11.

Je mettrai la hauteur $AE = x$.
$HE = u$.
$EF = p$.
$EG = y$.

L'élasticité de l'air étant toujours égale au poids, que l'air peut soutenir, & lequel l'élasticité de l'air tient en équilibre, je ne chercherai que la pression de l'Atmosphère pour chaque hauteur. De cette pression il sera facile de déduire la hauteur du Mercure dans le Barométre. Je suppose la hauteur du Barométre au niveau de la mer $= 28$ pouces du pied de France, & je mets le poids de 28 pouces cubiques du Mercure, (qui fait 112007 grains,) $= 1.000$. Le poids de l'air est égal à sa densité multipliée par sa hauteur, lorsque cette densité est constante. Donc l'élément du poids, ou de la pression dp, doit être $= -myd\,x$ ou $-dp = myd\,x$. Or par le résultat de nos Expériences nous avons $y = p^{\pi}$ lorsque la chaleur est constante, & en supposant la chaleur variable, puisqu'elle diminue la densité, on aura $y = \frac{p^{\pi}}{u}$. Cette valeur substituée dans la première équation donne $-dp = \frac{mp^{\pi}dx}{u}$, & $\frac{-dp}{p^{\pi}} = \frac{m\,dx}{u}$, dont l'intégrale est $\pm C + \frac{1}{\overline{\pi-1}.p^{\pi-1}} = \int\frac{m\,dx}{u}$.

Nous

Nous ne sommes en état de déterminer la valeur de u en général que par une Equation transcendente. Mais, pour abréger le calcul, il me suffira cette fois d'appliquer cette formule à ces cas où u devient constant, ce qui doit avoir lieu en Hyver, par de grands froids. Nous avons donc pour ce cas $\pm C + \frac{1}{\pi - 1 . p^{\pi - 1}} = m x$, d'où l'on tire

$$\left(\frac{1}{\pi - 1 . \left(m x + \frac{1}{\pi - 1}\right)}\right)^{\frac{1}{\pi - 1}} = p.$$

Cette équation peut être appliquée à tout climat où il gèle dans l'Hyver, pourvû qu'on détermine bien la valeur de la lettre π, qui dans notre climat sera à peu-près $\frac{15}{10000}$; comme nous avons trouvé par nos Expériences. Elle sera plus grande pour les païs plus septentrionaux, & moins grande pour ceux qui sont plus méridionaux. En mettant donc $\pi = 0.0015$ l'équation sera

$$\left(\frac{666.\ 666\ \&c.}{666.\ 666.\ \&c. + m x}\right)^{\frac{10000}{15}} = p.$$

dans laquelle la lettre m doit être déterminée par une bonne Observation. En comparant plusieurs Observations, je trouve pour cette lettre m à peu près la valeur 0. 00004, ou un peu moins; d'où il est facile de calculer des Tables pour l'usage de la mesure barométrique.

Appliquons cette formule à une seule Observation, qui est sans doute la plus exacte de toutes celles qu'on a, puisqu'elle a été faite par Mrs. les Académiciens de Paris envoyés au Pérou. M. *Bouguer* la rapporte dans l'excellente description de son voyage au Pérou. A' une hauteur de 2476 toises, ou de 14856 pieds, le Mercure baissa dans le Barométre de 12 pouces & 3 lignes; & au bord de la Mer du Sud de près de 28 pouces. Cette Expérience donne donc $p = 0.5630$.

En

En mettant dans notre formule $x = 14856$ & $m = 0.00004$, on obtient $p = 0.5519$, ce qui fait un peu plus de $3\frac{1}{2}$ lignes de différence dans la hauteur du Barométre, & environ 400 pieds de différence pour la hauteur de la montagne. Par la formule de M. *Bernoulli* (*) on obtient dans cet exemple $p = 0.5968$. Mais cette même formule paroit mieux convenir avec les Obſervations faites à des hauteurs moins conſidérables, comme on peut le voir dans l'excellent Ouvrage, que je viens de citer.

Si la hauteur du Barométre eſt donnée, & que l'on veuille en déduire l'élévation de l'endroit, on aura $x = \frac{a - a\,p^{\frac{15}{10000}}}{m\,p^{\frac{15}{10000}}}$ en mettant $a = 666.\ 666$ &c. & $m = 0.00004$.

(*) Voyez *Hydrodyn.* Sect. X. p. 2[illegible].

DE L'ENVELOPE DES NERFS,

PAR M. ZINN.

Traduit du Latin.

Presque tous les Anatomiſtes, depuis le tems de Galien, ont été imbus de l'opinion, que cette envelope des nerfs, dont les petits filets médullaires qui ſortent du crane ſont entourés, & qui ſert à les préſerver de toute léſion dans leur paſſage à travers les muſcles & d'autres parties, eſt une vraye continuation des méninges du cerveau, qui, ſans changer de nature, s'arrangent ſeulement en forme d'étui, autour des nerfs qui ſortent du crane & de la cavité des vertebres, & continuent à les accompagner jusqu'à la fin. Mais, comme la plûpart croyent que cette dure-mère, & d'autres auſſi que la pie-mère, ſont des membranes d'une extrême ſenſibilité, tandis que la moëlle même eſt deſtituée de tout ſentiment, on en eſt aiſément venu au point de s'imaginer que tout le ſentiment dépendoit de cette envelope des nerfs, conſidérée comme une continuation des méninges du cerveau, & que c'étoit de là qu'il alloit aboutir au *ſenſorium* commun. De nos jours, le célébre M. *Winter*, Profeſſeur dans l'Académie de Leyde, a pouſſé cette théorie, jusqu'à placer dans la dure-mère le premier principe, non ſeulement de la ſenſibilité, mais auſſi de l'irritabilité, prétendant que les parties du corps humain ne ſont ſenſibles & irritables, qu'autant qu'elles procedent de la dure-mère. On fait contre cette théorie diverſes Objections, parmi lesquelles il y en a qui ſont certainement d'un grand poids; cependant perſonne ne s'eſt aviſé d'examiner, s'il étoit conforme à la vérité Anatomique, de faire de l'envelope des nerfs une véritable production des méninges du cerveau. C'eſt pourtant là le fondement principal, ſur lequel repoſe toute cette théorie; & dès qu'on l'aura ôté, tout l'édifice qu'il porte, ne peut manquer de tomber

ber en ruïne. M. de *Haller*, mon illuſtre & reſpectable Maître, eſt le premier qui ait propoſé une très belle conjecture, tirée de l'analogie des autres parties, ſuivant laquelle cette envelope des nerfs n'eſt qu'une ſimple toile celluleuſe. Cette idée m'a paru ſi importante, que je me ſuis propoſé de la vérifier, en examinant attentivement dans les cadavres, quel étoit l'état des choſes, tant à la ſortie des nerfs hors du crane & de la cavité des vertébres, que dans leur cours au milieu de toutes les parties du corps humain.

Tous les nerfs qui procedent de la moëlle du cerveau, ou de l'épine, ſont de petits faiſceaux moëlleux, compoſés de filets de fibres, diſtincts, paralleles, que la pie-mère envelope, & réünit en un ſeul paquet. Dans les uns elle eſt rougeâtre & plus ferme, dans les autres plus molle & presque médullaire, comme dans les nerfs olfactoire & auditif; cependant les petits vaiſſeaux qui déſignent le nerf, la découvrent aiſément partout. Les troncs compoſés de ces petits filets vont ſe rendre à leur trou dans la dure-mère, qui eſt tantôt plus, tantôt moins éloigné de l'origine qu'ils tirent de la moëlle; & il y en a quelques uns qui font un aſſez long chemin par ſes divers canaux & interſtices, avant que de trouver leur trou dans la baſe du crane, étant d'ailleurs liés par tout d'une maniere très étroite à la dure-mère, dans tout le cours du chemin qu'ils font en s'avançant entre ſes lames, par une ſubſtance celluleuſe forte, courte, rougeâtre, & diſtincte de la pie-mère. Mais, lorsque le nerf eſt arrivé à ſon trou, la dure-mère, collée partout aux os, ſe réfléchit, & forme un entonnoir, dans lequel eſt reçu le nerf, comme dans une eſpece d'étui, tant qu'il eſt dans l'épaiſſeur des os, étant lié à la dure-mère par pluſieurs fibrilles celluleuſes, & aſſez fortes, afin que l'origine même qui eſt extrémement molle, ne ſouffre pas aiſément de léſion, lorsqu'il arrive quelquefois que le nerf a une tenſion en ſortant de ſa boëte oſſeuſe. La dure-mère, en ſortant avec le nerf hors du crane & du canal des vertèbres, ne demeure pas la même dans les differens nerfs. Car dans ceux, qui im-

médiatement après leur issuë continuënt leur route entrelassés dans les muscles, comme dans le huitième, le troisième rameau de la cinquième paire, & le neuvième, lorsqu'elle est parvenuë à l'embouchure extérieure du trou du crane, elle se sépare d'abord en deux lames, dont l'une, en conservant la solidité & la densité qui caractérisent la dure-mère, est réflêchie autour des os, & se continuë de la maniere la plus manifeste dans le périoste même. Pour l'autre lame, elle revêt le nerf comme un étui pendant un court espace, & alors son état paroit favoriser l'opinion communément reçuë; mais, après avoir fait un peu de chemin avec lui insensiblement, & plutôt dans l'un, plus tard dans l'autre, elle devient plus lâche & plus mince, jusqu'à ce quelle ne soit plus qu'une simple toile celluleuse, grasse, qui peut se gonfler, tout à fait semblable à la toile celluleuse qui répond partout aux muscles & aux autres parties du corps humain, en un mot qui se confond pleinement avec la celluleuse des parties voisines. Néanmoins les petites lames intérieures, qui touchent le nerf de plus près, étant comprimées par la force des muscles & des autres parties qui reposent dessus, sont d'un tissu un peu plus serré, & continuënt à revêtir le nerf, comme cela arrive à toutes les parties, qui sont entourées d'une substance celluleuse. La chose est surtout sensible dans le huitième qui descend par le col, & où les petites lames celluleuses sont plus étroitement resserrées par la pulsation de la carotide & l'action des parties voisines. Les autres nerfs, qui ont leur cours à travers des parties très molles & de la pure graisse, comme sont ceux qui entrent par la fente de l'orbite sphénoïde, ne reçoivent pas seulement cette lame de la dure-mère, qui dans cet endroit se réflêchit toute entiere dans le périoste de l'orbite, mais ils se montrent gernis seulement de leur pie-mère, & d'une celluleuse tout à fait déliée. La dure-mère abandonne aussi entierement d'autres nerfs, qui en se jettant d'abord dans les os, y sont mis à l'abri de tout accident, comme le septième, le second rameau du cinquième, & l'intercostal; & cette membrane, sans se diviser, demeure toute entiere attachée aux os, & elle ne se partage point, comme

elle

elle le fait ailleurs, en deux lames, dont l'une ſerve à revêtir le nerf. A' la ſortie de l'olfactoire, la dure-mère jette par tous les trous de la lame ethmoïde des productions remplies de rameaux nerveux & de petits vaiſſeaux, qui pendant un certain eſpace ſe montrent diſtinctement dans la membrane pituitaire, jusqu'à ce qu'ils s'évanouïſſent inſenſiblement avec elle. J'aurois du penchant à croire, que les Auteurs qui, en décrivant la diſtribution du nerf olfactoire dans les parties des narines, prétendent que ſes rejettons ſont embarraſſés, qu'ils ſe diſtribuënt en rameaux, & qu'ils ne ſont pas fort mous, n'ont vû autre choſe que ces productions de la dure-mère, qui s'engagent dans la membrane des narines. Quiconque en a fait l'Expérience, reconnoitra avec moi, que la molleſſe coulante & muqueuſe du nerf olfactoire, depuis qu'il a paſſé la lame ethmoïde, empêche entièrement qu'on puiſſe affirmer quelque choſe de certain de ſa diſtribution, ou de ſon anaſtomoſe avec les autres nerfs. La dure-mère de la moëlle épiniere, comme nous l'avons dit de la dure-mère du crane, forme pareillement à l'iſſuë de chaque nerf, toujours entre deux vertébres, un entonnoir, qui embraſſe non ſeulement le nerf d'une maniere étroite, mais qui fournit la tunique externe au ganglion, dont on peut cependant la ſéparer, ſans que le ganglion en reçoive aucun dommage; de ſorte qu'on n'eſt pas aſſez fondé à dire que la dure-mère même ſe rend avec le nerf dans le ganglion. A' l'egard des nerfs de l'épine, ils different de ceux du crane en ce qu'il n'y a point de lame de la dure-mère, qui ſe continuë dans le périoſte des vertébres, qui procede uniquement du périoſte du crane, mais que tout cet entonnoir qui eſt formé par la dure-mère, ſe réſout dans la celluleuſe entourée du nerf. Dans tous ces nerfs la pie-mère, après qu'elle eſt ſortie des os, ſemble ſe changer en cette toile celluleuſe déliée, qui réünit finalement les filets mêmes & les dernieres fibrilles, & en forme un faiſceau plus conſidérable, en dépoſant ſa nature pulpeuſe, de ſorte que dans un nerf qui a fait quelque chemin entre les muſcles, on ne peut plus la diſtinguer de cette celluleuſe extérieure.

Je me perſuaderois difficilement que l'arachnoïde ſortit du crane, à moins qu'elle ne ſe change d'abord en celluleuſe. Pour le nerf optique, il diffère de tous les autres en ce qu'il eſt le ſeul qui ſoit envelopé d'une vraye continuation de la dure-mère, comme d'une eſpece d'étui, jusqu'à la prunelle de l'oeil ; & cette envelope ne ſe réſout point, comme dans les autres nerfs, en une toile celluleuſe, mais on peut la détacher toute entiere du nerf jusqu'à la fin ; ce qui peut avoir donné lieu aux Auteurs d'affirmer la même choſe de tous les autres nerfs du corps humain. En effet la dure-mère avec le nerf, à l'embouchure extérieure du trou optique, ſe diviſe de la façon la plus manifeſte en deux lames, dont l'une, en réflêchiſſant de cet angle de diviſion en dehors, revêt l'orbite en guiſe de périoſte, & l'autre, embraſſant le nerf comme une gaine, s'avance jusqu'à la prunelle de l'oeil. A' la vérité pluſieurs Anatomiſtes ſont encore dans l'opinion, que cette gaine qui procede de la dure-mère, étant devenuë plus épaiſſe, ſe change en la ſclérotique même. Mais mes propres Obſervations, que j'ai répétées pluſieurs fois avec toute l'exactitude & l'attention dont je ſuis capable, m'ont abondamment convaincu, que la ſclérotique eſt une tunique propre & particuliere de l'oeil, entierement differente de l'envelope du nerf optique, qui eſt liée à l'origine la plus épaiſſe de la ſclérotique autour du nerf optique, très étroitement par une forte cèlluleuſe. De la même maniere la pie-mère du nerf optique, qui raſſemble en un gros nerf tous les filets de ce nerf unis par une celluleuſe, parvient toute entiere avec le nerf jusqu'à l'origine de la rétine, y étant inſéparablement adhérente partout. Il n'eſt point du tout vrai, comme quelques Auteurs des plus modernes le veulent, qu'elle ſe réſolve en cet endroit en celluleuſe ; & le ſentiment commun des Anatomiſtes jusqu'à préſent, ſçavoir qu'elle forme la choroïde, n'eſt pas mieux fondé. Je me ſuis aſſuré par mes propres yeux, qu'elle s'unit ſeulement à la choroïde par une liaiſon celluleuſe ; mais, lorsqu'elle s'eſt avancée avec le nerf dans l'épaiſſeur de la ſclérotique, jusqu'à l'endroit où elle commence à ſe développer dans la rétine, la pie-mère, en ſe réflêchiſſant

tout

tout autour, parvient à la ſclérotique, & la garnit en dedans de maniere, qu'elle forme ſa lame intérieure, qui en eſt inſéparable jusqu'à la cornée, comme je le démontrerai ailleurs avec plus d'étenduë.

Les nerfs préſentement hors du crane, & étant moins défendus entre les muſcles, ont les filets médullaires qui les conſtituënt, liés entr'eux par une celluleuſe d'autant plus déliée, que ces filets ſont plus petits; de façon qu'en examinant la ſtructure du plus petit filet que l'oeil puiſſe découvrir avec le ſecours du meilleur Microſcope, on apperçoit toujours une toile celluleuſe d'une extrême ſubtilité, qui entoure ce petit filet, & le joint aux autres. Ces filets de la derniere petiteſſe ſe réüniſſent pour en former de plus conſidérables, qui ſont unis par une celluleuſe plus forte, jusqu'à ce que la fin une derniere envelope celluleuſe, épaiſſie, & comme durcie par la force des muſcles qui y repoſent & par la pulſation des artères, fourniſſe une envelope univerſelle, continuë à la celluleuſe plus ſubtile, qui eſt entrelaſſée parmi les moindres filets. Cette envelope contient tous les filets, & les raſſemble en un ſeul nerf; ce qui rend la fabrique des nerfs parfaitement ſemblable à celle des muſcles, dont les dernieres fibres ſont pareillement unies par une celluleuſe tout à fait ſubtile, tandis que le muſcle entier eſt entouré d'une celluleuſe plus dure, qui le reſſerre comme une eſpece de tunique.

Dans certains nerfs cette envelope celluleuſe a plus d'épaiſſeur & de ſolidité; dans d'autres on la trouve plus molle & plus déliée, ſuivant que les nerfs prennent leur cours dans telle ou telle partie. Elle a ſa plus grande conſiſtance dans les nerfs qui ſe répandent entre les muſcles, afin que leur portion médullaire qui eſt ſi délicate ne ſoit point offenſée par l'action des muſcles, ou par quelque accident externe. Elle eſt plus molle dans ceux qui ſe rendent aux viſceres, & ſurtout à l'abdomen, parce qu'étant plus profondément ſitués ils ſont mieux à l'abri de toute léſion, auſſi bien que les nerfs qui entrant dans l'orbite traverſent la pure graiſſe. Mais elle n'eſt nulle part auſſi déliée

&

& aussi molle que dans les nerfs qui passent par des cavités entourées de toutes parts d'os, & par des canaux osseux, comme dans le septième, & surtout dans sa portion molle, dans le second rameau du cinquième qui est renfermé dans la cavité sphénopalatine, & surtout dans l'intercostal, qui né dans le bain de sang du réservoir, & accrû dans son cours par la seconde racine tout à fait molle du nerf Vidien, fait un long chemin par le canal osseux carotique, conservant toujours une extrême mollesse, qu'il communique à presque tous ses rameaux. On observe la même chose dans ceux du cardiaque, qui étant placés dans la situation la plus assurée, où il est impossible qu'il leur arrive quelque accident, à moins que les grands vaisseaux qui sortent du coeur ne soient blessés, ce qui ne peut arriver sans un grand danger de la vie. Le second rameau de la cinquième paire, tant qu'il demeure caché dans une cavité entourée d'os, la portion dure du septième, lorsqu'il descend dans l'aqueduc de Fallope, le premier rameau du cinquième, lorsqu'il se répand dans l'orbite, sont tout à fait mous & tendres; mais quand ces mêmes nerfs s'enfoncent dans les muscles, ils prennent une envelope celluleuse plus dure & plus ferme, & deviennent plus semblables aux autres nerfs musculaires. Cela fait voir qu'on ne sçauroit dire, à proprement parler, qu'un nerf soit plus dur qu'un autre, mais que toute la difference à cet égard vient uniquement des envelopes. C'est par le moyen de la même envelope celluleuse que les nerfs sont liés de côté & d'autre aux parties voisines, comme les nerfs diaphragmatiques au péricarde, le huitième à l'oesophage, & les mésenteriques qui partent du ganglion semi-lunaire aux tuniques des grandes artères qui se rendent aux viscères de l'abdomen; dans lesquelles tuniques ces nerfs s'entrelassent de telle façon, qu'il est très difficile de les bien préparer. Dans la même envelope celluleuse sont aussi répanduës plusieurs petites artères & veines, qui ont assez de grandeur dans les nerfs plus considérables, & qui, lorsque les vaisseaux sont injectés, peignent admirablement le nerf. L'eau de l'hydropisie, & même quelquefois la graisse, se répand dans ces interstices celluleux; comme cela arrive

partout

partout à la toile celluleuse. Plus les rameaux des nerfs deviennent petits, plus la celluleuse paroit déliée, jusqu'à ce qu'à la fin ces rameaux se terminent en une pulpe, après avoir déposé toutes les envelopes dont ils étoient entourés. Cependant on observe, non seulement dans la rétine même, mais aussi dans les mammelons de la langue & de la peau, une sorte de celluleuse des plus déliées, qui unit les derniers rejettons des nerfs avec les plus petits vaisseaux, les joint en un seul mammelon, & donne quelque solidité à la moëlle du nerf.

Quelques uns de ces nerfs, comme ceux de l'épine, l'intercostal, qui, comme M. *de Haller* l'a déjà remarqué, est vrayement un nerf de l'épine, & ceux du cinquième rameau, s'enflent dans leur route, & forment des especes de tumeurs duriuscules, rougeâtres, vasculeuses, faites d'une toile celluleuse dure & épaisse, que les Anatomistes nomment des ganglions. M. *Meckel* a mis dans un si grand jour (*) toute la doctrine des ganglions & de leur utilité, qu'il ne semble presque pas qu'on puisse y rien ajouter; & ce qu'il avance à cet égard, est appuyé sur des argumens si solides, que j'y acquiesce pleinement. J'ajouterai seulement un petit nombre d'idées, qui me sont venuës dans l'esprit en examinant les envelopes des nerfs, & qui appartiennent au sujet que je traite.

M. *Meckel* a déjà remarqué, qu'une des utilités des ganglions consiste, en ce que d'un tronc, ou d'un petit nombre de troncs, il peut sortir commodément quantité de rameaux, & partant d'un point, se disperser suivant plusieurs directions; & comme la tunique celluleuse qui est apportée par les troncs, ne suffit pas pour revêtir tous ces rameaux, la Nature a ajouté les ganglions, qui fournissent l'envelope celluleuse nécessaire aux rejettons nerveux qui sortent d'un seul ganglion. Outre cela, je crois qu'une utilité des ganglions qui n'est pas à mépriser, c'est que les fibres nerveuses qui arrivent par divers troncs, s'y mêlent d'une maniere intime; ce qui n'auroit pas pû se faire avec autant

(*) Dans les *Mémoires de l'Académie Royale*, Tom. V.

autant de facilité dans des plexus nerveux, où les troncs différens qui les forment, sont plutôt posés à côté l'un de l'autre, ou collés, que les fibres nerveuses mêmes ne sont mêlées entr'elles. Au contraire dans les ganglions les fibres mêmes des differens troncs s'entremêlent avec tant de force, qu'il ne sort du ganglion aucun petit rameau, qui n'ait reçu quelque fibres de tous les troncs qui aboutissent à ce ganglion. Il me paroit, par exemple, extrèmement probable, qu'il ne sort du ganglion semi-lunaire aucun petit rameau, à la formation duquel ne concourent tous les troncs qui entrent dans le ganglion susdit. Mais, comme le mêlange intime de ces fibres médullaires mêmes ne peut se faire qu'après qu'elles ont déposé toute envelope, j'estime que les ganglions sont destinés à revêtir ces nouveaux rejettons qui naissent de la combinaison des fibres que fournissent des troncs tout différens, de l'envelope celluleuse dont ils ont besoin, & en même tems à empêcher que les fibres mêmes qui doivent se mêler entr'elles, ne puissent être aisément endommagées, ou écartées. C'est ce que M. *Meckel* a déjà fait voir des ganglions des nerfs de l'épine.

Cette toile celluleuse des nerfs est le siège de plusieurs maladies nerveuses, dans lesquelles le cerveau est sain & la moëlle de l'épine sans dommage; & ce sont aussi les seules maladies des nerfs qui laissent l'espérance de la guérison. Car la moëlle tout à fait tendre du nerf, dès qu'elle est une fois gâtée, ne semble pas accessible à l'action des remèdes; & ceux qui dans ces cas s'en prennent à l'altération qu'ils supposent dans la qualité des esprits, débitent assurément de vaines conjectures. C'est ainsi que la paralysie des differentes parties du corps paroit être produite le plus souvent, ou par de petits vaisseaux gonflés & obstrués, qui traversent cette toile celluleuse, & qui compriment la moëlle, ou par quelque humeur répanduë dans les interstices des lames celluleuses, qui s'y est coagulée, & grossie au point de devenir une tumeur cystique, ou enfin par une matiere morbifique qui s'est transportée par metastase dans ces endroits.

Je

Je pense qu'il faut rapporter ici ces exemples, dont tout le monde parle aujourdhui, je veux dire, ceux des guérisons qu'on prétend être effectuées sur des membres paralytiques par le moyen de l'électricité. Elles paroissent se rapporter à l'espece de paralysie qui vient de l'obstruction des vaisseaux répandus dans la toile celluleuse du nerf, qui s'insere dans le muscle paralytique; lesquels vaisseaux tout remplis d'une matiere qui se gonfle & se dilate excessivement, compriment les fibres médullaires du nerf, interceptent l'influence des esprits animaux qui se rendent au muscle, & privent ainsi l'ame de l'empire qu'elle a sur cette partie. Mais, quand la force électrique agit sur ce membre paralytique, non seulement le mouvement du coeur devient plus fort & plus rapide, mais les artères elles-mêmes se resserrent avec plus de force, & en exercent davantage sur l'endroit obstrué. La Machine électrique augmente aussi l'affluence du sang vers l'endroit irrité, & de cette maniere la force qui pousse sans cesse par derrière s'accroit. Toutes ces causes étant réünies, les molecules engagées dans les vaisseaux sont secoüées & attenuées, elles se résolvent en parties plus petites, de façon qu'elles peuvent passer dans les veines; ou bien, par une plus forte contraction des tuniques de l'artère obstruée, elles sont repoussées dans de plus grands vaisseaux, & rentrent dans le sang agité par la force du coeur. Ces petits vaisseaux étant donc délivrés de la matiere qu'ils contenoient, reprennent leur premier diamètre, & cessent de comprimer les fibres médullaires; & alors, la circulation y redevenant plus libre, les esprits nerveux peuvent reprendre leur ancienne route, & agir librement dans les parties qui s'étoient soustraites à l'empire de l'ame: ce qui suffit pour rendre le mouvement au membre affecté. Je ne ferois pas difficulté non plus de rapporter à la lésion du nerf, & à l'inflammation des petits vaisseaux de l'envelope celluleuse, ces étranges & terribles accidens, qu'on a coutume d'attribuer à l'inflammation & à la corrosion des tendons & de leur gaine; comme sont les effrayans symptomes, qui suivent quelquefois, à ce qu'on prétend, la piquure des tendons, & dans lesquels une legère blessure, faite aux

dernieres phalanges des doits, cause une douleur énorme, qui gagne jusqu'à l'épaule, & qui est suivie d'une inflammation, tendante aussitôt à la gangrene, d'une fièvre des plus aiguës, de convulsions, & bientôt après de la mort même. Telle est encore cette cruelle & trés dangereuse espece de paronychie, qui est accompagnée à peu près des mêmes symptomes. Il est difficile de comprendre comment ils pourroient résulter de la simple lésion des tendons, qui ne sont liés avec les parties voisines que par une substance celluleuse; qui sont eux-mêmes composés pour la plus grande partie d'une semblable substance, comme l'ont observé les Anatomistes qui tiennent certainement le premier rang dans notre siècle; enfin dont l'extrême sensibilité, qui leur avoit été attribuée jusqu'à présent, est devenuë à juste titre suspecte, depuis les Expériences & les Observations qu'on a faites pour s'en assurer. L'explication de ces symptomes est beaucoup plus facile, en la dérivant de la lésion du nerf, & de l'inflammation des vaisseaux de la celluleuse qui en résulte, par laquelle ces vaisseaux gonflés & enflammés tendent le nerf de toutes parts, ou bien en se rompant répandent dans la celluleuse quelque liquide acre, par lequel la moëlle est perpétuellement irritée, ce qui produit des convulsions, & trouble nécessairement la circulation. Le passage du sang dans les plus petits vaisseaux étant empêché par ce resserrement des nerfs, l'ardeur de l'inflammation, la fievre très aiguë, qui accompagne toute inflammation, la gangrène enfin, & la mort même, sont autant de suites inévitables de la résorption de cette liqueur gangréneuse.

Or, comme tous les nerfs du bras sont liés entr'eux par de fréquentes anastomoses & par divers plexus, & que leurs petits rameaux s'étendent à toutes les parties, on voit sans peine, comment l'inflammation produite dans un nerf quelconque, se propage par toute la continuité de l'envelope celluleuse, & par les vaisseaux qui sont liés à tous les autres, de sorte qu'en très peu de tems elle fait les progrés les plus rapides.

Tout

Tout ce que j'ai dit jusqu'à présent, s'accordant donc à prouver que l'envelope des nerfs n'est autre chose qu'une substance celluleuse, tout à fait différente de la dure-mère, & qui même dans plusieurs nerfs ne lui est pas continuë, je ne vois assurément pas ce que peuvent alléguer en faveur de leur opinion ceux qui prétendent que toutes les impressions des objets sensibles, faites sur une partie quelconque du nerf, sont portées à l'ame par le moyen de cette envelope, & que l'unique cause de la sensibilité & de l'irritabilité des nerfs, vient de ce qu'ils sont envelopés de ces productions de la dure-mère.

Personne, à ce que j'espére, ne disconviendra, que toute cette dispute ne sort entierement terminée, si l'expérience nous enseigne, que toute voye de communication entre l'envelope des nerfs & la dure-mère, est pleinement interceptée. De quelle maniere, par exemple, le sentiment pourroit-il être porté à l'ame par les rameaux qui sortent du nerf intercostal, lequel dans son origine n'a absolument aucune envelope; ou bien par le rameau descendant du second rameau de la cinquième paire, qui dans la cavité sphénopalatine est tellement éloigné de la dure-mère, qu'on trouve la graisse répanduë entr'elle & ce nerf?

Dans les nerfs même, qui ont une envelope celluleuse continuë avec la substance celluleuse, en laquelle nous avons dit que la dure-mère du cerveau se résolvoit, la sensibilité & l'irritabilité seront difficilement attribuées à cette toile celluleuse par quiconque fera réfléxion qu'elle n'est nullement une partie organique, mais qu'étant née de la concrétion d'une matiere glutineuse, & réduite en forme de membrane par la pression & la pulsation des parties voisines & des vaisseaux, elle n'a pas le moindre rapport avec la fabrique des fibres musculaires & nerveuses, & qu'elle est entierement dénuée de l'espece de mouvement intestin dont les muscles sont doüés.

La moëlle des nerfs paroit au contraire très propre à exercer cette fonction, puisqu'elle est manifestement continuë partout à la moëlle du cerveau; & on y observe en effet les mêmes phénomenes de sentiment & de douleur qui ont lieu dans le nerf. Je n'ignore pas que plusieurs Auteurs, parmi lesquels il y en a de très distingués, & entr'autres le célébre Baron *de Swieten*, nient positivement, que la moëlle du cerveau soit susceptible de sentiment, ou du moins qu'ils sont très circonspects à ne rien affirmer à cet égard. Mais, dans toutes les Expériences que j'ai faites à ce sujet, j'ai constamment observé que les animaux faisoient paroitre les plus grandes marques de douleur, lorsqu'on introduisoit dans la moëlle du cerveau quelque instrument propre à la blesser, tandis qu'ils soutenoient avec une parfaite tranquillité la lésion de la substance corticale. Et pourquoi refuserions-nous le sentiment à la moëlle du cerveau, tandis que nous voyons en divers endroits de ce même cerveau des portions médullaires tout à fait differentes, qui ont une si grande ressemblance avec les nerfs, qu'on s'apperçoit aisément qu'il n'y a d'autres differences entr'elles & la moëlle même continuée en nerf, que la privation d'une envelope celluleuse, qui sépare ces rayes, ou portions, des autres, & les réünisse un seul faisceau ?

Mais quand même on accorderoit, & qu'il seroit effectivement vrai, que l'envelope des nerfs est une production de la dure-mère, je crois avoir abondamment démontré, dans ma Dissertation inaugurale, soit par des Expériences faites sur des animaux vivans, soit par des raisons tirées de l'Anatomie, que la dure-mère est parfaitement insensible, quoique presque tous les Anatomistes lui ayent attribué jusqu'à présent le sentiment le plus exquis. Mon sentiment se trouve merveilleusement confirmé par une Expérience, telle que je l'avois toujours souhaitée, faite sur une personne vivante. J'en ai trouvé l'occasion, l'Eté dernier ; une femme malade qu'on avoit mise à l'Hôpital de la Charité me l'a fournie. Une carie vénérienne lui avoit entierement consumé une portion de l'os du front, large de deux travers de doit, de

de forte que la dure-mère se montroit nuë à l'oeil, & qu'on pouvoit la toucher sans peine avec un Instrument. Or, de quelque maniere que je l'aye touchée, & même pressée & irritée, cette femme m'a constamment assuré qu'elle ne sentoit rien, quoiqu'elle se plaignit des douleurs les plus violentes dès qu'on lui touchoit très legèrement la chair vive. En comparant ce fait avec les Observations par lesquelles j'ai prouvé que la dure-mère, après qu'elle est sortie du crane, se réduit en une toile celluleuse lâche, & avec d'autres Expériences qui concernent l'irritabilité & le mouvement de la dure-mère, il me paroit qu'on est pleinement en droit d'en conclurre, que la dure-mère elle-même est une simple toile celluleuse, insensiblement condensée, & réduite en une membrane forte & solide, par la pulsation des vaisseaux & la pression contre des os durs & résistans; & que cette membrane reprend partout sa nature, lorsqu'étant sortie du crane elle se répand librement entre des parties plus molles.

Presque tout ce qui vient de servir à montrer que l'envelope extérieure des nerfs n'est pas une continuation de la dure-mère, peut être employé à combattre l'idée de M. *Le Cat*, & des autres Physiciens, qui placent dans la pie-mère le principal siège du sentiment. En effet nos Observations rapportées ci-dessus ont prouvé que la pie-mère, après qu'elle est sortie du crane, se change, comme nous l'avons enseigné de la dure-mère, en une toile celluleuse lâche, qui lie entr'eux les filets nerveux, qui a tous les caractères de ressemblance avec la toile celluleuse extérieure, & qui se confond intimement avec elle. Outre cela la pie-mère, comme l'ont mis en évidence les Expériences sur ce sujet, faites par Mrs. *Kaaw*, *Ridley*, & moi, ne se montre pas seulement toujours privée de sentiment, de sorte qu'on peut impunément la déchirer, ou la toucher avec de l'huile de vitriol, sans qu'aucun animal donne le moindre signe de douleur; mais même, dans l'homme vivant, lorsqu'en s'unissant avec la substance corticale il s'en forme une espece de fungosité, elle peut être coupée ou détruite par des médica-

mens

mens corrosifs, sans aucune espece de douleur ou de sentiment. Est-il croyable que la pie-mère change de nature, après qu'elle est sortie du crane, & qu'y ayant été insensible, elle acquière ensuite la faculté du sentiment ?

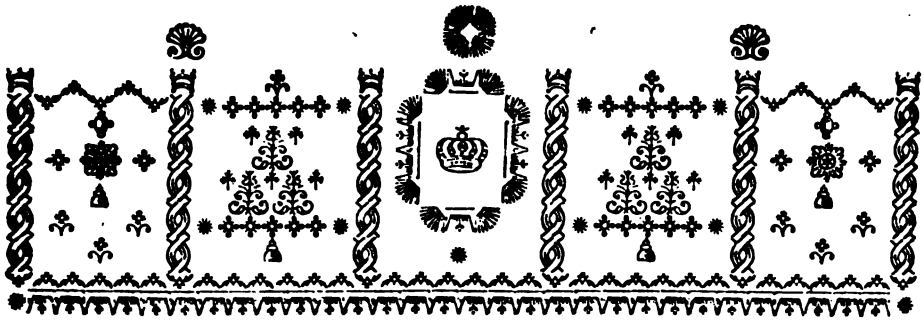
Enfin la nature même de la pie-mère est telle, qu'on a lieu de s'étonner comment l'opinion qui en fait le siège principal du sentiment a pû s'établir, puisque tous les phénomenes s'accordent à déposer que cette membrane est faite d'une mince cellulosité, qui contient plusieurs vaisseaux, & les porte en ordre au cerveau où ils s'inserent.

MEM

MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES-LETTRES.

CLASSE DE MATHEMATIQUE.

* * *



RE'FLE'XIONS
ET
ECLAIRCISSEMENS
SUR LES NOUVELLES VIBRATIONS DES CORDES EXPOSÉES DANS LES MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE *de* 1747. & 1748.

PAR M. DANIEL BERNOULLI.

I.

Mr. *Taylor* est parvenu le premier à connoitre le nombre des vibrations, que fait dans un tems donné une corde uniformement epaisse d'une longueur donnée, d'un poids donné, & tenduë par une force donnée. Il n'étoit pas possible de déterminer ce nombre sans connoitre préalablement les courbures, que prendroient les cordes pendant tout le tems que dureroient leurs vibrations ; il a donc démontré, que cette courbure étoit

conſtamment la compagne d'une cycloïde extremement allongée, dans laquelle les appliquées repréſentent les ſinus des arcs repréſentés par les abſciſſes : auſſi n'eſt-ce à mon avis que ſous cette forme que les vibrations peuvent devenir régulieres, ſimples, & iſochrones, malgré l'inégalité des excurſions. Avec cette idée, que j'ai toujours euë, je ne pouvois qu'être ſurpris de voir dans les Mémoires des années 1747. & 1748. une infinité d'autres courbures comme douées de la même propriété; il ne me falloit pas moins que les grands noms de Mrs. d'*Alembert* & *Euler*, que je ne pouvois ſoupçonner d'aucune inattention, pour examiner s'il n'y auroit pas quelque équivoque dans l'aggrégation de toutes ces courbes avec celle de M. *Taylor*, & dans quel ſens on pourroit les admettre. J'ai vû auſſi-tôt, qu'on ne pouvoit admettre cette multitude de courbes que dans un ſens tout-à-fait impropre; je n'en eſtime pas moins les calculs de Mrs. d'*Alembert* & *Euler*, qui renferment certainement tout ce que l'Analyſe peut avoir de plus profond & de plus ſublime; mais qui montrent en même tems, qu'une analyſe abſtraite, qu'on écoute ſans aucun examen ſynthetique de la queſtion propoſée, eſt ſujette à nous ſurprendre plutôt qu'à nous éclairer. Il me ſemble à moi, qu'il n'y avoit qu'à faire attention à la nature des vibrations ſimples des cordes, pour prévoir ſans aucun calcul tout ce que ces deux grands Géometres ont trouvé par les calculs les plus épineux & les plus abſtraits, dont l'eſprit analytique ſe ſoit encore aviſé.

II. Remarquons d'abord que, ſuivant la théorie de M. *Taylor*, une corde tenduë peut former ſes vibrations uniformes d'une infinité de manieres, qui different entre elles pour le phyſique, mais qui reviennent au même pour le géometrique, parce que dans chacune de ces manieres on ne fait que changer l'unité qui ſert de meſure. Ces manieres differentes conſiſtent dans le nombre des ventres, que la corde peut former durant ſes vibrations. Quand il n'y a qu'un ſeul ventre, comme dans la premiere Figure, les vibrations ſont les plus tardives, elles forment le ſon fondamental; quand il y a deux ventres, & un

noeud

noeud au milieu de l'axe, les vibrations se doublent, & elles forment l'octave du son fondamental; lorsque la corde forme trois, quatre, ou cinq ventres, avec deux, trois, ou quatre noeuds, par des distances mutuelles égales, comme dans les figures 3. 4. & 5. les vibrations se triplent, quadruplent, ou quintuplent, & forment la douzième, la double octave, ou la tierce majeure de la double octave, rélativement au son fondamental. Cette multiplicité va à l'infini. Dans chaque espece de ces vibrations les excursions totales peuvent être grandes ou petites à discrétion, pourvû que les plus grandes puissent être censées extrèmement petites. La nature de ces vibrations est telle que, non seulement chaque point commence & finit chaque vibration simple au même instant, mais encore que tous les points se mettent après chaque demi-vibration simple dans la position de l'axe AB. Il faut considérer toutes ces conditions comme essentielles, & tout aussi-tôt il n'y a que les courbes données par M. *Taylor*, qui satisfassent au problème. Mais en séparant ces conditions on peut former une infinité de courbes, qui satisfassent à quelque condition séparément; mais je ferai voir combien peu on seroit fondé en ces cas à appeller les vibrations isochrones pour chaque point. Il en est de ces vibrations, comme des mouvemens réciproques des corps, qui descendent & montent alternativement sur une courbe; cette courbe ne peut être que la cycloïde, si l'on demande que toutes les descentes, grandes ou petites, soyent isochrones entre elles de même que les montées; mais si l'on veut simplement que les vibrations entieres soyent isochrones entre elles, on peut donner autant de courbes qu'on demande, qui satisfassent à ce problème; puisque j'ai demontré dans les Mémoires de Petersbourg, que quelle courbe de descente on donne, on peut toujours déterminer la courbe de montée, telle que les deux tems employés à la descente & à la montée pris ensemble fassent une même somme, quelque inégalité qu'il y ait entre les amplitudes des excursions.

III. Si j'ai dit que les cordes peuvent faire leurs vibrations simples d'une infinité de manieres, dont les cinq premieres figures servent

d'exemples, ce n'eſt pas là une vérité abſtraite ſeulement ; on peut la rendre réelle, comme l'exemple des trompettes marines le montre aſſez par les ſons qu'on en tire : les Expériences qu'on fait en plaçant un chevalet dans quelqu'un des points *a*, & en pinçant le bout A*a*, confirment la même choſe ; puisqu'elles nous aprennent, qu'il ſe forme aux points *b*, *c*, *d*, &c. des noeuds à diſtances égales, qui demeurent comme en repos, pendant que tous les autres points ſont agités. Cette multiplicité infinie de vibrations ſe manifeſte dans tous les corps ſonores, de quelque nature qu'ils puiſſent être ; c'eſt par là qu'on peut tirer des cors de chaſſe, des trompettes, &c. tous les ſons qui vont en progreſſion des nombres naturels ; c'eſt à dire dans la même progreſſion que les ſons, qu'on peut tirer d'une ſeule & même corde par ſes differentes eſpeces de vibrations. En fermant tous les trous d'une flûte traverſiere, on peut par la ſimple variation de l'embouchure obtenir d'abord le ſon le plus bas, ou fondamental, & puis ſucceſſivement ſon octave, ſa douzième, ſa double octave, ſa dix-ſeptième majeure, qui ſont pareillement comme 1, 2, 3, 4 & 5. mais il ne faut pas croire pour cela, que cette progreſſion ſoit générale. Aprés m'être formé une bonne théorie ſur les vibrations de l'air dans les inſtrumens à vent, j'en ai conclu, qu'on ne pourroit tirer des tuyaux bouchés que les ſons, qui vont en progreſſion des nombres impairs, ſavoir 1, 3, 5, 7, &c. & ma concluſion a été confirmée par l'Expérience : car ayant ôté la piece d'en-haut d'une flûte traverſiere, & la bouchant avec la main, j'en ai tiré d'abord le ſon le plus bas, & puis renforçant le ſoufle ſa douzième ſans paſſer par l'octave, enſuite ſa dix-ſeptième majeure, & enfin un ton qui n'eſt pas reçu dans la Muſique, & qui approchoit de la vingt-unième du ſon fondamental. Je ne ſai ſi cette propriété a déjà été remarquée par d'autres ; mais elle me paroit d'autant plus remarquable, qu'elle eſt peut-être propre à expliquer en quoi conſiſtent ces accès de facile réfléxion & de facile transmiſſion des rayons, obſervés avec tant de ſagacité par le grand Newton. C'eſt ſur quoi je compte de donner un Mémoire, quand j'aurai expliqué & réduit au calcul les vibra-

vibrations de l'air formées dans des tuyaux ouverts & bouchés, & démontré l'analogie entre ces vibrations de l'air & celles de l'ether, qui fait la lumiere. Je n'ai fait ici cette remarque, que pour prouver, que les differens sons tirés du même corps sonore ne vont pas toujours dans la progression des nombres naturels. Mais je dis plus : ces sons peuvent avoir telle proportion, qu'il n'y a aucune formule en quantités finies qui puisse l'exprimer; comme on peut voir par les sons, que j'ai calculés autrefois, qui sont ceux qu'on peut tirer d'une verge d'acier frappée par des petits coups. C'étoit un problème nouveau, & qui demandoit beaucoup de circonspection; après l'avoir résolu, je l'ai proposé à M. *Euler*, qui en a donné une solution parfaitement conforme à la mienne, quoique incomplete d'abord en ce qu'il avoit omis la moitié des sons possibles; je l'en ai averti, & il y a suppléé dans les Actes de Leipsig.

IV. Ma conclusion est, que tous les corps sonores renferment en puissance une infinité de sons, & une infinité de manieres correspondantes de faire leurs vibrations régulieres; enfin, que dans chaque differente espece de vibrations les infléxions des parties du corps sonore se font d'une maniere differente. Mais ce n'est pas de cette multitude de vibrations appliquée aux cordes tenduës, que Mrs. d'*Alembert* & *Euler* prétendent parler; elle n'étoit pas inconnuë à M. *Taylor:* ils multiplient à l'infini chaque espece, en accordant à chaque intervalle entre deux noeuds voisins une infinité de courbures telles que chaque point commence & acheve aux mêmes instans ses vibrations, pendant que, suivant la théorie de M. *Taylor*, chaque dit intervalle doit nécessairement prendre la seule courbure de la compagne de la cycloïde extrémement allongée. Cette contradiction apparente entre d'aussi grands Géometres me paroit demander quelque éclaircissement.

V. Remarquons donc, que la corde AB peut non seulement faire ses vibrations suivant la figure premiere, ou seconde, ou troisième, & ainsi à l'infini, mais qu'il peut se faire encore un mêlange de toutes ces vibrations avec toutes les combinaisons possibles; & cependant toutes

Comme la plus grande appliquée *pm* peut avoir un rapport quelconque à la plus grande appliquée *a r*, il eſt clair, que cette courbe A*paq*B contient déjà une infinité d'eſpeces. Voici à préſent les propriétés de cette courbe A*paq*B.

(*a*) Je dis que la courbe idéale A*man*B fera ſes vibrations par rapport à l'axe droit A*rb*, entierement ſuivant la loi des vibrations ſimples de la premiere figure.

(*b*) Enſuite, que chaque point de la courbe A*paq*B aura ſon mouvement rélatif par rapport à chaque point correſpondant de la courbe A*man*B, le même que le mouvement abſolu repréſenté par la ſeconde figure.

(*c*) Or chaque point de la ſeconde figure fait préciſément deux vibrations, pendant que le même point en fait une dans les vibrations de la premiere figure. Il faut donc que tous les points de la courbe A*paq*B finiſſent leurs vibrations alternes au même inſtant, que ceux de la figure A*man*B finiſſent chacune des leurs.

(*d*) Lorsque, au commencement, un point de la courbe A*paq*B eſt en dehors de la courbe A*man*B, ce même point au bout de ſes deux vibrations ſera en dedans de cette derniere courbe, qui n'aura fait qu'une ſeule vibration; & ainſi la courbe A*man*B ayant pris la ſituation A*m'a'n'*B, il arrivera que la courbe A*paq*B prenne la ſituation A*p'a'q'*B, & que la courbe A*p'a'q'*B ſoit tout à fait la même qu'elle avoit été, en changeant ſimplement l'ordre des côtés, c'eſt à dire, la même que B*qap*A, ce qui fait un cas du beau théoreme de M. *Euler*.

IX. De la même façon que nous avons combiné les vibrations de la premiere, & de la ſeconde figure, on pourra combiner les vibrations de la premiere figure, avec celles de toute autre figure ſans exception

exception à l'infini; toutes ces combinaiſons peuvent même ſubſiſter à la fois; ainſi; par exemple, la courbe abſoluë A*paq*B de la ſixième figure, pourra encore être conſidérée comme une courbe translatrice, on pourra la partager en trois parties égales, & y appliquer la même courbe qui, dans la troiſième figure, eſt appliquée à l'axe droit AB. Quelle que ſoit la courbe abſoluë réſultante de toutes ces combinaiſons faites à diſcrétion, il arrivera toujours que tous les points de la courbe arrivent dans un même inſtant au point de repos inſtantané du côté oppoſé de l'axe, & la courbe dans cet état ſera toujours la même, en ſituation renverſée, qu'elle avoit été au commencement, comme le dit M. *Euler*.

X. Si l'on ne combine enſemble que les figures, qui ont un nombre de ventres impair, ces courbes auront encore cette propriété, que chaque point de la courbe abſoluë réſultante paſſe dans un même inſtant par l'axe droit AB, ce qui peut par conſéquent ſe faire d'une infinité de façons; mais auſſi-tôt qu'une ſeule courbe à ventres pairs s'y mêle, cela n'arrive plus. Voilà un expoſé phyſique des nouvelles vibrations des cordes données par Mrs. d'*Alembert* & *Euler*; & ſi j'ai bien compris leurs énoncés, toutes les nouvelles courbes qu'ils donnent, ſont compriſes dans notre conſtruction, & ſont un ſimple mêlange de pluſieurs eſpeces de vibrations, dont chacune à part ſe fait ſuivant les loix décrites par M. *Taylor*. Mais il me ſemble que ce n'eſt là qu'une eſpece de compoſition de mouvement, qui ne peut donner aucune amplification à la théorie de M. *Taylor*.

XI. Pour mieux ſentir l'incongruïté d'une telle amplification, nous combinerons la courbe fondamentale de M. *Taylor*, qui eſt repréſentée par la premiere figure, avec la figure anguiforme Taylorienne qui auroit 1001 ventres; il en réſultera une courbe du nombre des nouvelles courbes, qui aura cette propriété, que tous les points commençans au même inſtant leur vibration, paſſeront tous dans un même inſtant par l'axe droit, & arriveront dans un même inſtant au

 point

point de repos, de l'autre côté de l'axe, pour recommencer un nouveau mouvement pareil au précedent. Mais qu'arrive-t-il pendant ce mouvement ? Je dis qu'il y aura dans la corde précisément 1000 points à de petites distances égales, dont chacun fait une vibration, absolument de la même maniere que si les vibrations se faisoient simplement suivant la loi de la premiere figure, pendant que tous les autres points feront 1001 allées & venuës, ou 1001 vibrations, & pourront même passer 1001 fois l'axe droit. Ces 1001 vibrations seront entieres & parfaites; dans chacune de ces vibrations chaque élément aura un moment de repos absolu & parfait, & un moment auquel sa vitesse soit la plus grande. Si l'on vouloit confondre ces petites vibrations rapides avec la simple vibration fondamentale, uniquement parce que la mille & unième petite vibration finit au même instant dans chaque point, que la vibration fondamentale finit, ce feroit appeller synchrones deux pendules simples, dont l'un auroit 1 pied de longueur & l'autre 1002001 pieds, parce que ces deux pendules, commençans leurs vibrations au même instant, les finissent aussi dans un même tems; on pourroit même unir ces deux pendules en supposant un corps extrèmement pesant, suspendu par une très longue corde, & un petit corps attaché au grand par un petit fil, on pourra toujours obtenir que le petit pendule attaché au grand commence la premiere de ses vibrations, & finisse la derniere, aux mêmes instans que le grand pendule commence & finit une seule vibration; mais sera-t-on fondé pour cela d'appeller ces vibrations isochrones ?

XII. Voyons encore si toutes les nouvelles courbes trouvées par M. *Euler*, sont comprises dans notre remarque. Pour cet effet il faudra donner une équation pour toutes les courbes Tayloriennes, dont les cinq premieres figures sont autant d'exemples. Je me servirai des dénominations de M. *Euler*. Soit donc la longueur de la corde $AB = a$; $\pi =$ à la demi-circonference du cercle dont le rayon est exprimé par l'unité, la plus grande appliquée au milieu de chaque

ventre

ventre pour la premiere figure $= \alpha$, pour la seconde $= \beta$, pour la troisième $= \gamma$, pour la quatrième $= \delta$; soit enfin x une abscisse quelconque, & y l'appliquée pour cette abscisse, on aura suivant M. *Taylor*,

pour la 1. fig. $y = \alpha \sin \frac{\pi x}{a}$

pour la 2. fig. $y = \beta \sin \frac{2\pi x}{a}$

pour la 3. fig. $y = \gamma \sin \frac{3\pi x}{a}$

pour la 4. fig. $y = \delta \sin \frac{4\pi x}{a}$ &c.

En combinant donc toutes ces courbes à l'imitation de la figure sixième, pour laquelle nous n'avons combiné que les deux premieres figures, nous aurons généralement pour la même abscisse x cette équation

$$y = \alpha \sin \frac{\pi x}{a} + \beta \sin \frac{2\pi x}{a} + \gamma \sin \frac{3\pi x}{a} + \delta \sin \frac{4\pi x}{a} + \&c.$$

dans laquelle les quantités α, β, γ, δ, &c sont arbitraires affirmatives ou négatives.

XIII. Voilà donc cette infinité de courbes trouvées sans aucun calcul, & notre équation est la même que celle de M. *Euler*; voyez les Mémoires de l'Académie pour l'Année 1748. page 85. Il est vrai que M. *Euler*, ne traite pas cette multitude infiniment infinie de générale, & qu'il ne la donne au §. 30. que comme des cas particuliers; mais c'est sur quoi je ne suis pas encore assez éclairci : s'il y a encore d'autres courbes, je ne comprens pas dans quel sens on peut les admettre.

XIV. Si dans notre équation on suppose les coëfficiens des termes alternes, savoir β, δ, &c. $= 0$, il arrivera alors non seulement, que

 toutes

toutes les eſpeces de vibrations finiſſent au même inſtant que finit la vibration fondamentale, mais encore que tous les points de la corde ſe rangent au même inſtant dans la poſition de la ligne droite AB; cela n'eſt qu'un corollaire de notre §. 10. Dans cette ſuppoſition la courbe obtient un diametre qui paſſe par le milieu de la corde AB, & qui partage la courbe en deux branches parfaitement égales & ſemblables. Ce théoreme eſt donc encore le même que celui de M. *Euler* du §. 28.

XV. Si après toutes nos remarques on vouloit encore confondre les vibrations compoſées avec les vibrations ſimples expoſées par M. *Taylor*, je ne m'y oppoſerai pas; mon intention n'a été principalement que d'expoſer ce que les nouvelles vibrations de Mrs. d'*Alembert* & *Euler* ont de phyſique. Si au contraire on trouve que ces nouvelles vibrations ne ſauroient être priſes pour des vibrations ſimples, qui ſeules faiſoient l'objet de M. *Taylor*, & qu'étant décompoſées en vibrations ſimples & uniformes, chaque eſpece ſe fait ſimplement ſuivant la loi de *Taylor*, ces nouvelles courbes ne feront que confirmer la théorie de M. *Taylor*, quand il exclud toutes les autres courbes, & qu'il n'admet que ſa trochoïde prolongée. Mais je n'en admirerai pas moins la profonde ſagacité avec laquelle nos deux illuſtres Géometres ont ſu déterminer analytiquement ces nouvelles courbes. Au reſte je crois que quelque courbure initiale qu'on donne à la corde, elle ne manquera pas de faire ſes vibrations presque auſſitôt ſuivant la ſimple uniformité des mouvemens iſochrones, & conformèment à la nature de la trochoïde prolongée expoſée par M. *Taylor*, quoique Mr. *Euler* ne paroiſſe pas de ce ſentiment au §. 27. Voici comment je conçois la choſe. L'expérience & la raiſon nous apprennent, que de deux cordes également groſſes & également tenduës, la plus longue conſerve plus longtems ſes vibrations que la plus petite; dans les petites cordes pincées le ſon ne dure qu'un inſtant. Ainſi toutes les vibrations partielles, mêlées avec la vibration totale & fondamentale, finiront bien vîte, pendant que la fondamentale dure encore très ſenſiblement; & alors la

corde

corde ne formera plus que la trochoïde prolongée de M. *Taylor*. C'eſt auſſi ce que nous voyons toujours arriver dans les cordes pincées d'un clavecin, dans lesquelles on reconnoit aſſez par les yeux ladite courbe uniforme, qui ne forme qu'un ſeul ventre.

XVI. On peut encore remarquer ſur cette matiere, qu'il n'y a que les cordes uniformement épaiſſes, qui ſoient ſuſceptibles des propriétés que nous venons d'expoſer; la raiſon en eſt, que lorſque les cordes inégalement épaiſſes ſe replient ſuivant les figures 2. 3. 4. 5. &c. les vibrations n'en deviennent pas préciſement 2. 3. 4. 5. &c. fois plus rapides qu'elles ſont par rapport à la première figure, & qu'ainſi dans le mêlange de ces vibrations elles ne finiſſent jamais dans un même inſtant, quoiqu'elles ayent toutes commencé dans un même inſtant. Il n'y a donc à mon avis qu'une ſeule courbe pour les cordes inégalement épaiſſes, pour un nombre d'interſections donné, qui ſatisfaſſe à notre problème; & ſi cela eſt, pourquoi y en auroit-il une infinité pour les cordes uniformement épaiſſes? Enfin, qu'on choiſiſſe le mêlange le plus ſimple, en conſidérant l'équation $y = \alpha \text{ ſin } \frac{\pi x}{a} + \beta \text{ ſin } \frac{2 \pi x}{a}$, dans laquelle les coëfficiens α & β peuvent être de petites lignes quelconques. Soit la longueur du pendule ſimple iſochrone, avec les vibrations uniformes qui répondent à la ſimple première figure $= l$; la longueur d'un pareil pendule pour la ſeconde figure $= \frac{1}{4} l$; ou ſuivant Mrs. d'*Alembert* & *Euler*, le pendule iſochrone pour la figure exprimée par l'équation $y = \alpha \text{ ſin } \frac{\pi x}{a} + \beta \text{ ſin } \frac{2 \pi x}{a}$ a toujours pour longueur la quantité l; cependant cette même longueur eſt manifeſtement $= \frac{1}{4} l$ en faiſant $\alpha = 0$; il y auroit donc là dedans une contradiction, ſi ces Géometres ne prenoient le mot d'iſochroniſme dans un autre ſens, qu'on ne lui attache ordinairement.

XVII.

XVII. De notre ſolution ſynthetique du problème de Mrs. d'*Alembert* & *Euler*, on voit auſſi ſans calcul la maniere de déterminer la courbe abſoluë de la corde à chaque inſtant, de même que la viteſſe de chaque point: car, ſoit la courbe initiale exprimée par

$$y = \alpha \sin \frac{\pi x}{a} + \beta \sin \frac{2\pi x}{a} + \gamma \sin \frac{3\pi x}{a} + \delta \sin \frac{4\pi x}{a} + \&c.$$

& qu'il ſoit, par exemple, queſtion de déterminer la courbe au moment que le milieu de la corde paſſe par l'axe droit AB: il eſt clair que la courbe ſera exprimée dans cet inſtant par cette équation

$$y = -\beta \sin \frac{2\pi x}{a} + \delta \sin \frac{4\pi x}{a} - \&c.$$

dans laquelle les ſignes ſont alternativement négatifs & affirmatifs. Quant aux viteſſes, il eſt de même facile à les déterminer par la ſimple compoſition du mouvement, puiſqu'on détermine dans la Méchanique le rapport des viteſſes de chaque point pour chaque figure à part.

XVIII. J'ai évité juſques ici les calculs, & j'ai fondé tout mon raiſonnement ſur le principe confirmé par l'expérience (§. 6.) qu'il peut ſe faire un mêlange de vibrations dans un ſeul & même corps ſonore, qui ſoient abſolument indépendantes les unes des autres. A bien conſidérer ce principe, il n'eſt pas differant de celui de la compoſition du mouvement; cependant, pour le mettre dans tout ſon jour, j'ai cru devoir ajouter ici les réfléxions méchaniques, & les calculs que cette matiere demande.

XIX. Soit un corps A (fig. 7.) tiré directement vers un point fixe B: ſi l'on demande que le corps arrive au point B dans un tems donné, quelle que ſoit la diſtance initiale AB, on ſait que les gravitations du corps A vers le point fixe B, doivent être dans chaque point proportionelles aux diſtances du corps depuis le point B. On ſait même, qu'il n'y a que cette ſeule loi de gravitation qui ſatisfaſſe à la queſtion =

tion; alors les demi-excursions deviennent de part & d'autre parfaitement égales. Voilà le vrai isochronisme, & le seul qu'il faille considérer. Supposons après cela que, pendant que le corps A est poussé avec la dite loi vers le point B, les deux points A & B souffrent dans chaque instant une accéleration égale vers le point C, de sorte que le systême AB souffre une gravitation commune vers C, qui soit encore proportionelle aux distances BC; par là on obtiendra un autre isochronisme dans les excursions du systême AB. Après cela on pourra de nouveau imaginer que les trois points A, B, & C, souffrent dans chaque instant une accélération égale vers un quatrième point D, & que cette gravitation commune aux trois points A, B, & C, soit toujours proportionelle aux distances du point C au point D. De cette façon on pourra multiplier à l'infini les gravitations du corps A vers differens points, & ce corps A souffrira par là un mêlange de plusieurs especes de vibrations, qu'il convient d'examiner.

XX. Quelle que soit la distance initiale, le corps A employera toujours le même tems pour parvenir au point B, & pour faire une demi-vibration; après quoi le corps A fera une autre demi-vibration, du côté opposé toujours dans le même tems; il reviendra encore au point B après un troisième tems, & ainsi de suite: en un mot ce mouvement rélatif au point B sera le même, que si ce point demeuroit entiérement en repos. J'appellerai ces mouvemens réciproques, des vibrations isochrones rélatives; & cette distinction des vibrations est bien nécessaire, parce qu'en effet elles sont bien différentes des vibrations absolues du même corps A. Supposons que la pesanteur du corps A vers le point B soit égale à la pesanteur naturelle, en faisant sa distance au point B $= a$; dans cette supposition ces premieres vibrations isochrones rélatives seront isochrones avec les vibrations absoluës d'un pendule simple de la longueur a.

Après avoir considéré ces premieres vibrations rélatives au point B, nous aurons les mêmes réfléxions à faire sur les vibrations isochro-

ve au point fixe D, ensuite celle du point B rélative à son centre de force mobile C, & puis celle du point A rélative au centre de force mobile B.

XXIII. Supposons à présent la distance initiale A B $= a$, B C $= \beta$, C D $= \gamma$, &c. & qu'au bout d'un tems donné t la distance A B soit devenuë $= x$, la distance B C $= y$, la distance C D $= z$ &c. ; soit aussi la vitesse rélative entre les points A & B $= u'$, celle d'entre les points B & C $= u''$, celle d'entre les points C & D $= u'''$ &c. on aura

$$du' = \frac{x}{a}\,dt \quad \& \quad u' = \sqrt{\frac{aa - xx}{a}},$$

$$du'' = \frac{y}{b}\,dt \quad \& \quad u'' = \sqrt{\frac{\beta\beta - yy}{b}},$$

$$du''' = \frac{z}{c}\,dt \quad \& \quad u''' = \sqrt{\frac{\gamma\gamma - zz}{c}}, \quad \&c.$$

Outre ces équations la Géometrie nous enseigne encore des constructions & équations entre le tems t & les distances x, y, z, &c. Car, soit le sinus total exprimé par l'unité, & qu'on dénote par A. cos F un arc de cercle, dont le rayon est un, & dont le cosinus est une quantité quelconque F, on pourra exprimer le tems t par chacune des équations suivantes

$$t = \sqrt{a} \times \text{A. cos}\,\frac{x}{a}$$

$$t = \sqrt{b} \times \text{A. cos}\,\frac{y}{\beta}$$

$$t = \sqrt{c} \times \text{A. cos}\,\frac{z}{\gamma} \quad \&c.$$

Par le moyen de ces équations on pourra déterminer chacune des distances

tances x, y, z, &c. par le même tems t commun, en convertissant les signes ; de cette façon on aura

$$x = \alpha \text{ cos. A. } \frac{t}{\sqrt{a}}$$

$$y = \beta \text{ cos. A. } \frac{t}{\sqrt{b}}$$

$$z = \gamma \text{ cos. A. } \frac{t}{\sqrt{c}} \text{ \&c.}$$

Dans ces équations il faut entendre par cos A $\frac{t}{\sqrt{a}}$ le cosinus d'un arc de cercle, qui est égal à $\frac{t}{\sqrt{a}}$ & dont le rayon est égal à l'unité, & ainsi des autres. Outre cela les quantités $\sqrt{a}$, $\sqrt{b}$, $\sqrt{c}$, &c. marquent les tems, qu'un corps animé par la pesanteur naturelle employe pour tomber librement des hauteurs $\frac{1}{2}a$, $\frac{1}{2}b$, $\frac{1}{2}c$, &c.

Nous avons donc déterminé chacune des quantités x, y, z, &c. par le même tems t, & par conséquent la distance absoluë du corps au dernier point fixe, laquelle distance est $= x + y + z +$ &c. Nous avons pareillement déterminé pour chaque instant les vitesses rélatives u', u'', u''', &c. & la vitesse absoluë du point A exprimée par $u' + u'' + u''' +$ &c. de même que les élémens de toutes ces vitesses.

XXIV. On pourra, au lieu des tems exprimés par $\sqrt{a}$, $\sqrt{b}$, $\sqrt{c}$, &c. considérer les tems qui répondent à une vibration simple rélative du point A par rapport au point B, & puis du point B par rapport au point C, ensuite du point C par rapport au point D. Si nous désignons donc ces tems par θ', θ'', θ''' &c. & que π soit la demi-circonférence d'un cercle qui a l'unité pour rayon, il faudra supposer dans

les équations du précédent article $\sqrt{a} = \frac{\theta'}{\pi}$, $\sqrt{b} = \frac{\theta''}{\pi}$, $\sqrt{c} = \frac{\theta'''}{\pi}$, après lesquelles substitutions toutes les quantités deviennent manifestement homogenes.

Soit, par exemple, $\theta' = 1''$, $\theta'' = 2''$, $\theta''' = 3''$, & qu'il soit question de déterminer toutes les circonstances du mouvement en faisant $t =$ un quart de seconde; je dis qu'on aura $x = \alpha \cos A \frac{\pi t}{\theta'} = \alpha \cos A \frac{1}{4}\pi = \alpha \sqrt{\frac{1}{2}}$; $y = \beta \cos A \frac{\pi t}{\theta''} = \beta \cos A \frac{1}{8}\pi = \beta \cos 22° 30'$, & $z = \gamma \cos A \frac{\pi}{12} = \gamma \cos 15°$; donc $x + y + z = 0,70710\ \alpha + 0,92387\ \beta + 0,96592\gamma$, laquelle quantité marque la distance du corps A au point D après un quart de seconde de tems. On aura ensuite $u' = \sqrt{\frac{\alpha\alpha - xx}{a}} = \frac{\alpha}{\sqrt{a}} \sin A \frac{1}{4}\pi$; $u'' = \sqrt{\frac{\beta\beta - yy}{b}} = \frac{\beta}{\sqrt{b}} \sin A \frac{1}{8}\pi = \frac{\beta}{2\sqrt{a}} \sin A \frac{1}{8}\pi$, & $u''' = \frac{\gamma}{3\sqrt{a}} \sin A \frac{1}{12}\pi$. De là il résulte pour notre exemple la vitesse absolue $u' + u'' + u''' =$

$$\frac{6\,\alpha \sin 45° + 4\,\beta \sin 22° 30' + 2\,\gamma \sin 15°}{6\,\gamma\, a}$$

XXV. Mais, sans nous arrêter à cette sorte de déterminations, qui n'ont pas trop de rapport avec ce que je me suis proposé de principal, examinons plutôt sous quelles circonstances la vitesse absolue $u' + u'' + u'''$ peut devenir $= 0$, en nous bornant aux trois especes de vibrations simples mêlées ensemble. Il faudra pour cet effet, en vertu du §. 23. faire $\sqrt{\frac{aa - xx}{a}} + \sqrt{\frac{\beta\beta - yy}{b}} + \sqrt{\frac{\gamma\gamma - zz}{c}} = 0$

substi-

substituons pour x, y, & z leur valeur en t, & nous aurons $\frac{\alpha}{\sqrt{a}} \sin A \frac{t}{\sqrt{a}} + \frac{\beta}{\sqrt{b}} \sin A \frac{t}{\sqrt{b}} + \frac{\gamma}{\sqrt{c}} \sin A \frac{t}{\sqrt{c}} = 0$. Je me propose de déterminer la valeur de t, qui satisfasse à cette équation dans quelque exemple particulier. Nous supposerons donc θ''' ou $\pi\sqrt{c} = 2\theta''$ ou $2\pi\sqrt{b} = 3\theta'$ ou $3\pi\sqrt{a}$, c'est à dire nous supposerons, que, pendant que le point C fait une vibration pour le point fixe D, le point B en fasse deux pour le point C, & le point A en fasse trois pour le point B, laquelle supposition demande $\sqrt{c} = 2\sqrt{b} = 3\sqrt{a}$. Là dessus notre équation donnera

$$3\alpha \sin A \frac{3t}{\sqrt{c}} + 2\beta \sin A \frac{2t}{\sqrt{c}} + \gamma \sin A \frac{t}{\sqrt{c}} = 0.$$

Soit à présent $\sin A \frac{t}{\sqrt{c}} = q$, & on aura $\sin A \frac{2t}{\sqrt{c}}$, c'est à dire le sinus de l'arc double $= 2q\sqrt{(1-qq)}$ & $\sin A \frac{3t}{\sqrt{c}} = 3q - 4q^3$, & là dessus nous aurons

$$3\alpha(3q - 4q^3) + 2\beta \times 2q\sqrt{(1-qq)} + \gamma q = 0,$$

ou bien

$$9\alpha - 12\alpha qq + 4\beta\sqrt{(1-qq)} + \gamma = 0.$$

Par la premiere des ces équations on voit déjà, qu'on peut faire $q = \sin A \frac{t}{\sqrt{c}} = 0$, ce qui donne $z = \gamma \cos A \frac{t}{\sqrt{c}} = \pm\gamma$; $y = \beta \cos A \frac{t}{\sqrt{b}} = \beta \cos A \frac{2t}{\sqrt{c}} = \beta$, & $x = \pm\alpha$, & par conséquent $x + y + z = \pm\alpha + \beta \pm \gamma$. C'est là le cas qui s'offre de soi-même; mais il y en a encore d'autres indiqués par la seconde équation, qui peuvent être très réels. Pour abréger le calcul, nous nous borne-

rons

rons aux cas qui ſont $9\alpha + \gamma = 4\beta$; & dans ces cas on trouve le ſin A $\frac{t}{\sqrt{c}}$ ou bien

$$q = \pm \frac{\sqrt{(6\alpha\beta - \beta\beta)}}{3\alpha};$$

& enſuite le coſ A $\frac{t}{\sqrt{c}}$ ou bien

$$\sqrt{(1-qq)} = \pm \frac{\sqrt{(9\alpha\alpha - 6\alpha\beta + \beta\beta)}}{3\alpha} = \pm\left(1 - \frac{\beta}{3\alpha}\right).$$

De là on obtient $z = \pm\gamma\left(1 - \frac{\beta}{3\alpha}\right)$,

cette valeur de z marque déjà la poſition du point C; on trouvera enſuite la valeur de y, & enfin celle de x, & par là on aura déterminé les poſitions des trois points C, B, & A.

On voit donc que notre queſtion eſt le plus ſouvent ſuſceptible de pluſieurs ſolutions très réelles, quoiqu'elles ne le ſoyent pas toujours; car dans le cas préſent il faut que la quantité $\frac{\beta}{3\alpha}$ ſoit toujours un nombre affirmatif, & que β ſoit plus petit que 6α.

Deſcendons ici à un exemple tout particulier: ſuppoſons $\beta = 4\alpha$ & par conſéquent $\gamma = 7\alpha$. Dans ce cas il faut prendre $\sqrt{(1-qq)}$ négativement, & faire $\sqrt{(1-qq)} = -\frac{1}{3}$, ce qui donne l'arc $\frac{t}{\sqrt{c}}$ de 109^d, $28'$, dont le coſinus eſt $= -\frac{1}{3}$; l'arc $\frac{2t}{\sqrt{c}}$ de 218^d, $56'$, dont le coſinus eſt $= -0,77787$; & l'arc $\frac{3t}{\sqrt{c}}$ de 328^d, $24'$, dont le coſinus eſt $= 0,83172$. Ces valeurs donnent $z = -\frac{1}{3}\gamma = -\frac{7}{3}\alpha$;

$y =$

$y = -0,77787\,\mathfrak{b} = -3,11148\,a$; & $x = 0,85172\,a$, & par conséquent $x + y + z = -4,59309\,a$. Ainsi la distance initiale du corps A depuis le point D étant exprimée par 12, il y aura encore deux positions du corps A, dans lesquelles sa vitesse absoluë soit nulle, & ses distances au point D seront alors -4 & $-4,59309$.

XXVI. Voici à present la nature du mouvement absolu du corps A par rapport au point fixe D; la figure 8 marque les points capitaux avec la juste proportion des distances. Je dis donc que le corps partant du point A sera d'abord accéléré & ensuite retardé, après quoi il sera arrêté pour un moment au point B; il rebroussera de là jusques au point C, où il reposera encore un instant; du point C il retournera vers le point B en s'y arrêtant de nouveau pendant un instant, & du point B enfin il retournera au point A dont il étoit parti, où sa vitesse sera encore nulle, & alors tout sera réduit à son premier état. Outre cela le tems employé pour faire la premiere vibration A B est exprimé par l'arc $109^d.\,28'$, le tems pour faire la seconde petite vibration B C par l'arc $70^d.\,32'$; ce second tems sera encore employé pour faire la troisième vibration C B, & le premier tems pour faire la quatrième vibration B A. Si on exprime donc tout le tems, que le corps employe avant que de se remettre en son premier état, par 21600, la premiere vibration employera 6568 de même que la quatrième, pendant que chacune des deux moyennes employera 4232. Comme dans cet exemple la seconde & la troisième excursion sont très petites, le mouvement du corps paroitra comme presque en repos pendant presque la moitié du tems entier. Mais on auroit pu choisir d'autres exemples, où les excursions partielles seroient devenuës comme égales & comme isochrones, & alors c'est une question, si le corps doit être censé avoir fait quatre vibrations, ou deux; dans le sens de Mrs. d'*Alembert* & *Euler*, il faudroit toujours dire, qu'il n'en auroit fait que deux, quoiqu'on put lui faire faire cent allées & venuës toutes presque égales, & presque isochrones, & dont les mouvemens se feroient presque entierement selon les loix des mouvemens isochrones simples & ordinaires.

XXVII. Ce que je viens de dire du mouvement du corps A, arrive parfaitement à chaque point dans les nouvelles vibrations des cordes: je me contenterai, pour faire voir cette entiere conformité, d'expliquer le mêlange des deux premieres especes de vibrations les plus simples, exprimées par les deux premieres figures. J'ai représenté ce mêlange par la figure sixième, dont j'ai donné la construction au §. 8. Soit dans cette courbe absoluë A $p\ a\ q$ B la plus grande appliquée relative $p\,m = \varrho$, la plus grande appliquée $a\,r$ de la courbe idéale A $m\ a\ n$ B $= \sigma$; & soit encore la longueur de la corde entiere A B $= a$; qu'on prenne une abscisse quelconque A $b = x$ avec son appliquée $b\ d$; là-dessus on aura en vertu de la Théorie de M. *Taylor* $c\,d = \varrho \sin \frac{2\pi x}{a}$ & $b\,c = \sigma \sin \frac{\pi x}{a}$, & par conséquent l'appliquée $b\,d = \varrho \sin \frac{2\pi x}{a} + \sigma \sin \frac{\pi x}{a}$. Soit $b\,d = y$, on aura, en supposant dx constante, $ddy = \left(\frac{4\pi\pi}{aa}\varrho \sin \frac{2\pi x}{a} + \frac{\pi\pi}{aa}\sigma \sin \frac{\pi x}{a}\right)dx^2$; or, nommant P le poids qui tend la corde, & p le poids de la corde tenduë & uniforme, on sait que la force accélératrice absoluë du point d est exprimée par $\frac{P}{p} \cdot \frac{a\,ddy}{dx^2}$; cette force accélératrice sera donc ici $\frac{P}{p}a\left(\frac{4\pi\pi}{aa}\varrho \sin \frac{2\pi x}{a} + \frac{\pi\pi}{aa}\sigma \sin \frac{\pi x}{a}\right)$ ou bien $=$ $\frac{4P}{p} \cdot \frac{\pi\pi\varrho}{a} \sin \frac{2\pi x}{a} + \frac{P}{p} \cdot \frac{\pi\pi\sigma}{a} \sin \frac{\pi x}{a}$, ce qui fait la force accélératrice entiere du point $d = \frac{4P}{p} \cdot \frac{\pi\pi}{a} \cdot cd + \frac{P}{p} \cdot \frac{\pi\pi}{a} \cdot bc$. Nous voyons donc, que la force accélératrice entiere est composée de deux parties, dont la premiere est proportionelle à la distance dc, & qui fait faire au point d des vibrations isochrones rélatives au point c, qui fait

fait ici un centre de force mobile: la seconde partie de la force accélératrice du point d est $= \frac{P}{p} \cdot \frac{\pi\pi}{a} \cdot bc$: or, par la nature de la courbe A can B, le point c est animé vers le point immobile b avec la même force accélératrice $\frac{P}{p} \cdot \frac{\pi\pi}{a} \cdot bc$; ainsi la seconde force produit constamment la même accélération aux points d & c, & ne fera que transporter la petite distance dc sans la changer aucunement. Nous sommes donc entierement dans le même cas que celui des §§. 19. & 20. Pour obtenir une entiere identité il faudra supposer dans la septième figure C D $= o$, A B $= dc$ & B C $= cb$, ou bien $\alpha = \varrho$ sin $\frac{2\pi x}{a}$, $\beta = \sigma$ sin $\frac{\pi x}{a}$ & $\gamma = o$, & dans ces expressions la quantité x est constante par rapport au mouvement du même point d. Ainsi le mouvement de chaque point dans la courbe A daq B, sera par rapport à la courbe idéale A can B, le même que le mouvement absolu de la seconde figure, & le mouvement absolu de la courbe idéale A can B sera le même que celui de la premiere figure; ainsi la vibration suivant la figure A daq B n'est absolument qu'un mêlange des vibrations suivant la premiere & la seconde figure combinées ensemble, dont chaque espece se fait indépendamment l'une de l'autre. Ce mouvement absolu du point d renferme réellement deux mouvemens périodiques, l'un par rapport au point c, & l'autre par rapport au point b; le nombre des premiers retours périodiques sera toujours double de celui des seconds. L'esprit s'apperçoit de l'une & de l'autre espece de ces retours périodiques, & remarque par là un double son, dont l'un est l'octave de l'autre. Comme les petites quantités pm & ar désignées par ϱ & σ peuvent avoir un rapport quelconque, on ne remarquera que la premiere espece de mouvemens périodiques en faisant pm beaucoup plus grande que ar, pendant qu'on ne sentira que la seconde espece en faisant ar beaucoup plus grande que pm; dans le premier

cas le tems d'une vibration eſt manifeſtement de la moitié plus petit que dans le ſecond, pendant que, ſelon la maniere d'enviſager ces vibrations de Mrs. d'*Alembert* & *Euler*, le tems de chaque période eſt toujours le même, quelque rapport qu'il y ait entre ρ & σ, ce qui ne me paroit pas conforme au principe de continuité. Car ſi le tems d'une vibration eſt ſelon eux toujours t, quelque rapport qu'il y ait entre ρ & σ, pourquoi devient-il manifeſtement $\frac{1}{2}\,t$ en faiſant $\sigma = 0$? Pour répondre à cette difficulté, il me ſemble qu'il faut néceſſairement dire, qu'il ſe fait en même tems une double eſpece de vibrations dans la corde, & que le mêlange de ces deux eſpeces forme ce, que ces Géometres appellent vibrations ſimples; que la ſeconde eſpece diminuë à meſure qu'on diminuë la quantité σ, & qu'elle devient nulle en faiſant $\sigma = 0$; & alors il n'y aura aucune diſcontinuité.

XXVIII. J'eſpère que ce que je viens de dire dans ce Mémoire pourra ſervir à répandre plus de jour ſur la nature des nouvelles vibrations des cordes, trouvées avec tant de ſagacité par Mrs. d'*Alembert* & *Euler;* & c'étoit là tout mon but. Si la méthode dont ils ſe ſont ſervis pour réſoudre leurs problèmes eſt beaucoup plus difficile que la mienne, je n'en admire que d'avantage la ſupériorité de leur génie. Quant à la queſtion, ſi les nouvelles vibrations ſont réellement des vibrations ſimples & ſynchrones pour tous les points, ou ſi elles ne ſont pas plutôt un mêlange de pluſieurs différentes vibrations coëxiſtantes dans une même corde, & toutes de différente durée, je n'en ai parlé que pour mieux expliquer la nature de ces vibrations, étant bien éloigné de faire une quérelle à d'auſſi grands hommes ſur la ſignification de certains termes.

Je traiterai dans un ſecond Mémoire quelques nouveaux problèmes, dont la ſolution découle aſſez facilement de nos principes, & qui en même tems mettront cette matiere dans un nouveau jour.

* * *
* * *

SUR

SUR LE MÉLANGE DE PLUSIEURS ESPECES DE VIBRATIONS SIMPLES ISOCHRONES, QUI PEUVENT COEXISTER DANS UN MÊME SYSTÈME DE CORPS.

PAR M. DANIEL BERNOULLI.

I.

Les réfléxions que j'ai faites dans le premier Mémoire qu'on vient de lire, sur les nouvelles vibrations des cordes tenduës trouvées par Mrs. *Euler* & d'*Alembert*, m'engagent à ce second Mémoire, dans lequel je me propose d'appliquer mes nouveaux principes sur le mêlange de plusieurs vibrations de différentes especes coëxistantes dans les mêmes corps, à des systèmes composés d'un nombre de corps fini au lieu des cordes, qui font un assemblage de petits corps élémentaires infini. Ce second Mémoire nous mettra entierement au fait sur toute cette matiere, & nous fournira occasion de résoudre quelques nouveaux problèmes de Méchanique, qui concernent les differents isochronismes. C'est d'ailleurs une matiere qu'on ne sauroit trop examiner, puisqu'il semble que la Nature n'agit très souvent que par les principes des vibrations isochrones imperceptibles, & infiniment diversifiées, pour produire un grand nombre de Phènomenes.

II. Commençons par considérer deux corps attachés à une corde tendue, en faisant abstraction du poids de cette corde. Si ces deux corps sont détournés de leur position naturelle, & qu'on leur laisse ensuite

ſuite une liberté entiere de ſe mouvoir ſuivant les loix reçues dans la Méchanique, ils feront des mouvemens réciproques, qu'il s'agit de déterminer en les ſuppoſant extrêmement petits. Ces vibrations paroiſſent tout à fait irrégulières, lorsque les deux corps ne font pas des mouvemens ſynchrones entre eux, & ce ſynchronisme n'eſt qu'un cas choiſi d'entre une infinité de cas. Je ne me ſouviens pas d'avoir vu la ſolution générale de ce problème; mais, ſi quelqu'un l'a donnée, je crois que ſa ſolution n'aura conſiſté que dans une expreſſion analytique, bien éloignée de nous faire connoitre la véritable nature de ces mouvements; je crois encore moins, qu'on ait jamais donné la ſolution de ce problème, lorsque il y a tant de corps quelconques avec des diſtances mutuelles quelconques qu'on voudra, qui ſoyent attachés à la corde. J'ai remarqué ſur ce ſujet une loi générale, qui ſimplifie extrêmement notre problème général, & qui eſt d'un grand ſecours dans la Phyſique méchanique. Mais, avant que d'expoſer cette loi, il convient d'examiner préalablement le cas du ſynchronisme, en ne ſuppoſant d'abord que deux corps attachés à la corde tenduë.

III. Soit AB (fig. 1.) une corde fixée par les bouts aux points A & B, & tendue avec une force, qui ſoit égale au poids P. Suppoſons enſuite dans un point quelconque c un poids m & dans un autre point quelconque d un poids n, que ces poids attachés à la corde ſoyent tirés hors de leur poſition naturelle jusqu'en e & f, & que de ces points on laiſſe partir les corps au même inſtant; ſoit auſſi la diſtance $Ac = l$, la diſtance $Bd = \lambda$, & toute la longueur $AB = L$; la petite diſtance $ce = \alpha$ & $df = \beta$.

On ſait par les régles de la Méchanique, que la force accélératrice du poids en e ſera $= \frac{P}{m}\left(\frac{\alpha}{l} + \frac{\alpha - \beta}{L - \lambda - l}\right)$ & la force accélératrice de l'autre poids en $f = \frac{P}{n}\left(\frac{\beta}{\lambda} + \frac{\alpha - \beta}{L - \lambda - l}\right)$ & que

que, si les petites distances initielles α & β se changent en y & z, les mêmes formules sont encore vrayes en substituant simplement y & z pour α & β.

Si l'on fait maintenant, que la force accélératrice du corps en e soit à la force accélératrice de l'autre corps en f comme la petite distance ec est à la petite distance fd, c'est à dire,

$$\frac{P}{m}\left(\frac{\alpha}{l}+\frac{\alpha-\beta}{L-\lambda-l}\right):\ \frac{P}{n}\left(\frac{\beta}{\lambda}-\frac{\alpha-\beta}{L-\lambda-l}\right)=\alpha:\beta$$

$$\text{ou bien } \frac{\beta}{\alpha}=$$

$$\frac{nL\lambda+mll-n\lambda\lambda-mLl}{2n\lambda l}\pm\sqrt{\left[\left(\frac{nL\lambda+mll-n\lambda\lambda-mLl}{2n\lambda l}\right)^2+\frac{m}{n}\right]}$$

on obtiendra par là, comme on sait, tant le synchronisme des deux corps, que l'isochronisme de chacun des deux corps, quelle que soit la distance initielle α. Chaque corps fera alors ses mouvements suivant les loix connues de l'isochronisme, & il est impossible d'obtenir le synchronisme sans l'isochronisme.

IV. Remarquons à présent que la valeur $\frac{\beta}{\alpha}$ obtient deux racines, dont chacune satisfait également au synchronisme & à l'isochronisme, & que ces deux racines sont toujours réelles. Ces deux racines sont représentées par la premiere & la seconde figure, & dans cette seconde figure le point f est toujours du côté opposé à celui de la premiere figure. Dans la premiere figure la longueur du pendule simple isochrone est $=(L-\lambda-l)\frac{m}{P}.l:\left(L-\lambda-\frac{nL\lambda+mll-n\lambda\lambda-mLl}{2n\lambda}\right.$

$$\left.-\sqrt{\left(\left(\frac{nL\lambda+mll-n\lambda\lambda-mLl}{2n\lambda}\right)^2+\frac{mll}{n}\right)}\right)$$

ou

ou bien =

$$\frac{2n\lambda(L-\lambda-l)}{nL\lambda-n\lambda\lambda-mll+mLl-\sqrt{[(nL\lambda+mll-n\lambda\lambda-mLl)^2+4mn\lambda\lambda ll]}}\cdot\frac{m}{P}\cdot l$$

& dans la seconde figure la même longueur devient =

$$\frac{2n\lambda(L-\lambda-l)}{nL\lambda-n\lambda\lambda-mll+mLl+\sqrt{[(nL\lambda+mll-n\lambda\lambda-mLl)^2+4mn\lambda\lambda ll]}}\cdot\frac{m}{P}\cdot l.$$

Il suit de là, que la longueur du pendule simple isochrone pour la premiere figure est à la pareille longueur pour la seconde figure, comme

$$nL\lambda-n\lambda\lambda-mll+mLl+\sqrt{[(nL\lambda+mll-n\lambda\lambda-mLl)^2+4mn\lambda\lambda ll]}$$

est à

$$nL\lambda-n\lambda\lambda-mll+mLl-\sqrt{[(nL\lambda+mll-n\lambda\lambda-mLl)^2+4mn\lambda\lambda ll]};$$

& les tems de chaque vibration sont en raison sous-doublée desdites quantités. Ainsi généralement parlant ces tems sont incommensurables ; mais on peut donner d'une infinité de manieres une telle rélation, soit entre les corps m & n, soit entre les longueurs L, l & λ, que lesdits tems prennent une proportion donnée quelconque.

V. Qu'on se propose, par exemple, de faire en sorte que les corps fassent précisément deux vibrations selon la seconde figure, pendant qu'ils feroient une vibration suivant la premiere figure : il faudra en ce cas faire le rapport entre les pendules simples isochrones pour la premiere & la seconde figure comme 4 à 1, ce qui donnera cette équation

$$(3nL\lambda-3n\lambda\lambda-3mll+3mLl)^2=25(nL\lambda+mll-n\lambda\lambda-mLl)^2+100mn\lambda\lambda ll.$$

Cette équation exprime généralement la rélation, qu'il doit y avoir entre toutes les circonstances pour satisfaire à la demande. Soyent, par exemple, les deux corps égaux, & en même tems $\lambda=l$, on trouvera $\lambda=\frac{3}{8}L$, & par conséquent $cd=\frac{1}{4}L$.

Si

Si l'on demande, en ſuppoſant toujours une égalité entre les deux corps, de même qu'entre leurs diſtances depuis les extrémités de la corde, que les corps faſſent N vibrations ſuivant la ſeconde figure, pendant qu'ils font une vibration ſuivant la premiere figure, il faudra faire $\lambda = \frac{NN - 1}{2NN} L$, & par conſéquent la diſtance entre les deux corps $= \frac{1}{NN} L$.

VI. Quoique ce que j'ai dit jusqu'ici, découle très facilement des méthodes connuës, j'ai cru devoir l'expoſer, pour faire mieux comprendre ce que j'ai de nouveau à dire ſur cette matiere.

Voici à préſent comme je m'y prends pour déterminer généralement les vibrations des deux corps, quelque rapport qu'il y ait entre les diſtances initielles ce & df, & pour faire voir la vraye nature des ces vibrations. Suppoſons dans la premiere figure $ce = \alpha$, & dans la ſeconde figure $ce = \gamma$, car ces diſtances initielles peuvent être quelconques : on aura en vertu du §. 3. pour la premiere figure

$$df = \frac{nL\lambda + mll - n\lambda\lambda - mLl}{2n\lambda l}\alpha + \alpha\sqrt{\left[\left(\frac{nL\lambda + mll - n\lambda\lambda - mLl}{2n\lambda l}\right)^2 + \frac{m}{n}\right]};$$

& pour la ſeconde figure on aura, (en regardant le point f toujours comme au deſſus de l'axe,)

$$df = \frac{nL\lambda + mll - n\lambda\lambda - mLl}{2n\lambda l}\gamma - \gamma\sqrt{\left[\left(\frac{nL\lambda + mll - n\lambda\lambda - mLl}{2n\lambda l}\right)^2 + \frac{m}{n}\right]}.$$

Qu'on ſuppoſe maintenant dans la troiſième figure les mêmes corps attachés à la même corde partir des points quelconques e & f, & qu'on faſſe dans cette troiſième figure la petite diſtance ce égale à la ſomme des diſtances du même corps, qu'on a ſuppoſées dans la premiere & la ſeconde figure, c'eſt à dire $ce = \alpha + \gamma$, & que pareillement

on ſuppoſe df (fig. 3.) $= df$ (fig. 1.) $+ df$ (fig. 2.), c'eſt à dire, qu'on faſſe dans la troiſième figure $df =$

$$\frac{nL\lambda + mll - n\lambda\lambda - mLl}{2n\lambda l}(\alpha+\gamma) + (\alpha-\gamma)\sqrt{\left[\left(\frac{nL\lambda + mll - \lambda\lambda - mLl}{2n\lambda l}\right)^2 + \frac{m}{n}\right]}.$$

Il s'agit de déterminer les vibrations des corps pour ces hypotheſes repréſentées dans la troiſième figure.

VII. Pour réſoudre cette derniere queſtion, que nous verrons renfermer le problème général de deux corps, je dis, qu'il faut concevoir dans la petite ligne ce un point g, & dans la petite ligne df prolongée un point h, de ſorte que cg & dh ſoyent reſpectivement égales aux petites diſtances ce & df de la premiere figure, & par conſéquent ge & hf reſpectivement égales aux petites diſtances ce & df de la ſeconde figure ; qu'alors la corde idéale AghB aura entièrement le même mouvement que la corde AefB de la premiere figure, pendant que la corde réelle AefB aura le même mouvement rélatif par rapport à la corde idéale AghB, que la corde AefB de la ſeconde figure a par rapport à la ligne droite AB ; ainſi ce ſecond mouvement rélatif eſt le même que le mouvement abſolu pour la ſeconde figure. Il faut donc conſidérer le mouvement des corps e & f comme étant compoſé des deux mouvements ſimples, qui ſe feroient ſuivant la loi de la premiere & de la ſeconde figure, qui coëxiſtent en même tems dans les deux corps. Toute cette théorie découle de celle que j'ai établie dans mon Mémoire antécédent ; car la force accélératrice du corps e eſt compoſée de deux forces accélératrices, dont l'une ſera conſtamment proportionelle à la petite diſtance ge, & l'autre conſtamment proportionelle à la petite diſtance cg, en ſuppoſant au point g le même mouvement que celui du corps e dans la premiere figure. Pareillement la force accélératrice du corps f eſt compoſée de deux forces accélératrices, l'une conſtamment proportionelle à dh, & l'autre à fh, qui eſt négative par rapport à la premiere. Il y a donc dans chacun

des

des deux corps un double mouvement vibratoire, dont l'un se fait indépendamment de l'autre, & chacun se fait selon toutes les loix des mouvements simples isochrones ; dans chaque espece à part les deux corps font des vibrations synchrones, mais le mouvement absolu ne sera pas toujours synchrone dans les deux corps ; un corps pourra être dans son repos momentané, pendant que l'autre sera au plus fort de son mouvement. Il faut donc dire que la corde chargée de deux poids fait, à généralement parler, deux especes de vibrations à la fois, qui peuvent avoir un rapport quelconque, tant pour leur durée que pour la grandeur des excursions ; ce n'est que lorsqu'une espece évanouït, qu'il se fait dans les deux corps des vibrations simples vraiment isochrones & synchrones. Si l'on suppose $\gamma = 0$, il n'y aura que des vibrations conformes à la premiere figure, & si l'on suppose $\alpha = 0$, il n'y aura que des vibrations conformes à la seconde figure : & hors de ces deux cas il y aura dans les deux corps toujours un mêlange de ces deux especes de vibrations, qui coëxistent ensemble, & j'ai exposé au §. 4. les longueurs des pendules simples isochrones pour chacune de ces deux à part.

VIII. Pour voir à présent, que notre construction de la troisième figure renferme tous les cas possibles, on pourra supposer généralement $ce = a$ & $df = b$, & ensuite faire $\alpha + \gamma = a$ & $\frac{nL\lambda + mll - n\lambda\lambda - mLl}{2n\lambda l}(\alpha+\gamma) + (\alpha-\gamma)\sqrt{\left[\left(\frac{nL\lambda + mll - n\lambda\lambda - mLl}{2n\lambda l}\right)^2 + \frac{m}{n}\right]} = b.$

De ces deux équations on déduira (en désignant la quantité $\frac{nL\lambda + mll - n\lambda\lambda - mLl}{2n\lambda l}$ par la simple lettre q) $\alpha = \frac{1}{2}a + \frac{b - qa}{2\sqrt{\left(qq + \frac{m}{n}\right)}}$ & $\gamma = \frac{1}{2}a - \frac{b - qa}{2\sqrt{\left(qq + \frac{m}{n}\right)}}$

& quand on aura déterminé ainsi les valeurs de α & de γ, on connoîtra

tra parfaitement les deux eſpeces de vibrations, qui compoſeront tout le mouvement des deux corps.

Nous allons éclaircir ces remarques par des exemples choiſis du côté de la ſimplicité.

IX. Soit encore, comme au § 5. $n = m$ & $\lambda = l$; ces ſuppoſitions rendent la quantité $nL\lambda + mll - nLl = 0$, ce qui fait pour le § 8. $\alpha = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b$ & $\gamma = \frac{1}{2}a - \frac{1}{2}b$, en entendant par a & b, les petites diſtances initielles ce & df (fig. 3.); il faut donc prendre $cg = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b$, & par conſéquent $ge = \frac{1}{2}a - \frac{1}{2}b$, enſuite $dh = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b$, & par conſéquent $fh = \frac{1}{2}a - \frac{1}{2}b$. Après avoir ainſi déterminé les points g & h, il faut concevoir ces points faire leurs vibrations ſuivant la loi de la premiere figure, & ce même mouvement exiſtera auſſi dans les corps e & f; mais ces corps auront en même tems un autre mouvement iſochrone & ſynchrone rélatif, l'un au point g & l'autre au point h, desquels ils s'approcheront & s'éloigneront alternativement avec les mêmes loix, que le feroient les mêmes corps, dans les vibrations ſimples de la ſeconde figure. Le pendule ſimple, iſochrone avec la premiere claſſe de vibrations, ſera $= \frac{m}{P}\lambda$, & celui qui eſt iſochrone avec la ſeconde eſpece de vibrations, ſera $= \frac{m}{P}(L - 2\lambda) \times \frac{\lambda}{L}$ (§. 4.); ces pendules ſimples ſeront donc en raiſon de L à $L - 2\lambda$, & les tems de chaque vibration pour la premiere & la ſeconde claſſe ſeront en raiſon de $\sqrt{L}$ à $\sqrt{(L - 2\lambda)}$, c'eſt à dire, en raiſon ſous-doublée de AB à cd. Voici là-deſſus quelques cas tout particuliers.

(1.) Qu'on ſuppoſe $cd = \frac{1}{4}L$, la petite diſtance initielle $ce = a$, la petite diſtance initielle df ou $b = 0$. En ce cas on aura $cg = fh$ ou $\alpha = \gamma \frac{1}{2} = a$; ainſi les excurſions entieres ſeront égales à ce pour chaque eſpece de vibrations; mais il ſe fera préciſément deux vibrations de la ſeconde claſſe, pendant qu'il s'en fait une de la premiere claſſe.

classe. Le tems absolu d'une vibration de la premiere classe, que je nommerai t, sera égal à celui d'une oscillation d'un pendule simple de la longueur $\frac{3m}{8P}$ L. S'il étoit question de déterminer la position des corps après le tems $\frac{1}{2}t$, je dis, que les points g & h (fig. 4) parviendront en c & f, pendant que le corps e parcourt l'espace ec & le corps e parcourt l'espace ec, & le corps f l'espace $fl = ce$; ainsi l'espace absolu que parcourra le corps e dans le tems $\frac{1}{2}t$ sera $= ec + gc$; prenant donc $cm = \frac{1}{2}a$, le corps e se trouvera au point m, & l'espace parcouru par le corps f, sera $= fl - fh = fh$, & le corps f se trouvera par conséquent au point h. De la même façon l'on trouve, qu'après le tems entier t le corps e se trouve au point c avec un moment de repos, & le corps f au point n, en faisant $fn = ce$, & cela pareillement avec un moment de repos; de sorte que toutes les circonstances seront remises dans le premier état dans une position entierement renversée: c'est ici un cas tout à fait semblable à la Théorie de Mrs. *Euler* & d'*Alembert* sur les nouvelles courbures des cordes vibrantes. Dans le sens de ces deux illustres Géometres il faudroit dire, que les deux corps ont fait dans le tems t chacun une simple vibration: mais n'est-il pas manifeste, que chaque corps a fait ici pendant le tems t deux vibrations? Car je demande, si un corps qui commence depuis le repos d'un côté, qui est d'abord accéléré, & ensuite retardé jusqu'à perdre tout le mouvement, qui alors commence à rebrousser pareillement par un mouvement accéléré, & puis retardé jusqu'à perdre de nouveau tout son mouvement, je demande si un tel corps ne doit pas être censé avoir fait deux vibrations? Or c'est ce qui arrive ici pendant le tems t; car le corps e commence par être accéléré, il est ensuite retardé, & il outrepasse un peu le point m, il perd tout son mouvement; tout cela arrive pendant un tems un peu plus grand que $\frac{1}{2}t$; ensuite il rebrousse chemin, il est encore accéléré, & puis retardé jusqu'à perdre son mouvement au point c, & cette seconde vibration absoluë se fait pendant un peu moins de tems que $\frac{1}{2}t$. Pareillement le corps f,

 outre

outrepasse un peu le point h, par un mouvement premièrement accéléré, & puis retardé, mais dans un tems un peu plus petit que $\frac{1}{2}t$; alors il rebrousse chemin, & par un pareil mouvement il vient jusqu'en n, où il aura perdu tout son mouvement, & cette seconde vibration absoluë demande un peu plus que $\frac{1}{2}t$. Il y a donc deux especes de vibrations absoluës, mais inégales tant en durée qu'en excursion; la premiere vibration absoluë devient égale à la quatrième, & la seconde égale à la troisième. Ces vibrations absoluës ne se font pas selon les loix du mouvement d'un pendule simple, mais en les décomposant en deux classes suivant la théorie exposée, chaque classe obtient toutes les propriétés des mouvements simples isochrones. Si je n'ai pas déterminé absolument toutes les circonstances à la rigueur, ce n'étoit que pour éviter d'être trop prolixe.

(2) Si en conservant absolument toutes les suppositions du cas précédent, on suppose la distance $ef = \frac{1}{9}$ L, il se fera en vertu du §. 5. trois vibrations simples isochrones de la seconde espece dans le tems t, ou dans le tems d'une vibration de la premiere espece. Ici le tems t sera égal au tems d'une oscillation d'un pendule simple de la longueur de $\frac{4m}{9P}$: partageons ce tems t encore en deux parties égales pour voir ce qui arrive après chaque $\frac{1}{2}t$. Je dis qu'après le premier $\frac{1}{2}t$ le corps en e sera en c, & le corps f sera remis dans le point f dont il étoit parti, de sorte qu'ils parviennent au même instant dans la droite AB, & qu'après le tems entier t le corps e se trouvera du coté opposé à la même distance ce, pendant que l'autre corps se trouvera derechef au point f, & chaque corps sera dans un repos momentané. Voilà encore le systême remis dans son premier état, mais simplement renversé, au lieu qu'il etoit doublement renversé dans le premier cas.

(3) Soit à present la distance entre les deux corps, en conservant toutes les autres suppositions & dénominations, $= \frac{9}{25}$ L. En ce cas il ne sera plus vrai, que le systême se remette dans un état semblable à son

ſon état initiel au bout du tems t, c'eſt à dire, après que la corde aura fait une vibration ſuivant la loi de la premiere figure; un tel retour de toutes les circonſtances ſemblables ne ſe fera qu'au bout de trois vibrations de la premiere claſſe, ou au bout de cinq vibrations de la ſeconde claſſe. D'où l'on voit que ces ſortes de retours ne répondent que très rarement au tems t; ce n'eſt que lorſque le tems d'une vibration conforme à la premiere figure, eſt préciſément un multiple du tems d'une vibration conforme à la ſeconde figure. Cette remarque ſubſiſte tant que le nombre des corps attaché à la corde eſt fini. Mais lorſque le nombre de corps eſt conſidéré comme infini, ſi tous ces petits corps ſont cenſés égaux, & attachés à la corde par de petites diſtances égales, comme l'idée d'une corde uniformement epaiſſe & peſante le demande, il arrive que le tems d'une vibration fondamentale eſt un multiple de toutes les autres vibrations poſſibles; c'eſt pourquoi il en réſulte, que la corde au bout de chaque tems t doit reprendre la courbure qu'elle a euë au commencement, & que dans cet état chaque élément de la corde eſt comme en repos pendant un inſtant. Voilà la ſource du théoreme de Mrs. d'*Alembert* & *Euler*: mais on ne fait pas attention dans ce théoreme à ce qui ſe paſſe dans l'intervalle du tems pendant lequel les élémens de la corde peuvent faire tant de vibrations qu'on veut, ſuivant la courbure initielle de la corde.

X. Nous avons expoſé jusqu'ici aſſez au long la nature des vibrations de deux corps quelconques, attachés à une corde tenduë dans des points quelconques, & écartés de la ligne droite par de petites diſtances quelconques. Pour peu qu'on ait fait attention à notre méthode, on aura vu que notre théorie s'étend à tel nombre de corps qu'on ſe propoſe. Je me contenterai donc d'expoſer la méthode générale en abrégé, & de l'appliquer enſuite au nombre de trois corps.

Qu'on ſuppoſe le corps le plus proche de l'extrémité A, écarté de la ligne droite AB par une diſtance quelconque, & qu'on ſe propoſe de chercher algébriquement les diſtances des autres corps depuis la même droite

droite AB, avec la condition que la force accélératrice de chaque corps soit à la force accélératrice du premier corps, comme la distance du corps quel qu'il soit, à la distance arbitraire du premier corps; ce problème menera à une équation finale d'autant de dimensions qu'il y aura de corps, & l'équation aura par conséquent un pareil nombre de racines. On pourra donc donner au systême autant de configurations differentes qu'il y aura de corps, & par chaque configuration on obtiendra des vibrations simples parfaitement isochrones & synchrones. Soyent dans la premiere configuration les distances de ces corps depuis AB, $\alpha, \alpha', \alpha'', \alpha'''$ &c. dans la seconde configuration $\beta, \beta', \beta'', \beta'''$ &c. dans la troisième $\gamma, \gamma', \gamma'', \gamma'''$ &c. & ainsi de suite, & qu'on se propose de déterminer les vibrations absoluës des corps en les écartant de la ligne droite AB, par des distances quelconques que je dénoterai par a, b, c, d &c. je dis, qu'il n'y aura qu'à faire $\alpha + \beta + \gamma$ &c. $= a$, $\alpha' + \beta' + \gamma'$ &c. $= b$, $\alpha'' + \beta'' + \gamma''$ &c. $= c$, $\alpha''' + \beta''' + \gamma'''$ &c. $= d$, & ainsi de suite. Par ces équations élémentaires on pourra déterminer toutes les quantités α, β, γ &c. car les quantités α', α'', α''' &c. seront toutes exprimées par α, les quantités β' β'', β''' &c. par β, les quantités γ', γ'', γ''' &c. par γ, & ainsi des autres. Par là on connoitra en quelle proportion chaque classe de vibrations forme les vibrations absolues cherchées; & comme on connoit aussi la durée de chaque classe de vibrations, on aura de cette façon déterminé tout le mouvement du systême proposé.

XI. J'éclaircirai encore cette théorie générale par un exemple de trois corps, que je simplifierai pour abréger le calcul, & pour rendre les résultats plus clairs.

Je supposerai donc trois corps égaux (fig. 5. 6. & 7.) attachés à la corde aux points c, d & e, & toutes les distances, Ac, cd, de & eB, égales, chacune $= l$, & chaque masse de corps $= m$, & la corde soit encore tenduë par un poids P. Sur ces suppositions les trois configurations, dont chacune à part donne une classe de vibrations isochrones & synchrones simples, sont représentées par la 5. 6. & 7. figure.

Dans

Dans la premiere configuration (fig. 5.) si on fait la premiere petite distance arbitraire $cm = \alpha$, on aura $dn = \alpha \sqrt{2}$ & $ep = \alpha$, & la longueur du pendule simple isochrone $= \frac{l}{2-\sqrt{2}} \times \frac{m}{P}$.

Dans la seconde configuration (fig. 6.) si l'on fait la premiere petite distance arbitraire $= \beta$, on aura $dn = 0$ & $ep = -\beta$, & la longueur du pendule simple isochrone $= \frac{1}{2} l \times \frac{m}{P}$.

Dans la troisième figure, faisant $cm = \gamma$, on aura $dn = -\gamma\sqrt{2}$, $cp = \gamma$, & la longueur du pendule simple isochrone $= \frac{l}{2+\sqrt{2}} \times \frac{m}{P}$.

Si l'on écarte les corps, suivant les proportions indiquées de l'une de ces trois configurations, & qu'on les laisse partir au même instant, ils formeront des vibrations simples, & les trois corps seront remis dans une position semblable au bout de chaque vibration. Hors de ces trois cas les vibrations des corps paroitront extrêmement irrégulieres, & les corps, quand ils continueroient leurs vibrations sans aucune diminution, ne reprendront jamais une position semblable à celle qu'ils ont euë au commencement. Mais on n'avoit pas encore observé que, malgré cette confusion apparente, il y a constamment un ordre admirable, qui régne dans toutes ces vibrations, & que connoissant cet ordre on est mis en état de déterminer la position des corps pour chaque instant.

Je supposerai donc à présent les distances initielles des corps depuis l'axe AB quelconques; celle du corps $c = a$, celle du corps $d = b$, & celle du corps $e = c$; qu'on fasse les trois distances $me = a$, les trois distances $nd = b$, & les trois distances $pe = c$; c'est à dire $\alpha + \beta + \gamma = a$, $\alpha\sqrt{2} - \gamma\sqrt{2} = b$ & $\alpha - \beta + \gamma = c$; ces trois équations donneront $\alpha = \frac{a + c + b\sqrt{2}}{4}$, $\beta = \frac{a-c}{2}$

 &

& $\gamma = \frac{a+c-b\sqrt{2}}{4}$. Là dessus je dis, que le corps en m fera un mouvement composé de trois especes de vibrations régulieres; l'excursion entiere de chaque vibration de la premiere espece sera $= \frac{a+c+b\sqrt{2}}{2}$, & sa durée sera égale à celle d'une oscillation d'un pendule simple de la longueur $\frac{l}{2-\sqrt{2}} \times \frac{m}{P}$; l'excursion entiere de chaque vibration de la seconde espece sera $= a - c$, & elle sera isochrone avec celle d'un pendule de la longueur $\frac{1}{2} l \times \frac{m}{P}$; & l'excursion entiere de chaque vibration de la troisième espece sera $= \frac{a+c-b\sqrt{2}}{2}$ & sa durée répondra à une oscillation d'un pendule simple de la longueur $\frac{l}{2+\sqrt{2}} \times \frac{m}{P}$. Quant au corps du milieu, son mouvement dans cet exemple ne sera composé que de deux especes de vibrations, dont les excursions totales seront $2\alpha\sqrt{2}$, & $2\gamma\sqrt{2}$, ou bien $\frac{a\sqrt{2}+c\sqrt{2}+2b}{2}$ & $\frac{-a\sqrt{2}-c\sqrt{2}+2b}{2}$, & les pendules simples isochrones correspondants seront $\frac{l}{2-\sqrt{2}} \times \frac{m}{P}$ & $\frac{l}{2+\sqrt{2}} \times \frac{m}{P}$. Enfin le troisième corps fera un mouvement composé de trois especes de vibrations régulieres, dont les excursions totales seront 2α, -2β ou bien $\frac{a+c+b\sqrt{2}}{2}$, $-a+c$ & $\frac{a+c-b\sqrt{2}}{2}$, & les longueurs des pendules simples isochrones correspondantes seront encore $\frac{l}{2-\sqrt{2}} \times \frac{m}{P}$, $\frac{1}{2} l \times \frac{m}{P}$ & $\frac{l}{2+\sqrt{2}} \times \frac{m}{P}$. De là il est encore clair, qu'on peut facilement déterminer la position de chaque corps

pour

pour chaque inſtant donné, puisqu'on ſait l'arc décrit par un pendule ſimple donné pendant un tems donné.

Si l'on faiſoit en même tems γ, ou $\frac{a+c-bV2}{4}=0$, ou $b=\frac{a+c}{V2}$, la troiſième eſpece de vibrations s'evanouïra; le mouvement des deux corps extrêmes ne renfermera plus que deux eſpeces de vibrations; & le corps du milieu ne fera que des vibrations ſimples tout à fait régulieres, & ſemblables aux vibrations d'un pendule ſimple.

XII. Voilà notre nouvelle théorie ſur le mêlange des vibrations ſimples régulieres, qui compoſent toujours les vibrations qu'on a enviſagées jusqu'ici comme irrégulieres, ou plutôt qu'on a aſſez ignorées. Si nous nous propoſions de faire, par exemple, que les nombres des vibrations ſimples régulieres pour la premiere, la ſeconde, & la troiſième configuration, fuſſent préciſement comme 1, 2, & 3, nous pourrions toujours indiquer une rélation générale entre les maſſes des corps & entre les diſtances de ces corps pour obtenir cet effet; il faudroit ſimplement chercher les pendules ſimples iſochrones pour chaque configuration à part, & puis faire que ces pendules fuſſent en raiſon de 1, $\frac{1}{4}$ & $\frac{1}{9}$; mais on auroit tort d'enviſager alors les corps comme n'ayant fait qu'une ſeule vibration dans le tems qui répondroit à une vibration ſuivant la premiere configuration. C'eſt cependant là le ſens, dans lequel Mrs. d'*Alembert* & *Euler* ont établi leur théorie ſur les nouvelles vibrations des cordes. Ces illuſtres Géometres n'ont conſidéré que de certains inſtants, ſans examiner aſſez ce qui arrive pendant leurs intervalles.

XIII. Ce que je viens de dire ſur la nature des vibrations des corps attachés à une corde tenduë, je ne crains pas de l'étendre juſqu'à tous les petits mouvements réciproques, qui peuvent ſe faire dans la Nature, pourvu que ces petits mouvements reciproques ſoyent entretenus par une cauſe permanente. Car tout corps qu'on écarte un peu de ſon point de repos, tendra vers ce point avec une force proportio-

 nelle

nelle à la petite diſtance depuis le point de repos: & alors ſi on ſuppoſe un ſyſtème de corps quelconque, chaque corps pourra former autant de vibrations ſimples régulieres, qu'il y a de corps dans le ſyſtème, & puis toutes ces vibrations ſimples pourront coëxiſter en même tems dans le ſyſtème propoſé. Si donc le ſyſtème n'eſt compoſé que de deux corps, il ne pourra renfermer que deux claſſes de vibrations ſimples & régulieres. S'il y a trois corps dans le ſyſtème, quels qu'en ſoyent les mouvements réciproques, ces mouvements pourront toujours être décompoſés en trois eſpeces de vibrations ſimples & régulieres, & il peut arriver que l'une de ces eſpeces, ou même deux eſpeces s'évanouïſſent; & en ce dernier cas ces mouvements ſeront déjà réguliers par eux-mêmes, & ainſi de tant de corps qu'on voudra conſidérer dans le ſyſtème. Toutes ces vibrations ſimples & particulieres ne s'entre-empêcheront point, & ſubſiſteront tant que la cauſe primitive & permanente de ces vibrations ſubſiſte; tout comme la lumiere ſubſiſte tant que la chandelle brûle, ou que le ſon d'un tuyau d'orgue continue tant que l'air y ſouffle. Cette conſidération nous ſera d'un grand ſecours pour concevoir, comment il ſe peut faire qu'une infinité de rayons paſſent à travers une petite ouverture, & ſe croiſent dans une chambre obſcure ſans ſe troubler les uns les autres: car une maſſe de matiere lumineuſe eſt un ſyſtème compoſé d'une infinité de parties, ou globules, & chaque globule peut ſubir en même tems une infinité de vibrations toutes ſimples & iſochrones régulieres, ſans que ces vibrations ſe confondent jamais, ni ſe troublent. De cette maniere on peut concevoir qu'un ſeul & même rayon ſimple de lumiere peut renfermer primitivement toutes les couleurs poſſibles; car ſans doute les differentes couleurs ne ſont qu'autant de differentes perceptions dans l'organe de la vuë, cauſées par les differentes vibrations ſimples des globules celeſtes; or toutes ces vibrations ſimples peuvent coëxiſter dans un même rayon. Il eſt certain que dans une même maſſe d'air il peut ſe former un grand nombre d'ondulations en même tems, très differentes entre elles, dont chacune à part cauſe dans l'organe de l'ouïe un ſon diffe-

different. Cette idée me paroit très propre pour expliquer les differentes réfrangibilités, les differentes vivacités, & tous les autres phénomenes indiqués par M. *Newton* sur les couleurs primitives. Mais c'est ici une matiere, qui est trop riche pour n'être traitée qu'à l'occasion d'une autre théorie.

XIV. Je finirai ce Mémoire par une autre espece de vibrations, pour faire voir que nos idées sur le mêlange des vibrations simples dans les systèmes de corps, & sur la maniere de déterminer ces vibrations simples dans chaque systême, sont générales. Je choisirai une espece de mouvements réciproques qu'on peut distinguer par la vuë, à cause de la lenteur qu'on peut leur donner, par où on sera mis en état de confirmer notre théorie par des expériences. Je considérerai donc un fil sans pesanteur, chargé à différentes distances par différents poids; un tel fil étant suspendu verticalement par un point fixe, & recevant quelque impression, formera des mouvements réciproques. J'ai examiné cette matiere dans les Mémoires de l'Académie Imperiale de St. Petersbourg, aux Tomes VI. & VII. & j'ai poussé ces recherches jusqu'aux mouvements réciproques d'une chaine également épaisse suspenduë verticalement par un point fixe, ce qui faisoit alors une question longtems agitée entre M. *Euler* & moi. Mais je ne considérois alors, suivant la maxime ordinaire des Géometres, que les vibrations simples, régulieres, & permanentes: je démontrai donc que les vibrations pouvoient devenir telles d'autant de manieres, qu'il y avoit de corps attachés au fil, & par conséquent d'une infinité de manieres dans une chaine. Je traitois alors tous les autres mouvemens réciproques d'irréguliers, sur lesquels on ne pourroit rien déterminer. Mais je dis à présent que tous ces mouvements réciproques, quels qu'ils soyent, ne sont jamais qu'un mêlange de vibrations simples, régulieres, & permanentes, qu'on peut toutes déterminer à part, & que par là on déterminera entierement ces mouvements réciproques, quelqu'irréguliers qu'ils ayent paru jusqu'ici. C'est ce que j'éclaircirai par un seul exemple.

XV. Soit le fil AC, (fig. 8. & 9.) suspendu par le point fixe A, & chargé dans des points quelconques de deux poids en B & C. Soit $AB = l$, $BC = L$, la masse en $B = m$, & la masse en $C = M$. Que l'on écarte le point B jusqu'en H, & le point C jusqu'en F: & qu'ils partent au même instant de cette position. Les corps balanceront tout aussi-tôt, & la nature de ces balancements dépendra de la proportion, qu'on aura donnée aux petites distances initielles CF & BH. Mais on peut donner une telle proportion à ces petites distances, que les balancements des deux corps deviennent synchrones, & qu'ils suivent chacun la loi des mouvements simples isochrones: cela arrive en faisant

$$BH : CF = 2Ml : mL - ml + ML + Ml \pm \sqrt{[4mMLL + (ml + ML + Ml - mL)^2]}$$

comme je l'ai démontré au Tom. VII. Comm. Acad. Petrop. p. 164. Je substituerai à la place de cette analogie une autre un peu plus commode, mais entièrement la même, savoir

$$BH : CF = 2Ml : mL - ml + ML + Ml \pm \sqrt{[4mMll + (mL - ml + ML + Ml)^2]}.$$

Il y a donc ici encore deux configurations, représentées par la huitième & neuvième figure; la premiere répond au signe affirmatif, & la seconde au signe négatif. J'ai démontré aussi p. 166. que le pendule simple isochrone pour la premiere configuration est =

$$\frac{2\,m\,L\,l}{mL + ml + Ml + ML - \sqrt{[4mMll + (mL - ml + ML + Ml)^2]}},$$

& que pour la seconde configuration ce pendule devient =

$$\frac{2\,m\,L\,l}{mL + ml + Ml + ML + \sqrt{[4mMll + (mL - ml + ML + Ml)^2]}}.$$

Si l'on fait à présent dans la huitième figure la petite arbitraire $BH = \alpha$, & dans la neuvième figure $BH = \beta$, on aura dans la huitième figure

$$CF = \frac{mL - ml + ML + Ml + \sqrt{[4mMll + (mL - ml + ML + Ml)^2]}}{2\,M\,l}\,\alpha,$$

&

& puis pour la neuvième figure on aura

$$CF = \frac{mL - ml + ML + Ml - \sqrt{[4mMll + (mL - ml + ML + Ml)^2]}}{2\,M\,l}\,\mathfrak{e}.$$

Voilà les préparations pour déterminer les vibrations, ou balancements des deux corps, en les supposant partir au même instant des points H & F quelconques.

XVI. Soit donc (fig. 10.) généralement $BH = a$ & $CF = b$; qu'on fasse BH (fig. 8.) + BH (fig. 9.) = BH (fig. 10.) ou bien $\alpha + \mathfrak{e} = a$, & pareillement CF (fig. 8.) + CF (fig. 9.) = CF (fig. 10.) ou bien

$$\frac{mL - ml + ML + Ml}{2\,M\,l} \times (\alpha + \mathfrak{e}) + \frac{\sqrt{[4mMll + (mL - ml + ML + Ml)^2]}}{2\,M\,l} \times (\alpha - \mathfrak{e}) = b.$$

Ces deux équations donneront

$$\alpha = \tfrac{1}{2}a - \frac{mLa - mla + MLa + Mla - 2Mlb}{2\sqrt{[4mMll + (mL - ml + ML + Ml)^2]}} \quad \&$$

$$\mathfrak{e} = \tfrac{1}{2}a + \frac{mLa - mla + MLa + Mla - 2Mlb}{2\sqrt{[4mMll + (mL - ml + ML + Ml)^2]}}.$$

Ces deux valeurs marquent les demi-excursions des deux especes de vibrations régulieres dont le mouvement absolu sera composé; la premiere espece se fera conformément à la huitième figure, & la seconde espece conformément à la neuvième figure. Comme d'ailleurs les tems correspondants à chaque espece de vibrations ont déjà été determinés dans le précedent article, on voit que nous avons entiérement determiné tout le mouvement, qu'auront les deux corps pour tous les cas possibles. Enfin on pourra donner aux pendules simples isochrones, avec les deux especes de vibrations, telle proportion qu'on voudra, & obtenir par là une rélation entre les corps m & M, & entre les longueurs l & L telle, qu'il se fasse précisément 2, 3, 4 ou tant de vibra-

brations de la feconde efpece, pendant qu'il s'en fait une de la premiere efpece. Voici à prefent quelques exemples.

EXEMPLE I.

Soit $m = M$, $l = L$, & qu'on fuppofe comme dans la dixième figure $CF = BH$, ou $b = a$; on trouvera $\alpha = \frac{1}{2} a$ & $\beta = \frac{1}{2} a$: il faut donc prendre $Bh = \frac{1}{2} a$ & $Cf = \frac{1}{2} a (1 + \sqrt{2})$: qu'on tire après cela les droites Ah & hf. Voici là-deffus le mouvement des corps en H & F: Je dis qu'il faut concevoir dans les points h & f des balancements réguliers fimples, comme dans la huitième figure, & fuppofer dans les corps H & F rélativement aux points h & f les mêmes balancements fimples, que ces corps auroient fuivant la neuvième figure par rapport aux points fixes B & C. Les balancements des points h & f par rapport aux points B & C, feront ifochrones avec un pendule fimple de la longueur $\frac{l}{2 - \sqrt{2}}$ ou à peu près $1,706\, l$, & les balancements des corps H & F, par rapport aux points mobiles h & f, feront ifochrones avec un pendule fimple de la longueur $\frac{l}{2 + \sqrt{2}}$ ou à peu près $0,293\, l$.

EXEMPLE II.

Soit $L = \frac{8}{17} l$, $M = \frac{9}{25} m$; & qu'on fuppofe encore $CF = BH$; ou $b = a$, afin que prenant le corps B entre deux doigts & l'ecartant jusqu'en H, l'autre fe mette de lui-même en F, & qu'on foit bien fûr qu'en lâchant le corps fupérieur les deux corps partent au même inftant. Cet exemple donne $Bh = \alpha = \frac{4}{3} a$, $hH = \beta = \frac{1}{3} a$, $Cf = \frac{5}{3} \alpha = \frac{4}{3} a$, $Ff = \frac{1}{3} a$. De là nous connoiffons pour chaque corps les excurfions totales qui appartiennent à chaque efpece de vibrations fimples. Le pendule ifochrone pour la premiere efpece de vibrations eft $= \frac{5}{2} L$, ou $= \frac{20}{17} l$, & pour la feconde efpece $= \frac{5}{8} L = \frac{5}{17} l$.

Le

Le premier étant quatre fois plus long que le second, il s'ensuit qu'il se fera précisement deux balancements de la seconde espece, pendant qu'il s'en fait un de la premiere espece, qui durera une seconde, si on fait $l = 374$ lignes; alors, après la premiere seconde de tems, les corps H & F seront dans un moment de repos, le premier à la distance $\frac{3}{5}a$ du côté opposé, & le second à la distance de $\frac{5}{3}a$, pareillement du côté opposé à la position initielle. Cette position n'a donc ici aucune ressemblance avec la position initielle; mais au bout de deux secondes tout le systême sera remis entièrement dans ses circonstances initielles. Un tel mouvement pouvant être facilement remarqué aux yeux, cet exemple pourra servir d'expérience physique pour confirmer notre théorie.

EXEMPLE III.

Si l'on fait $M = \frac{15 \cdot 15}{17 \cdot 17} m = \frac{225}{289} m$ & $L = \frac{32}{257} l$, il se fera quatre vibrations de la seconde espece pendant qu'il s'en fait une de la premiere espece; & si on fait $M = \frac{16}{25} m$ & $L = \frac{9}{41} l$, chaque vibration de la premiere espece, durera autant que trois vibrations de la seconde espece; en ce cas les deux corps passeront au même instant par la verticale A C, & prendront dans un même instant, du côté opposé à la premiere position, une position tout à fait semblable, quelle qu'on fasse cette premiere position. Mais on auroit encore grand tort d'envisager tout le mouvement, qui se fait pendant cet intervalle comme un seul balancement; car je dis que chaque corps fera absolument trois vibrations. Pour s'en assurer davantage par la simple inspection, on n'a qu'à donner une position initielle aux deux corps, qui tienne beaucoup plus de celle de la figure neuvième que de celle de la figure huitième; alors on verra chaque corps passer trois fois l'axe A C, avant que de se remettre du côté opposé dans une position semblable à la posi-

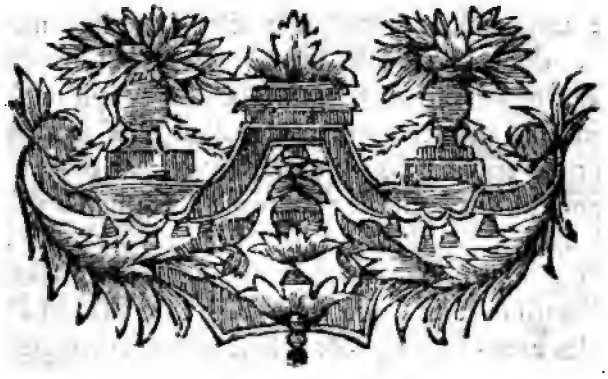
position initielle; le premier & le troisième passage par l'axe AC ne se feront pas au même instant; c'est au second passage que les deux corps auront cette propriété dans le présent exemple.

XVII. Ceux qui auront lu ces réfléxions avec quelque attention, verront facilement de quelle maniere il faut s'y prendre pour déterminer les balancements de trois ou plusieurs corps, suspendus par le même fil. On voit encore ce qu'il faut penser sur les mouvements réciproques d'une chaine suspenduë par un de ses bouts; une telle chaine, à moins que de partir d'une position, qui rende ses vibrations tout à fait simples d'une seule & même espece, ne peut jamais reprendre la position qu'elle a euë au commencement, & en cela ses mouvements sont bien differents de ceux, que Mrs. *Euler* & d'*Alembert* ont démontré exister dans une corde uniforme tenduë. La raison de cela est, que pour les chaines suspenduës les longueurs de pendules simples, isochrones avec les vibrations simples de differentes especes, ne sont jamais comme un nombre à un nombre. J'ai démontré dans les Commentaires de l'Académie Imp. de St. Petersbourg, Tom. VI. & VII. les differentes configurations, qu'il faut d'abord supposer aux chaines suspenduës pour rendre leurs vibrations simples & isochrones, & j'ai toujours déterminé en même tems les pendules simples isochrones correspondants. On pourra combiner ces configurations de telle façon qu'on veut, & il résultera constamment un mêlange des vibrations primitives dont on s'est servi.

XVIII. Quoique j'aye supposé dans toutes ces recherches, que les corps qui composent un systême, partent au même instant chacun depuis le repos, notre théorie ne se borne pas là; j'aurois pu supposer que chaque corps eut dans une position donnée quelconque une vitesse donnée quelconque, si ces recherches ne m'avoient paru trop abstraites. Mais il sera cependant utile de remarquer, que les vibrations résultantes n'en feront pas moins un mêlange des vibrations telles, que

je

je les ai déterminées, & qu'il n'y aura que la proportion des excursions par rapport à chaque espece à determiner d'une façon un peu differente de celle que nous avons employée. Je me contenterai donc d'avoir bien établi cette nouvelle Verité de la Physique méchanique; que dans tout systême les mouvements réciproques des corps sont toujours un mêlange de vibrations simples, régulieres, & permanentes, de differentes especes; que le nombre des ces especes possibles est toujours égal au nombre des corps qui composent le systême; & d'avoir enseigné la maniere de déterminer entierement toutes les vibrations simples, qui concourent à former les mouvements réciproques absolus.



REMARQUES
SUR LES MÉMOIRES PRÉCEDENS DE *M. BERNOULLI*,
PAR M. EULER.

I.

Il n'y a aucun doute, que M. *Bernoulli* n'ait infiniment mieux développé la partie physique, qui renferme la formation du son dans le mouvement des cordes, qu'aucun autre n'a fait avant lui. On s'étoit presque uniquement arrêté à la détermination méchanique du mouvement, dont une corde tenduë peut être ébranlée, sans rechercher assez soigneusement la nature des sons, qui en sont produits. Malgré l'infinité de manieres differentes dont on a trouvé qu'une corde peut être mise en vibrations, on ne voyoit pas comme il seroit possible, qu'une même corde puisse rendre à la fois plusieurs sons differens; & c'est à M. *Bernoulli*, que nous sommes redevables de cette heureuse explication, qui est sans doute de la derniere importance dans la Physique. Il est aussi évident, que cette belle idée s'étend à toutes les autres especes des corps sonores, & que le même corps peut rendre à la fois tous les sons differens, dont il est susceptible séparément; & c'est le sujet que M. *Bernoulli* a traité avec le même succès dans son second Mémoire.

II. M. *Bernoulli* tire toutes ces excellentes réfléxions uniquement des recherches, que feu M. *Taylor* a faites sur le mouvement des cordes, & soutient contre M. d'*Alembert* & moi, que la solution de *Taylor* est suffisante à expliquer tous les mouvemens, dont une corde est susceptible; de sorte que les courbes, qu'une corde prend pendant son mouve-

mouvement, ſoit toujours, ou une trochoïde allongée ſimple, ou un mêlange de deux ou pluſieurs courbes de la même eſpece. Or quoiqu'un tel mêlange ne pût plus être regardé comme une trochoïde, & que la ſeule poſſibilité de la combinaiſon de pluſieurs courbes de M. *Taylor* rende déjà ſa ſolution inſuffiſante ; il me ſemble qu'elle eſt encore inſuffiſante à d'autres égards, & que le mouvement d'une corde pourroit être tel, qu'il ſeroit impoſſible de le rapporter à l'eſpece des trochoïdes Tayloriennes.

III. Si toutes les courbes, auxquelles la corde s'applique pendant ſon mouvement, étoient compriſes dans cette équation,

$$y = \alpha \sin \frac{\pi x}{a} + \beta \sin \frac{2\pi x}{a} + \gamma \sin \frac{3\pi x}{a} + \delta \sin \frac{4\pi x}{a} + \&c.$$

le ſentiment de M. *Bernoulli* ſeroit juſte ; vu que prenant chaque terme ſéparément, une telle équation $y = \mu \sin \frac{m\pi x}{a}$ donne toujours une des trochoïdes aſſignées par *Taylor* ; & notre équation ſeroit formée de pluſieurs trochoïdes. Mais, dés que le nombre des termes dans cette équation devient infini, il me paroit encore douteux, ſi l'on peut dire, que la courbe ſoit compoſée d'une infinité de trochoïdes : le nombre infini ſemble détruire la nature d'une telle compoſition. Cependant j'avouë, que M. *Bernoulli* auroit pu parvenir à la découverte de toutes ces courbes par le ſeul raiſonnement fondé ſur la compoſition des trochoïdes Tayloriennes, & que l'équation rapportée, quand même elle ſeroit continuée à l'infini, en eſt une ſuite fort naturelle.

IV. Mais il y a des cas, où cette équation s'étendant à l'infini eſt réductible à une équation finie, & alors ſurtout ce ſeroit parler fort improprement, ſi l'on diſoit, que la courbe étoit compoſée d'une infinité de trochoïdes ; l'équation même en fourniſſant une idée & conſtruction beaucoup plus ſimple. Ainſi, lorsque les coëfficiens α, β,

γ, δ &c. forment une progreſſion géometrique, l'équation infinie ſe réduit à cette équation finie :

$$y = \frac{c \sin \frac{\pi x}{a}}{1 - n \cos \frac{\pi x}{a}}$$

qui renferme ſans contredit des courbes, qui peuvent convenir au mouvement d'une corde, même de l'aveu de M. *Bernoulli*, pourvu que n marque un nombre plus petit que l'unité. Cette corde devroit donc bien rendre à la fois une infinité de ſons, dont les plus hauts deviendroient de plus en plus foibles ; mais l'équation nous offre une idée beaucoup plus ſimple de cette courbe, que ſi nous voulions dire, qu'elle étoit compoſée d'une infinité de trochoïdes Tayloriennes.

V. Mais il y a plus : je n'avois donné cette équation,

$$y = \alpha \sin \frac{\pi x}{a} + \beta \sin \frac{2\pi x}{a} + \gamma \sin \frac{3\pi x}{a} + \delta \sin \frac{4\pi x}{a} + \&c.$$

que comme une ſolution particuliere de la formule, qui contient en général toutes les courbes, qui peuvent convenir à une corde miſe en mouvement : & il y a une infinité d'autres courbes, qui ne ſauroient être compriſes dans cette équation. Si M. *Bernoulli* tomboit d'accord là deſſus, il n'auroit pas avancé, que toutes les courbes d'une corde frappée réſultoient uniquement de la combinaiſon de deux ou pluſieurs courbes Tayloriennes ; & il auroit reconnu, que le raiſonnement fondé ſur cette combinaiſon n'eſt pas ſuffiſant à fournir une ſolution complette de la queſtion, dont il s'agit. Il n'auroit pas non plus regardé la méthode, dont M. d'*Alembert* & moi nous ſommes ſervis, comme trop embarraſſée pour arriver à une ſolution générale, qui ſe pourroit tirer d'une ſimple conſidération phyſique. La queſtion principale, que j'ai à développer, eſt donc : ſi toutes les courbes d'une corde miſe en mouvement ſont compriſes dans l'équation rapportée, ou non ?

VI.

VI. M. *Bernoulli* ne conteste pas directement la négative, que j'avois avancée: il se contente de dire, qu'il n'est pas encore assés éclairci là dessus; cependant c'est uniquement sur ce point qu'est fondée la préférence, qu'il tache de donner à sa méthode sur celle, dont M. d'*Alembert*, & moi, nous sommes servis. Car si la considération de M. *Bernoulli* fournissoit toutes les courbes, qui peuvent avoir lieu dans le mouvement des cordes, il est certain qu'elle seroit infiniment préférable à notre méthode, qu'on ne pourroit plus regarder que comme un détour extrêmement épineux pour parvenir à une solution si aisée à trouver. Mais au contraire, si la considération de M. *Bernoulli* ne découvre pas toutes les courbes, qui peuvent convenir à une corde mise en mouvement, & qu'il y ait des cas, où la figure de la corde est absolument irréductible aux trochoïdes de M. *Taylor*; il est aussi incontestable, que la méthode de M. *Bernoulli*, quelque belle qu'elle soit en elle-même, ne soit de beaucoup inferieure à la méthode directe, qui fournit toutes les solutions possibles.

VII. Or il me semble que cette circonstance ne sauroit être révoquée en doute, dès qu'on considère, qu'on peut donner d'abord à la corde une figure quelconque. Car concevons, qu'on ait donné à la corde avant que de la relâcher, une figure, qui n'est pas comprise dans l'équation $y = \alpha \sin \frac{\pi x}{a} + \beta \sin \frac{2 \pi x}{a} + \&c.$ & il n'y a aucun doute que la corde, après avoir été relâchée subitement, ne soit déterminée à un certain mouvement. Il est aussi certain que la figure qu'elle aura après le premier instant sera encore bien différente de cette équation; & quand même on voudroit soutenir, qu'après plusieurs instans elle s'assujettisse enfin à une figure comprise dans la dite équation, on ne sauroit disconvenir, qu'avant que cela arrive, le mouvement de la corde ne soit bien different de celui, que la considération de M. *Bernoulli* renferme. Ce premier mouvement n'étant donc pas certainement conforme aux loix tirées de la théorie de *Taylor*, me sem-

ble

ble tout à fait suffisant à faire voir, que cette théorie n'est pas capable de nous éclairer sur tous les mouvemens, dont une corde est susceptible.

VIII. On sera donc obligé d'avouër, que le mouvement de la corde, du moins pendant quelque tems depuis le commencement, dépend de la figure, qu'on aura donnée d'abord à la corde; laquelle étant absolument arbitraire, il est impossible de soutenir, que ce mouvement soit toujours d'accord avec lesdites loix. Il semble encore fort incertain, si un tel mouvement se réduise enfin parfaitement à la trochoïde de *Taylor*; & quand même cela arriveroit, comme M. *Bernoulli* a remarqué très ingénieusement qu'il arrive dans le mêlange de deux ou plusieurs trochoïdes, la cause ne sauroit être attribuée, qu'au rallentissement du mouvement, causé par des circonstances externes, auxquelles on ne fait point réfléxion dans le calcul. Ainsi cela ne doit pas même entrer dans la solution, où l'on fait abstraction de toutes causes, qui peuvent rallentir & altérer le mouvement. De là il s'ensuit, qu'une solution ne sauroit être jugée complette, à moins qu'elle n'embrasse tous les cas du mouvement, pour toutes les figures possibles, qu'on pourroit donner à la corde au commencement.

IX. Mais peut-être repliquera-t-on, que l'équation $y = a \sin \frac{\pi x}{a} +$ &c. à cause de l'infinité de coëfficiens indéterminés, est si générale, qu'elle renferme toutes les courbes possibles: & il faut avouër, que si cela étoit vray, la méthode de M. *Bernoulli* fourniroit une solution complette. Mais, outre que ce grand Géometre n'a pas fait cette objection, toutes les courbes comprises dans cette équation, quoiqu'on augmente le nombre des termes à l'infini, ont de certains caractères, qui les distinguent de toutes autres courbes. Car si l'on prend l'abscisse x négative, l'appliquée devient aussi négative, & égale à celle qui repond à l'abscisse positive x; de même l'appliquée qui répond à l'abscisse $a + x$, est négative, & égale à celle qui corre-

vie-

vient à l'abſciſſe x. Donc ſi la courbe, qu'on aura donnée à la corde au commencement, n'a point ces propriétés, il eſt certain qu'elle n'eſt pas renfermée dans ladite équation. Or aucune courbe algébrique ne ſauroit avoir ces propriétés, qu'il faut donc toutes exclure de cette équation; & il n'y a aucun doute, qu'il n'en faille auſſi exclure une infinité de courbes tranſcendentes.

X. Mais, puisque la premiere courbe qu'on donne à la corde, eſt abſolument arbitraire, il peut arriver, & il arrivera même le plus ſouvent, que cette premiere courbure n'eſt expreſſible par aucune équation, ſoit algébrique, ſoit tranſcendente, & qu'elle n'eſt renfermée dans aucune loi de continuité. Une telle courbe ne ſera donc pas à plus forte raiſon compriſe dans l'équation alleguée. Suppoſons donc que la corde ait eu au commencement une telle figure quelconque, ſuppoſition d'autant moins impoſſible, que c'eſt plutôt la ſeule, qui puiſſe avoir lieu dans la pratique; & je demande quel ſera ſon mouvement, après qu'elle aura été relâchée? Il eſt bien certain que ce mouvement étant réel doit être déterminable, & il eſt auſſi certain, qu'il ne ſauroit être renfermé du moins pour les premiers inſtans, dans celui que M. *Bernoulli* a tiré des trochoïdes Tayloriennes: & partant cette ſolution, toute belle qu'elle eſt d'ailleurs, ne ſauroit avoir lieu que dans les cas, où par quelque hazard la corde a reçu au commencement une des figures compriſes dans l'équation mentionnée; tous les autres cas ſeront exclus de cette ſolution.

XI. Voilà donc l'étenduë, qu'il faut donner à mon avis au problème ſur les mouvemens des cordes: *Ayant donné au commencement à la corde une figure quelconque, ſoit algébrique, ſoit tranſcendente, ſoit même mécanique, il s'agit de déterminer le mouvement, que la corde pourſuivra après avoir été relâchée.* Sur ce pied il eſt bien clair, que la ſolution tirée de la combinaiſon des trochoïdes ne ſauroit être regardée, que comme très particuliere. Or, me demandera-t-on, une ſolution générale eſt-elle bien poſſible? Je crois que la ſolution, que j'en ai don-

donnée, n'eſt limitée à aucun égard, du moins je n'y puis decouvrir aucune faute, & perſonne n'en a encore montré l'inſuffiſance. Il eſt bien vrai que M. d'*Alembert*, quoiqu'il m'ait reproché que ma ſolution n'étoit pas differente de la ſienne, a avancé, mais ſans alléguer la moindre preuve, que ma ſolution ne s'étend pas à toutes les figures poſſibles, que la corde aura pu avoir au commencement; & il eſt dans le même ſentiment, que M. *Bernoulli* ſemble ſoutenir, que le mouvement d'une corde ne ſauroit être déterminé, à moins que ſa figure initiale ne ſoit compriſe dans l'équation, que j'ai déjà pluſieurs fois rapportée.

XII. Je ſouhaiterois fort, que M. d'*Alembert* m'eut indiqué en quoi je me ſuis trompé, quand je donnai ma ſolution pour générale, & applicable à toutes les courbes initiales, qu'on puiſſe donner à la corde. Mais, quoiqu'il en ſoit, cela ne fait rien à la recherche préſente, attendu qu'il eſt certain, qu'il y a une infinité de cas, où le mouvement d'une corde ne ſauroit être déterminé par le mêlange de pluſieurs trochoïdes. Pour le reſte je ne m'attends pas, que M. d'*Alembert* diſe, que dans ces cas le mouvement de la corde ne ſuive aucune loi; il ſera donc déterminable par ſa nature, & ſi ma ſolution eſt fauſſe, perſonne ne ſera plus capable de ſuppléer à ce défaut, que M. d'*Alembert* lui-même. Mais je doute fort, qu'il trouve jamais une ſolution differente de la mienne, du moins s'il veut s'arrêter aux mêmes hypotheſes, qu'il a faites dans ſa ſolution, & qui l'ont conduit à l'équation:

$$y = \alpha \sin \frac{\pi x}{a} + \beta \sin \frac{2 \pi x}{a} + \gamma \sin \frac{3 \pi x}{a} + \&c..$$

XIII. Cependant, pour m'aſſurer mieux de ma ſolution, je m'en vais traiter de nouveau ce même problème par une méthode un peu differente, & examiner plus ſoigneuſement tous les raiſonnemens, qui m'ont conduit à la détermination générale du mouvement des cordes, quelle qu'ait été leur figure initiale. Or d'abord il faut remarquer qu'on fonde le calcul ſur quelques hypotheſes, qui ſont fort ſouvent peu conformes à la verité. On ſuppoſe premièrement la corde

parfai-

parfaitement fléxible, & destituée de toute roideur; on ne tient pas non plus compte du ressort de la corde, quoique ces circonstances puissent très considérablement altérer le mouvement; & partant on ne peut pas alléguer les effets qui en sont causés, contre la bonté de la solution. Ensuite on suppose les vibrations de la corde infiniment petites, de sorte que la corde ne change pas de longueur pendant son mouvement, & que chaque point de la corde demeure toujours dans la même ligne droite perpendiculaire à l'axe: or il est évident que la petite augmentation de la longueur de la corde dans ses excursions, peut aussi contribuër quelque chose à l'altération du mouvement.

XIV. Il s'agit donc seulement d'une solution, qui soit conforme à ces hypotheses, & point du tout d'une telle, qui satisfasse parfaitement aux phénomenes, que l'expérience nous offre. Mrs. *Bernoulli* & d'*Alembert* ont fait ces mêmes hypotheses; & ils n'attendront donc rien de la mienne, qui approche davantage de la vérité. On n'a fait ces hypotheses que pour la facilité du calcul; car on pourroit bien tenir compte dans la solution, tant de la roideur de la corde, que de son allongement dans ses excursions, & donner aux vibrations une grandeur finie; mais on parviendroit à des formules si compliquées, qu'on n'en sauroit déduire aucune conclusion satisfaisante. Ce ne sont pas les principes mécaniques, qui nous abandonnent dans ces recherches; c'est plutôt l'analyse, qui n'est pas encore portée à ce degré de perfection, qu'il faudroit pour ces sortes de questions. Les bornes de l'analyse nous obligent à de telles hypotheses, pour faciliter en sorte la solution, qu'elle ne s'écarte pas trop sensiblement de la vérité.

XV. Considérons donc une corde fixée par ses deux bouts aux points A & B, & posons la distance, ou la longueur de la corde AB $= a$; soit l'épaisseur de la corde partout la même, & la masse ou le poids de toute la corde $=$ M: soit de plus la tension de la corde, ou la force dont elle est tenduë $=$ F, exprimée par un poids: donc si nous prenons Fig. I.

 une

une partie quelconque AP $= x$, sa masse sera $= \frac{Mx}{a}$, & la masse de l'élément P$p = \frac{M\,dx}{a}$. Supposons maintenant, que la corde ait été détournée au commencement à une figure quelconque, & qu'après un tems ecoulé $= t$, elle soit parvenuë à la figure AMB. Posant donc pour cette figure l'abscisse A P $= x$, & l'appliquée P M $= y$, celle-cy sera exprimée par une certaine fonction de l'abscisse x, & du tems t, que nous indiquerons par $y = \Phi : (x, t)$. Cette équation doit être telle, que si l'on pose $t = o$, elle exprime la courbe qu'on avoit donnée à la corde au commencement; ensuite si l'on donne à t une valeur déterminée, qui convient au tems écoulé, cette même équation exprimera la nature de la courbe, que la corde aura à cet instant.

XVI. Tout revient donc à trouver de quelle nature doit être la fonction de x & t, qui exprime la valeur de l'appliquée y. Pour cet effet il faut recourir aux principes mécaniques, par lesquels le mouvement de la corde est déterminé: mais, avant que de procéder à cette recherche, l'état de la corde nous découvre quelques propriétés, qui doivent necessairement convenir à notre fonction $y = \Phi : (x, t)$. Car, puisque la corde est fixée au point A, il est évident que posant $x = o$, cette fonction doit evanouïr, quelque valeur qu'on donne au tems t. Ensuite, puisque la corde est aussi fixée en B, si l'on pose $x = a$, la fonction doit aussi se réduire à zéro, quelque valeur que puisse avoir le tems t. Nous connoissons donc déjà, indépendamment des principes mécaniques, trois propriétés de notre fonction $y = \Phi : (x, t)$, dont la premiere est que posant $t = o$, elle exprime la courbe initiale de la corde, & les deux autres, que quelque valeur que le tems t puisse avoir, l'appliquée y evanouïsse toujours, tant pour $x = o$, que pour $x = a$.

XVII. Puisque la corde, après le tems t, est réduite à la figure AMB, voyons par quelle force chacun de ses élémens est sollicité; & il

il eſt clair que dans cette recherche le tems t doit être regardé comme invariable. Or, en vertu de l'hypotheſe que les excurſions de la corde ſont infiniment petites, la tenſion de la corde dans l'état AMB, ſera la même dans tous les points de la corde, & partant $=$ F. Donc, par la tenſion de l'élément précedent Mμ, le point M ſera ſollicité vers la direction MP par la force $F\left(\frac{dy}{dx}\right)$, où $\left(\frac{dy}{dx}\right)$ marque la valeur de la fraction $\frac{dy}{dx}$ en poſant le tems t conſtant. Or par la tenſion de l'élément ſuivant Mm, prenant Pp $=$ Mm $= dx$, le point M ſera ſollicité en ſens contraire par la force $F\left(\left(\frac{dy}{dx}\right) + d\left(\frac{dy}{dx}\right)\right)$: & partant combinant ces deux forces enſemble, le point M ſera ſollicité ſelon la direction MP par la force $-Fd\left(\frac{dy}{dx}\right)$. Puisque dans ce différentiel le tems t eſt encore pris pour conſtant, cette force ſera $=$ $= -Fdx\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$, où la formule $\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$ exprime la valeur de $\frac{ddy}{dx^2}$ en ſuppoſant le tems t conſtant.

XVIII. Concevons que toute la maſſe de l'élément Mm, qui eſt $= \frac{Mdx}{a}$ ſoit réünie au point M, & elle ſera ſollicitée dans la direction MP par la force $= -Fdx\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$; c'eſt donc de cette force que le mouvement de l'élément Mm ſera altéré, & puisque ce mouvement ſe fait ſuivant la même direction MP, ſi nous voulons déterminer ce mouvement, nous devons regarder l'abſciſſe AP $= x$ comme conſtante, & nous tenir uniquement à la variabilité du tems t. Or les principes méchaniques nous donnent l'accélération de ce mou-

vement selon la direction $MP = -2\left(\frac{ddy}{dt^2}\right)$, laquelle doit être égale à la force accélératrice, ou à la force motrice $-Fdx\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$ divisée par la masse $\frac{Mdx}{a}$, d'où nous tirons cette équation :

$$-2\left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = -\frac{Fa}{M}\left(\frac{ddy}{dx^2}\right) \quad \text{ou} \quad \left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = \frac{Fa}{2M}\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$$

Pour l'intelligence de cette équation il suffit de remarquer, que dans la formule $\left(\frac{ddy}{dt^2}\right)$ le seul tems t est regardé comme variable, & dans la formule $\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$ la seule abscisse x.

XIX. A cette occasion il sera à propos d'expliquer davantage cette maniere d'indiquer les différentiels des fonctions de plusieurs variables, en n'en faisant varier qu'une seulement; puisque cette considération est d'une très grande utilité dans quantité de problèmes méchaniques & hydrodynamiques. Soit donc y une fonction quelconque des variables x, t, u, &c. & en les faisant varier toutes, le différentiel de y aura une telle forme $dy = Pdx + Qdt + Rdu$, où le membre Pdx marque le différentiel de y, en faisant varier la seule quantité x, & regardant les autres t, & u comme constantes. De même le membre Qdt marque le différentiel de y en faisant varier la seule quantité t, & le membre Rdu celui en faisant varier la seule quantité u. Cette considération nous donne donc à connoitre les quantités finies P, Q, & R: or, pour ne pas avoir besoin de tant de lettres, je les indique de la maniere suivante :

$$P = \left(\frac{dy}{dx}\right); \quad Q = \left(\frac{dy}{dt}\right); \quad R = \left(\frac{dy}{du}\right).$$

XX.

XX. Connoiſſant donc la ſignification de ces expreſſions & d'autres ſemblables, on les peut étendre à des différentiels de plus hauts degrés. Ainſi, puisque $P = \left(\frac{dy}{dx}\right)$, & que P eſt encore une fonction finie des quantités x, t, u, on aura une idée juſte de l'expreſſion $\left(\frac{dP}{dx}\right)$, au lieu de laquelle je mets $\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$, de ſorte que poſant $\left(\frac{dy}{dx}\right) = P$, cette expreſſion $\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$ renferme la valeur de $\left(\frac{dP}{dx}\right)$. De même ayant $\left(\frac{dy}{dt}\right) = Q$, l'expreſſion $\left(\frac{ddy}{dt^2}\right)$ ſera la valeur de $\left(\frac{dQ}{dt}\right)$; & pareillement $\left(\frac{ddy}{du^2}\right) = \left(\frac{dR}{du}\right)$. On peut auſſi changer dans les différentiations ſucceſſives les variables, & ainſi la valeur de $\left(\frac{dP}{dt}\right)$ ſera exprimée par $\left(\frac{ddy}{dxdt}\right)$, & celle de $\left(\frac{dQ}{dx}\right) = \left(\frac{ddy}{dtdx}\right)$. En conſéquence de cela il y aura auſſi :

$$\left(\frac{ddy}{dxdu}\right) = \left(\frac{dP}{du}\right); \quad \left(\frac{ddy}{dudx}\right) = \left(\frac{dR}{dx}\right)$$

$$\left(\frac{ddy}{dtdu}\right) = \left(\frac{dQ}{du}\right); \quad \left(\frac{ddy}{dudt}\right) = \left(\frac{dR}{dt}\right).$$

XXI. Or on ſait que dans un tel différentiel complet $dy = Pdx + Qdt + Rdu$, les quantités finies P, Q, R, ſont dans une telle rélation entr'elles, que ſelon la même maniere d'exprimer il y a :

$$\left(\frac{dP}{dt}\right) = \left(\frac{dQ}{dx}\right); \quad \left(\frac{dP}{du}\right) = \left(\frac{dR}{dx}\right); \quad \left(\frac{dQ}{du}\right) = \left(\frac{dR}{dt}\right)$$

De

De là nous aurons :

$$\left(\frac{ddy}{dxdt}\right) = \left(\frac{ddy}{dtdx}\right); \left(\frac{ddx}{dxdu}\right) = \left(\frac{ddy}{dudx}\right); \left(\frac{ddy}{dtdu}\right) = \left(\frac{ddy}{dudt}\right)$$

où il eſt fort remarquable, que ſi le dénominateur contient deux différens différentiels, il eſt indifférent en quel ordre ils ſoient ecrits. De là on comprendra aiſément la ſignification de ſemblables formules, lorsqu'elles renferment des différentiels plus hauts : ainſi pour connoitre la valeur de $\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)$, qu'on poſe $\left(\frac{ddy}{dx^2}\right) = V$, & on aura $\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right) = \left(\frac{dV}{dx}\right)$. Pareillement ayant $\left(\frac{d^3y}{dx^2dt}\right)$, ſi l'on met ou $\left(\frac{ddy}{dx^2}\right) = V$ ou $\left(\frac{ddy}{dxdt}\right) = U$, la valeur de $\left(\frac{d^3y}{dx^2dt}\right)$ ſera ou $= \left(\frac{dV}{dt}\right)$ ou $= \left(\frac{dU}{dx}\right)$, & cela nous éclaircit ſuffiſamment ſur la ſignification de ſemblables formules, qui renferment encore de plus hauts différentiels.

XXII. Voilà donc à quoi le problème ſur le mouvement de la corde eſt réduit : il s'agit de trouver pour y une telle fonction des deux variables x & t, qui ſatisfaſſe à cette équation :

$\left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = \frac{Fa}{2M}\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$, outre qu'elle renferme les propriétés marquées cy-deſſus. Mais, avant que de faire attention à ces propriétés, cherchons en général toutes les fonctions poſſibles de x & t, qui étant miſes pour y, rendent $\left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = \frac{Fa}{2M}\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$. C'eſt le problème, dont M. d'*Alembert* a donné le premier une ſolution générale ; & il ſeroit à ſouhaiter qu'on découvrit une méthode propre à réſoudre

résoudre d'autres formules semblables. Une telle méthode serviroit à résoudre quantité de problèmes, qu'on a été obligé d'abandonner jusqu'ici.

XXIII. Avant que d'entreprendre la résolution de cette équation $\left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = \frac{Fa}{2M}\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$, je remarque qu'elle a une étendue infinie. Car si P, Q, R, sont de telles fonctions de x & t, qui satisfont à cette équation, étant posées pour y, de sorte qu'il y ait tant $y = P$, que $y = Q$, & $y = R$, il est clair que cette valeur

$$y = \alpha P + \beta Q + \gamma R,$$

satisfera également à ladite équation. La raison en est, puisque y n'a qu'une seule dimension dans notre équation. Cette remarque nous conduit d'abord à la solution de M. *Bernoulli*, prise dans un sens plus général; car si les équations $y = P$, $y = Q$, & $y = R$, renferment chacune une espece particuliere de vibration de la corde, la même corde sera aussi susceptible d'un mouvement représenté par cette équation $y = \alpha P + \beta Q + \gamma R$; & cette même composition a aussi lieu dans tous les autres genres de vibrations, pourvu qu'elles soient infiniment petites, puisque l'équation, qui exprime le mouvement, ne contient dans tous ses termes qu'une seule dimension de l'appliquée y. C'est donc ici, qu'il faut chercher le vray fondement de la solution de M. *Bernoulli*.

XXIV. Pour la mesure du tems, que j'ai marqué ici par t, je ne m'arrête pas directement à déterminer la longueur du pendule isochrone. Mon but principal est d'assigner pour chaque moment la figure & l'état, où la corde se trouve alors : c'est de là qu'on connoitra le vray mouvement de chaque point de la corde, & il sera ensuite aisé de le comparer avec le mouvement d'un pendule. Il est aussi nécessaire de traiter sur ce pied-là le mouvement des cordes, puisqu'on n'est pas assuré, si tous les élémens de la corde achevent leurs vibrations en même tems. Mais, pour avoir une mesure absoluë du tems, on n'a

qu'à introduire la hauteur g par laquelle un corps grave tombe dans une seconde, & à écrire $2\,t\sqrt{g}$ au lieu de t, & alors la quantité t nous donnera le tems exprimé en minutes secondes. Posons donc $2\,t\sqrt{g}$ pour t, & partant $4g\,dt^2$ pour dt^2, & notre équation, qui renferme le mouvement de la corde sera $\frac{1}{4g}\left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = \frac{Fa}{2M}\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$ ou bien : $\left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = \frac{2Fag}{M}\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$. Ainsi ce n'est pas sur le pendule isochrone, que je fonde la connoissance du mouvement des cordes comme M. *Bernoulli* me le reproche tant de fois.

XXV. Ayant réduit la considération du tems à une notion précise, posons pour abréger $\frac{2Fag}{M} = cc$, & il s'agit de résoudre l'équation $\left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = cc\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$, ou de chercher pour y toutes les fonctions de t & x, qui satisfassent à cette équation. Puisque le rapport des différentio-différentiels de y est donné par cette équation; je commencerai par chercher celui des premiers différentiels, ou plutôt des quantités $\left(\frac{dy}{dt}\right)$ & $\left(\frac{dy}{dx}\right)$. Or comme celui-là est constant, il est aisé de voir que celui-cy le sera aussi. Supposons donc $\left(\frac{dy}{dt}\right) = k\left(\frac{dy}{dx}\right)$; & prenant de part & d'autre les différentiels en supposant la seule x variable, nous aurons $\left(\frac{ddy}{dt\,dx}\right) = k\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$. Ensuite prenons aussi les différentiels en supposant la seule t variable, & nous aurons $\left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = k\left(\frac{ddy}{dx\,dt}\right)$. Donc, puisque $\left(\frac{ddy}{dx\,dt}\right) = \left(\frac{ddy}{dt\,dx}\right) = k\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$, nous en tirerons $\left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = kk\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$,

&

& cette équation devant être la même avec la proposée, nous donne $kk = cc$, & partant ou $k = c$ ou $k = -c$.

XXVI. Donc toutes les fonctions de x & t, qui étant mises pour y satisfont à l'une ou à l'autre de ces deux équations,

$$\left(\frac{dy}{dt}\right) = +c\left(\frac{dy}{dx}\right) \quad \& \quad \left(\frac{dy}{dt}\right) = -c\left(\frac{dy}{dx}\right)$$

rempliront aussi en général les conditions renfermées dans notre équation, qui détermine le mouvement de la corde :

$$\left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = cc\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$$

ou bien cette équation différentio-différentielle renferme les deux équations différentielles précedentes à la fois. Et partant nous sommes parvenus à résoudre cette égalité $\left(\frac{dy}{dt}\right) = k\left(\frac{dy}{dt}\right)$, ce qui se fera le plus promptement par la considération, qu'il est

$$dy = dt\left(\frac{dy}{dt}\right) + dx\left(\frac{dy}{dx}\right)$$

d'où nous tirons à cause de $\left(\frac{dy}{dt}\right) = k\left(\frac{dy}{dx}\right)$

$$dy = kdt\left(\frac{dy}{dx}\right) + dx\left(\frac{dy}{dx}\right) \text{ ou } dy = (dx + kdt)\left(\frac{dy}{dx}\right).$$

Il faut donc que $\left(\frac{dy}{dx}\right)$ soit une fonction de la quantité $x + kt$, pour que la formule trouvée soit possible, & par conséquent l'intégration donnera pour y une fonction de $x + kt$.

XXVII. De là nous concluons réciproquement, que toute fonction de $x+kt$, étant mise pour y, satisfait à la condition exprimée par la formule $\left(\frac{dy}{dt}\right) = k\left(\frac{dy}{dx}\right)$. Cela est aussi clair de soi-même; car marquant par $\Phi(x+kt)$ une fonction quelconque de la quantité $x+kt$, & son différentiel complet par $(dx+kdt)\,\Phi'(x+kt)$, où $\Phi'(x+kt)$ marquera une autre fonction finie de $x+kt$, qui dépend de la nature de la fonction $\Phi(x+kt)$; si nous posons $y=\Phi(x+kt)$, nous aurons $dy=(dx+kdt)\,\Phi'(x+kt)$ & partant suivant nôtre maniere d'exprimer

$$\left(\frac{dy}{dt}\right) = k\Phi'(x+kt) \;\&\; \left(\frac{dy}{dx}\right) = \Phi'(x+kt)$$

d'où il est evident qu'il est $\left(\frac{dy}{dt}\right) = k\left(\frac{dy}{dx}\right)$. Nous voilà donc arrivés à une construction générale de cette formule $\left(\frac{dy}{dt}\right) = \left(\frac{dy}{dx}\right)$ qui nous donne en quantités finies pour y une fonction quelconque de la quantité $x+kt$.

XXVIII. Or puisque k est, ou $=+c$, ou $=-c$, à notre équation differentio-differentielle $\left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = cc\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$ posant $cc = \frac{2Fag}{M}$, satisfera également & toute fonction de la quantité $x+ct$, & toute fonction de la quantité $x-ct$. Prenant donc Φ & Ψ pour des marques des fonctions quelconques, & l'une & l'autre de ces deux valeurs:

$$y=\Phi(x+ct) \quad \& \quad y=\Psi(x-ct)$$

satisfera également à l'équation, qui contient le mouvement de la corde:

corde: $\left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = \frac{2Fag}{M}\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$, posant $c = \sqrt{\frac{2Fag}{M}}$.

Donc à la même équation satisfera aussi en général cette valeur composée: $y = \Phi(x+ct) + \Psi(x-ct)$.

XXIX. Pour éclaircir cela mieux, il faut remarquer que toute fonction, de quelque nature qu'elle soit, peut toûjours être représenter par une ligne courbe, dont l'appliquée exprime une certaine fonction de l'abscisse. Ayant donc construit pour la fonction marquée par Φ une ligne courbe ES, & pour la fonction marquée par Ψ une autre ligne courbe FT, si nous prenons dans celle-là l'abscisse $EQ = x + ct$, & dans celle-cy l'abscisse $FR = x - ct$, les appliquées seront: Fig. 2.

$$QS = \Phi(x+ct) \quad \& \quad RT = \Psi(x-ct)$$

& la somme de ces deux appliquées, ou de leur multiple quelconque, nous fournira toûjours une valeur convenable pour y, qui satisfera à l'équation $\left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = cc\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$, & qui par consequent sera propre à nous représenter le mouvement véritable d'une corde, pourvu qu'elle soit conforme aux autres propriétés mentionnées au commencement.

XXX. Or, sans faire encore attention à ces propriétés, & m'arrêtant uniquement à l'équation $\left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = cc\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$, il est important de remarquer, que les deux courbes ES & FT sont absolument arbitraires, & qu'on les peut prendre à volonté; car, quelles que soient ces deux courbes, si nous y prenons les abscisses $EQ = x + ct$ & $FR = x + ct$, & que nous posions $y = QS + RT$, ou bien $y = n(QS + RT)$, il est certain que cette valeur satisfait à notre

 équa-

ſemblable à la branche BDA. Or la courbe ADB eſt abſolument arbitraire, comme j'ai déjà fait voir; & il n'importe ſi elle eſt réguliere, ou compriſe dans quelque équation, ou ſi elle eſt irréguliere, ou tracée d'une maniere quelconque. Ayant donc décrit une telle courbe ADB quelconque, qui paſſe par les points A & B, on n'a qu'à réïterer la deſcription de la même courbe à l'infini, tant vers la droite que vers la gauche, en la poſant alternativement au deſſus & au deſſous de l'axe, de ſorte que partout les bouts ſemblables ſoient joints enſemble; ainſi en A on joigne la même courbe ADB par le bout A, & en B par le bout B, tout comme j'en ai enſeigné la conſtruction dans mon Mémoire ſur cette matiere.

XXXV. Ayant donc décrit une telle courbe quelconque, elle nous découvrira toujours un mouvement, dont la corde eſt ſuſceptible. Car poſant $t = 0$, nous en connoitrons d'abord la figure, que la corde doit avoir au commencement, pour que ce mouvement s'enſuive. Puisque nous avons pour un tems quelconque t,

$$y = n\,\Phi(x + ct) + n\,\Phi(x - ct)$$

prenant pour n une fraction aſſés petite, afin que les appliquées dans la figure de la corde demeurent toujours quaſi infiniment petites, nous en tirerons pour la figure initiale de la corde cette équation:

$$y = n\,\Phi(x) + n\,\Phi(x) = 2\,n\,\Phi(x)$$

c'eſt à dire, prenant ſur notre courbe l'abſciſſe $AP = x$, l'appliquée PM priſe $2n$ fois nous donnera l'appliquée pour la figure initiale de la corde, qui convient à l'abſciſſe x. Donc, ſi les appliquées de la courbe AMB ſont aſſés petites, on pourra prendre $n = \frac{1}{2}$, & la figure arbitraire ADB elle-même repréſentera la figure initiale de la corde.

XXXVI. Réciproquement donc, dès qu'on connoit la figure initiale, qu'on aura donnée à la corde avant que de la relâcher, rien ne ſera plus aiſé que de décrire notre courbe infinie B′D′ADB′D &c. qui nous

nous fera connoitre le mouvement, que la corde pourſuivra. On tracera la courbe AMDB, égale & ſemblable à la figure initiale de la corde, & on en réïtérera la conſtruction, tant vers la gauche au delà du point A, que vers la droite au delà du point B, alternativement au deſſus & au deſſous de l'axe, en ſorte que partout les bouts qu'on a joints enſemble ſoient les mêmes. Cette conſtruction a toujours lieu, de quelque nature que ſoit la figure initiale propoſée de la courbe, & il ne s'agit ici que de la portion ADB; laquelle quand elle-même auroit d'autres continuations de part & d'autre en vertu de ſa nature, elles n'entrent en aucune conſidération. Ainſi, ſi la figure ADB étoit un arc de cercle, ſans ſe ſoucier de la continuation naturelle du cercle, on répétera la deſcription de ce même arc de cercle ADB à l'infini alternativement au deſſus & au deſſous de l'axe; & la même régle a toujours lieu, de quelque nature que puiſſe être la figure initiale de la corde.

XXXVII. Les différentes parties ſemblables de cette courbe ne ſont donc liées entr'elles par aucune loi de continuité, & ce n'eſt que par la deſcription, qu'elles ſont jointes enſemble. Par cette raiſon il eſt impoſſible, que toute cette courbe ſoit compriſe dans quelque équation, à moins que par hazard la figure ADB ne ſoit telle, que ſa continuation naturelle entraine toutes les autres parties réïtérées; & c'eſt le cas, où la figure ADB eſt la trochoïde Taylorienne, ou ſelon M. *Bernoulli* un mêlange de pluſieurs telles trochoïdes. C'eſt auſſi ſelon toute apparence la raiſon, pourquoi Mrs. *Bernoulli* & d'*Alembert* ont cru, que le problème n'étoit réſoluble que dans ces cas. Mais, de la maniere que je viens de conduire la ſolution, il n'eſt pas néceſſaire, que la courbe directrice ſoit exprimée par quelque équation, & la ſeule conſidération du trait de la courbe ſuffit à nous faire connoitre le mouvement de la corde, ſans l'aſſujettir au calcul. Je ferai auſſi voir, que ce mouvement n'eſt pas moins régulier, que ſi la figure initiale étoit une trochoïde, & par conſéquent la régularité du

mouvement ne peut être alléguée en faveur des trochoïdes à l'exclusion de toutes les autres courbes, comme M. *Bernoulli* semble le soutenir.

XXXVIII. Or, pour déterminer par cette méthode le véritable mouvement de la corde, supposez que sa figure initiale ait été la courbe AMB (Fig. 4.), & il s'agit de déterminer la figure que la corde aura à chaque tems proposé de t secondes, depuis le commencement du mouvement. Pour cet effet qu'on décrive par la description réïtérée de cette même courbe AMB, la courbe directrice AMDB, (Fig. 3.) continuée de part & d'autre à l'infini, comme j'ai enseigné cy-dessus; & pour connoitre le mouvement du point M, qui se fait par hypothese dans la droite MP, qu'on prenne dans la directrice (Fig. 3.) de part & d'autre du point P les intervalles $PQ = PR = ct$, & ayant tiré les appliquées QS & RT, qu'on prenne Pm (Fig. 4.) égale à la semi-somme de ces appliquées, ou $Pm = \frac{1}{2}(QS + RT)$; & le point m sera le lieu, où le point de la corde M se trouvera après le tems t. De là il sera aisé de juger de la vitesse du point m, en comparant son lieu avec celui, où il se trouvera à l'instant suivant. Fig. 4.

XXXIX. Si l'on prend le tems t de tant de secondes, qu'il devienne $ct = a$, alors il faut prendre de part & d'autre du point P les intervalles $PQ' = PR' = a = AB$; & il est évident qu'il y aura $BQ' = B'R' = AP$, & partant les appliquées $Q'S'$ & $R'T'$ égales entr'elles. Donc, après ce tems $t = \frac{a}{c}$ le point de la corde M se trouvera de l'autre côté de l'axe AB en N, de sorte que $PN = Q'S'$: d'où il est évident qu'après ce tems toute la corde aura la figure ANB égale à la figure $B'T'DA$, & partant aussi égale à la figure initiale AMB, mais dans une situation renversée, de sorte que la figure ANB soit semblable à la figure BMA. Puisque les tangentes en S' & T' sont également inclinées à l'axe, en reculant les points Q' & R' infiniment peu également, la somme des

des appliquées demeurera la même, & partant après le tems $\frac{a}{c} + dt$ le point M de la corde sera encore en N: donc, lorsque la corde sera parvenuë dans la situation ANB, elle n'aura plus de mouvement.

XL. Une vibration ayant donc commencé par l'état initial AMB, elle finira par l'état ANB, & partant le tems de cette vibration sera $= \frac{a}{c}$ secondes, & il est évident que toutes les autres vibrations suivantes seront de la même durée. Pour mieux connoitre ce tems, on n'a qu'à se rappeller, que nous avons mis c pour la quantité $\sqrt{\frac{2Fag}{M}}$; donc le tems d'une vibration de la corde sera $= \sqrt{\frac{Ma}{2Fg}}$ secondes; & cette expression paroit plus propre à nous faire connoitre ce tems, que la longueur d'un pendule simple isochrone. Il faut remarquer ici, que M marquant le poids de la corde, & F la force tendante aussi expressible par un poids, ces deux quantités M & F sont homogenes entr'elles, de même que les deux quantités a & g, dont celle-là marque la longueur de la corde, & celle-cy la hauteur, par laquelle un corps pesant tombe dans une seconde, qui est de $15\frac{5}{8}$ pieds de Rhin. De là on connoitra promptement le nombre de vibrations, que la corde rend dans une minute seconde, car ce nombre sera $= \sqrt{\frac{2Fg}{Ma}}$.

XLI. Il est certain qu'après le tems $t = \frac{a}{c}$ la corde parvienne dans la situation ANB; mais il pourroit bien arriver, qu'elle s'y fût trouvée déjà pendant ce tems une ou plusieurs fois, & dans ces cas le tems d'une vibration se réduiroit à la moitié, ou au tiers, ou à quelqu'autre partie aliquote. Cela dépend de la figure initiale qu'on aura donnée à la corde, laquelle, lorsqu'elle n'a qu'un ventre, comme dans la quatrième figure, le tems d'une vibration sera sans aucun doute

 =

Fig. 5. $= \frac{a}{c} = \sqrt{\frac{Ma}{2Fg}}$ secondes. Mais, si la figure initiale de la corde avoit deux ventres égaux AEC, CFB, comme dans la cinquième figure, & que la partie AEB fut égale & semblable à la figure BFC, on voit par notre construction, que le point C demeureroit toujours en repos, & que le mouvement de la corde seroit le même que celui d'une corde de la moitié de longueur, & d'une tension égale. Or il faut pour produire ces vibrations deux fois plus rapides, que le nœud de la figure initiale C se trouve précisément au milieu de la longueur, & que les deux ventres AEC, BFC, soyent égaux & semblables entr'eux : car sans cette condition le point C ne resteroit point immobile.

XLII. Ce que M. *Bernoulli* a remarqué sur le mêlange de deux ou plusieurs trochoïdes, est également applicable à toutes les autres courbes imaginables. Car, quelle que soit la figure initiale de la corde AMB fig. 4. elle peut servir d'axe à une autre figure semblable à la fig. 5 : & celle-cy pourroit encore servir d'axe à d'autres figures semblables à plusieurs ventres. Dans ces cas le son total de la corde sera un mêlange de plusieurs sons, dont l'un seroit l'octave, les autres la douzième, la quinzième, la dix-septième, & ainsi de suite. Ce mêlange de sons rendus par une corde à la fois, que M. *Bernoulli* a le premier si heureusement expliqué, n'est donc pas un effet si essentiel de la combinaison des trochoïdes Tayloriennes, qu'il ne puisse également être produit par une semblable combinaison d'autres courbes quelconques. Et quand on fait réflexion à la maniere, dont on est accoutumé de frapper les cordes, il est très probable, qu'elles ne prennent jamais la figure des trochoïdes, ni qu'elles y approchent de plus en plus : puisque tous les phénomenes, que M. *Bernoulli* allégue, peuvent être également l'effet de toute autre figure quelconque.

XLIII. Il me semble que ces réflexions sont suffisantes à mettre ma solution à l'abri de toutes les objections, qui peuvent l'avoir renduë suspecte à M. *Bernoulli*, & surtout à M. d'*Alembert*. Celui-cy n'ayant allé-

allégué aucune raiſon, s'eſt contenté d'avertir les Lecteurs de mon Mémoire, qu'ils ne s'imaginaſſent pas, que ma ſolution étoit ſi générale que je l'avois donnée, & qu'elle ne s'étendoit pas à des figures quelconques, qu'on auroit données à la corde au commencement. Mais M. *Bernoulli* ſemble ſoutenir, que pour la production des vibrations iſochrones il faille abſolument que la force accélératrice ſoit toujours proportionelle à l'espace parcouru, jusqu'au lieu naturel. Selon ce ſentiment, ayant trouvé en général la force accélératrice $= -\frac{Fa}{M} \cdot \left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$, il faudroit la poſer proportionelle à la diſtance y, pour avoir une telle équation $-\frac{Fa}{M}\left(\frac{ddy}{dx^2}\right) = \frac{y}{c}$, dont l'intégrale, puisque la conſidération du tems n'y entre plus, ſeroit $y = n \sin x \sqrt{\frac{M}{Fac}}$, & pour que l'appliquée évanouïſſe auſſi en poſant $x = a$, il faudroit qu'il fut $\sqrt{\frac{M}{Fac}} = \frac{\lambda\pi}{a}$, marquant par λ un nombre entier quelconque. On auroit donc $c = \frac{Ma}{\lambda\lambda\pi\pi F}$, d'où réſultent en effet toutes les trochoïdes Tayloriennes.

XLIV. Mais, outre que cette ſuppoſition ſeroit auſſi contraire à la combinaiſon de deux ou pluſieurs trochoïdes, que M. *Bernoulli* reconnoit pourtant dans le mouvement d'une corde, je remarque que cette hypotheſe eſt abſolument arbitraire, & qu'une infinité d'autres forces ſont auſſi propres à produire l'iſochroniſme dans le mouvement des cordes. Si la force accélératrice devoit uniquement dépendre de l'appliquée y, de ſorte qu'elle fut toujours la même à la même diſtance y, quelque grande qu'ait été l'excurſion de la corde, je conviens qu'il n'y en auroit pas d'autres propres à procurer l'iſochroniſme, que celle qui ſeroit proportionelle à la diſtance y. Mais, dès qu'on accorde, que cette force pourroit auſſi dépendre du plus grand éloignement, on ne ſauroit

plus disconvenir, qu'une infinité d'autres forces ne fut aussi propre à ce dessein. Or M. *Bernoulli* a fait voir lui-même, qu'il peut y avoir de l'isochronisme en des mouvemens, où la force sollicitante du corps, n'est pas simplement proportionelle à la distance; & les manieres qu'il rapporte, ne sont qu'un cas particulier de la méthode générale, dont j'envisage ici le mouvement des cordes.

XLV. Tout ce que je viens de dire, ne regarde que les cordes, qui sont de la même épaisseur par toute leur étenduë; & je conviens aisément, que si l'épaisseur de la corde étoit variable, il seroit impossible d'en déterminer le mouvement aussi généralement, que j'ai fait ici pour les cordes également épaisses. Mais ce n'est pas l'incommensurabilité des tems de diverses vibrations, dont la même corde est susceptible, qui arrête la solution, comme M. *Bernoulli* semble l'insinuer. C'est plutôt par une imperfection de l'analyse même, qu'il n'est pas possible de construire l'équation differentio-differentielle, qui renferme alors le mouvement. Car, comme pour les cordes d'une épaisseur uniforme j'ai trouvé cette équation $\left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = \frac{Fa}{2M}\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$, qui a admis une construction générale; ainsi les cordes d'une épaisseur variable conduisent à une telle équation $\left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = X\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$, où X est une certaine fonction de x, qui dépend de l'épaisseur. Or, puisqu'il ne paroit pas, de quelle nature doit être la fonction y, pour qu'elle satisfasse à cette équation en général, c'est la cause véritable que la détermination du mouvement de ces cordes semble surpasser nos forces: cependant il n'est pas difficile de donner des solutions particulieres pour plusieurs cas, semblables à celles qui sont tirées des trochoïdes pour les cordes uniformement épaisses.

PRIN-

PRINCIPES
DE LA TRIGONOMETRIE SPHERIQUE
TIRÉS DE LA MÉTHODE DES PLUS GRANDS ET PLUS PETITS.

PAR M. EULER.

Puisqu'on ſait que les arcs de grands cercles, tirés ſur la ſurface d'une ſphére, repréſentent le plus court chemin d'un point à l'autre, un triangle ſphérique pourra être défini en ſorte, que trois points étant donnés ſur une ſurface ſphérique, ſi l'on y trace d'un point à l'autre le plus court chemin, l'eſpace renfermé entre ces trois points ſoit un triangle ſphérique. Donc, parce que les côtés d'un triangle ſphérique ſont les lignes les plus petites, qu'on peut tirer d'un angle à l'autre, la méthode des plus grands & plus petits pourra être employée à déterminer les côtés d'un triangle ſphérique; & de là on pourra enſuite trouver le rapport, qui ſubſiſte entre les angles & les côtés; & c'eſt en quoi conſiſte la Trigonométrie ſphérique. Car les trois points, où ſe trouvent les angles, détermineront par là, tant les trois côtés que les trois angles: & ces ſix choſes auront toujours un tel rapport entr'elles, que trois quelconques étant connuës, on en puiſſe déterminer les trois autres.

C'eſt donc une propriété, que les triangles ſphériques ont commune avec les triangles plans, qui ſont l'objet de la Trigonométrie élémentaire. Car, comme un triangle plan eſt l'eſpace renfermé entre trois points marqués ſur un plan, lorsqu'on tire de l'un à l'autre la ligne la plus courte, qui eſt ſur le plan une ligne droite; de même un triangle

angle ſphérique eſt l'eſpace renfermé entre trois points marqués ſur une ſurface ſphérique, lorsqu'on joint ces trois points par les lignes les plus courtes, qu'on ſauroit tirer de l'un à l'autre ſur la même ſurface. Or il eſt clair qu'un triangle ſphérique ſe change dans un triangle plan, lorsque le rayon de la ſphère devient infiniment grand; attendu qu'une ſurface plane peut-être regardée comme la ſurface d'une ſphére infiniment grande.

On m'objectera ſans doute, que c'eſt aller contre les régles de la méthode, que de vouloir employer le calcul des plus grands & plus petits pour établir les fondemens de la Trigonométrie ſphérique; outre qu'il paroit inutile de les tirer encore d'autres principes, puisque ceux dont on s'eſt ſervi jusqu'ici, ſont fondés ſur la Geométrie élémentaire, dont la rigueur ſert de régle à toutes les autres parties des Mathématiques. Mais d'abord je remarque, que la méthode des plus grands & plus petits en acquiert quaſi un nouveau luſtre, quand je ferai voir, qu'elle ſeule nous peut conduire à la réſolution des triangles ſphériques; & enſuite il eſt toujours utile de parvenir par des routes differentes aux mêmes vérités, puisque notre eſprit ne manque pas d'en tirer de nouveaux éclairciſſemens.

Mais je puis outre cela avancer, que la méthode des plus grands & plus petits eſt beaucoup plus générale que la méthode ordinaire. Car celle-cy ſe borne aux triangles formés ſur des ſurfaces, ou planes, ou ſphériques, au lieu que l'autre s'étend également à des ſurfaces quelconques. Ainſi, ſi l'on demandoit la nature des triangles formés ſur des ſurfaces ſphéroïdiques, ou conoïdiques, dont les côtés ſeroient les lignes les plus petites, qu'on peut tirer d'un angle à l'autre; la méthode ordinaire ne ſeroit pas propre pour cette recherche: mais il faudroit abſolument recourir à la méthode des plus grands & plus petits, ſans laquelle on ne ſeroit pas même en état de connoitre les lignes les plus courtes, qui formeroient les côtés de ces triangles.

On comprend de là, que cette recherche pourroit bien devenir d'une grande importance; car la ſurface de la Terre n'étant point ſphérique,

rique, mais ſphéroïdique, un triangle formé ſur la ſurface de la Terre apartiendra à l'eſpece, dont je viens de parler. Pour voir cela, on n'a qu'à s'imaginer trois points ſur la ſurface de la Terre, qui ſoient joints par le plus court chemin, qu'il y a de l'un à l'autre ; ou qui ſeroit formé par une corde tenduë de l'un à l'autre: car c'eſt ainſi qu'on doit ſe repréſenter les triangles, qu'on forme par les opérations faites pour la meſure de la Terre. Il eſt bien vrai qu'on regarde ordinairement ces triangles comme plans & rectilignes, & c'eſt déjà bien de l'accurateſſe, quand on les calcule ſur le pied des triangles ſphériques. Mais ſi l'on parvenoit à faire ces triangles beaucoup plus grands, & qu'on en voulut faire le calcul avec toute la préciſion poſſible, on ſeroit ſans doute réduit à rechercher la véritable nature de ces triangles, dont on ne ſauroit venir à bout ſans recourir à la méthode des plus grands & des plus petits.

Ayant donc fait voir l'importance de cette méthode dans le ſujet dont il s'agit, il ne ſera pas mal à propos d'appliquer cette méthode à la réſolution des triangles ſphériques ; puisque d'un côté cette recherche ſervira de baſe & de modèle pour la réſolution des triangles formés ſur une ſurface ſpéroïdique quelconque : & d'un autre côté elle nous fournira des éclairciſſemens conſidérables, tant ſur la Trigonometrie ſphérique même que ſur la méthode des plus grands & plus petits, dont on connoitra de plus en plus mieux l'étenduë & le grand uſage. Car, depuis qu'on a montré que la plûpart des problèmes méchaniques & phyſiques ſe réſolvent fort promtement par le moyen de cette méthode, il ne ſauroit être que très agréable de voir, que la même méthode apporte un ſi grand ſecours pour la réſolution des problèmes de la pure Géometrie.

Pour commencer cette recherche d'une maniere, qu'elle s'étende également à la ſphère & à un ſphéroïde quelconque, je regarde d'abord deux points oppoſés de la ſphère comme ſes poles, & le grand cercle, qui en eſt également éloigné, repréſentera l'équateur, & les lignes

les plus courtes tirées d'un pole à chaque point de l'équateur représenteront des méridiens, qui sont perpendiculaires à l'équateur. Or quand il s'agit de la sphère, on pourra regarder chaque côté d'un triangle sphérique comme faisant partie de l'équateur, & quand le triangle est rectangle, on pourra toujours envisager l'un des côtés, qui forment l'angle droit, comme une portion de l'équateur, & l'autre côté comme une portion d'un méridien, puisqu'on peut prendre les deux poles à volonté ; mais il n'en sera pas de même, dès que la surface n'est plus sphérique, mais sphéroïdique. Cependant je ne parlerai ici que des surfaces sphériques, me reservant les sphéroïdiques pour un autre Mémoire.

PROBLEME I.

Fig. 1. 1. *Etant donnés sur l'équateur* AB *l'arc* AP, *& sur un méridien* CP *l'arc* PM, *trouver sur la surface sphérique la plus courte ligne* AM, *qu'on puisse tirer du point* A *au point* M.

SOLUTION.

Posant le demi-diametre de la sphère $= 1$, soit l'arc de l'équateur $AP = x$, & l'arc du méridien $PM = y$. Soit de plus l'arc cherché $AM = s$, qu'on prolonge infiniment peu en m, de sorte que $Mm = ds$, & qu'on tire par m le méridien Omp, & l'élément Mn, qui y soit perpendiculaire. Cela posé, on aura $Pp = dx$, & $mn = dy$; & puisque Pp est à Mn, comme le sinus total 1 au sinus de l'arc OM, ou au cosinus de $PM = y$, on aura $Mn = dx \cos y$: & le triangle Mnm à n rectangle fournira

$$Mm = ds = \sqrt{(dy^2 + dx^2 \cos y^2)}, \text{ \& partant}$$
$$AM = s = \int \sqrt{(dy^2 + dx^2 \cos y^2)}.$$

Il s'agit donc de trouver un tel rapport entre x & y, que si on leur donne des valeurs déterminées comme AP & PM, la valeur de l'intégrale $\int \sqrt{(dy^2 + dx^2 \cos y^2)}$ devienne la plus petite, qu'il

qu'il soit possible. Pour cet effet posons $dy = p\,dx$, pour réduire cette intégrale à cette forme $\int dx \sqrt{(pp + \cos y^2)}$; & puisque j'ai démontré que lorsque la formule intégrale $\int Z\,dx$, où Z est telle fonction de x, y, & p, que $dZ = M\,dx + N\,dy + P\,dp$, doit devenir un plus grand ou plus petit, cela arrive par cette équation $N\,dx - dP = 0$. Donc, faisant l'application à notre cas, nous aurons

$$Z = \sqrt{(pp + \cos y^2)}, \text{ donc } dZ = -\frac{dy \sin y \cos y}{\sqrt{(pp + \cos y^2)}} + \frac{p\,dp}{\sqrt{(pp + \cos y^2)}},$$

& partant $M = 0$, $N = -\frac{\sin y \cos y}{\sqrt{(pp + \cos y^2)}}$, & $P = \frac{p}{\sqrt{(pp + \cos y^2)}}$.

Or puisque $M = 0$, & partant $dZ = N\,dy + P\,dp$, multiplions l'équation $N\,dx - dP = 0$ par p, qui à cause de $dy = p\,dx$ deviendra $N\,dy - p\,dP = 0$, ou $N\,dy = p\,dP$, & cette valeur étant substituée pour $N\,dy$ donnera $dZ = p\,dP + P\,dp$, dont l'intégrale est $Z = Pp + C$, ou bien $\sqrt{(pp + \cos y^2)} = \frac{pp}{\sqrt{(pp + \cos y^2)}} + C$: qui se réduit à $\cos y^2 = C\sqrt{(pp + \cos y^2)}$; d'où l'on tire $CCpp = \cos y^2 (\cos y^2 - CC)$, ou $p = \frac{dy}{dx} = \frac{\cos y \sqrt{(\cos y^2 - CC)}}{C}$.

Ainsi le rapport entre x & y est renfermé dans cette équation differentielle separée :

$$dx = \frac{C\,dy}{\cos y \sqrt{(\cos y^2 - CC)}}, \quad \text{& de là on obtiendra :}$$

$$ds = dx\sqrt{(pp + \cos y^2)} = \frac{dx \cos y^2}{C}, \quad \text{donc}$$

$$ds = \frac{dy \cos y}{\sqrt{(\cos y^2 - CC)}}, \quad \text{& l'arc même} \quad s = \int \frac{dy \cos y}{\sqrt{(\cos y^2 - CC)}}.$$

COROLL. 1.

2. Donc l'équation $dx = \frac{C\,dy}{\cos y\,\sqrt{(\cos y^2 - CC)}}$, exprime la nature de la ligne AM, qui a cette propriété, qu'en prenant une partie quelconque, elle soit la ligne la plus courte qu'on puisse tirer entre ses termes sur une surface sphérique. Or, que cette ligne soit en même tems un grand cercle de la sphére, je l'ai démontré ailleurs; & ici il n'importe pas à notre dessein, quel rapport cette ligne à la sphére, pourvù que nous sachions qu'elle est la plus courte entre ses termes.

COROLL. 2.

3. Ayant trouvé $dx = \frac{C\,dy}{\cos y\,\sqrt{(\cos y^2 - CC)}}$, nous aurons $Mn = dx \cos y = \frac{C\,dy}{\sqrt{(\cos y^2 - CC)}}$. Or $\frac{Mn}{mn}$ exprime la tangente de l'angle AMP, & partant nous aurons: tang AMP $= \frac{C}{\sqrt{(\cos y^2 - CC)}}$. De plus ayant $Mm = ds = \frac{dy \cos y}{\sqrt{(\cos y^2 - CC)}}$, la fraction $\frac{Mn}{Mm}$ exprime le sinus de l'angle AMP, de sorte que sin AMP $= \frac{C}{\cos y}$, & cos AMP $= \frac{\sqrt{(\cos y^2 - CC)}}{\cos y}$.

COROLL. 3.

4. De plus posant $y = 0$, le point M parviendra en A, & alors la fraction $\frac{dy}{dx}$ exprimera la tangente de l'angle PAM, & $\frac{dy}{ds}$ son sinus, & $\frac{dx}{ds}$ son cosinus. Or ayant alors $\cos y = 1$, il sera $dx = \frac{C\,dy}{\sqrt{(1 - CC)}}$

&

& $ds = \frac{dy}{\sqrt{(1-CC)}}$: d'où nous tirons tang PAM $= \frac{\sqrt{(1-CC)}}{C}$; sin PAM $= \sqrt{(1-CC)}$ & cos PAM $= C$.

COROLL. 4.

5. Donc, si nous introduisons cet angle PAM au lieu de la constante C, & que nous posions PAM $= \zeta$, à cause de $C = \cos\zeta$, nous aurons, les deux équations suivantes :

$$dx = \frac{dy \cos\zeta}{\cos y \sqrt{(\cos y^2 - \cos\zeta^2)}} \quad \& \quad ds = \frac{dy \cos y}{\sqrt{(\cos y^2 - \cos\zeta^2)}}.$$

Et de plus si nous nommons l'angle AMP $= \theta$, nous aurons :

$$\tang\theta = \frac{\cos\zeta}{\sqrt{(\sin y^2 - \sin\zeta^2)}}; \quad \sin\theta = \frac{\cos\zeta}{\cos y} \quad \& \quad \cos\theta = \frac{\sqrt{(\cos y^2 - \cos\zeta^2)}}{\cos y}.$$

COROLL. 5.

6. Il reste encore à intégrer nos deux équations différentielles, qui expriment les valeurs de dx & de ds. Or on trouvera par l'intégration :

$$x = A \sin: \frac{C \sin y}{\cos y \sqrt{1-CC)}}, \text{ ou bien } \sin x = \frac{C \sin y}{\cos y \sqrt{(1-CC)}} = \frac{\cos\zeta \sin y}{\sin\zeta \cos y},$$

$$\& \; s = A \sin: \frac{\sqrt{(\sin y^2 - CC)}}{\sqrt{(1-CC)}}, \text{ ou bien } \sin s = \frac{\sqrt{(\sin y^2 - CC)}}{\sqrt{(1-CC)}} = \frac{\sqrt{(\sin y^2 - \sin\zeta^2)}}{\sin\zeta}.$$

COROLL. 6.

7. Voilà donc des quantités ζ & y les autres quantités x, s & θ déterminées en sorte :

$$\sin x = \frac{\cos\zeta \sin y}{\sin\zeta \cos y};\ \cos x = \frac{\sqrt{(\cos y^2 - \cos\zeta^2)}}{\sin\zeta \cos y},\ \&\ \operatorname{tang} x = \frac{\cos\zeta \sin y}{\sqrt{(\cos y^2 - \cos\zeta^2)}}$$

$$\sin s = \frac{\sin y}{\sin\zeta};\ \cos s = \frac{\sqrt{(\cos y^2 - \cos\zeta^2)}}{\sin\zeta},\ \&\ \operatorname{tang} s = \frac{\sin y}{\sqrt{(\cos y^2 - \cos\zeta^2)}}$$

$$\sin\theta = \frac{\cos\zeta}{\cos y};\ \cos\theta = \frac{\sqrt{(\cos y^2 - \cos\zeta^2)}}{\cos y},\ \&\ \operatorname{tang}\theta = \frac{\cos\zeta}{\sqrt{(\cos y^2 - \cos\zeta^2)}}.$$

COROLL. 7.

8. Puisqu'il n'y a que cette seule formule irrationnelle $\sqrt{(\cos y^2 - \cos\zeta^2)}$, qui entre dans nos équations trouvées, en l'eliminant, nous obtiendrons :

$$\frac{\cos s}{\cos x} = \cos y;\quad \frac{\cos\theta}{\cos x} = \sin\zeta;\quad \frac{\cos\theta}{\cos s} = \frac{\sin\zeta}{\cos y};$$

$$\frac{\operatorname{tang} x}{\operatorname{tang} s} = \cos\zeta;\quad \frac{\operatorname{tang} x}{\operatorname{tang}\theta} = \sin y;\quad \frac{\operatorname{tang} s}{\operatorname{tang}\theta} = \frac{\sin y}{\cos\zeta};$$

$$\sin x = \frac{\cos\zeta \sin y}{\sin\zeta \cos y};\ \cos x \operatorname{tang} s = \frac{\sin y}{\sin\zeta \cos y}:\ \cos x \operatorname{tang}\theta = \frac{\cos\zeta}{\sin\zeta \cos y};$$

$$\cos s \operatorname{tang} x = \frac{\cos\zeta \sin y}{\sin\zeta};\quad \sin s = \frac{\sin y}{\sin\zeta};\quad \cos s \operatorname{tang}\theta = \frac{\cos\zeta}{\sin\zeta};$$

$$\cos\theta \operatorname{tang} x = \frac{\cos\zeta \sin y}{\cos y};\quad \cos\theta \operatorname{tang} s = \frac{\sin y}{\cos y};\quad \sin\theta = \frac{\cos\zeta}{\cos y}.$$

COROLL. 8.

9. Ayant ici cinq quantités x, y, s, ζ & θ, qui appartiennent au triangle sphérique rectangle APM, prenons des égalités trouvées celles, qui n'en renferment que trois, qui seront étant réduites à la plus simple forme :

I. cos

I. $\cos s = \cos x \cos y$; II. $\cos\theta = \sin\zeta \cos x$; III. $\operatorname{tg} x = \cos\zeta \operatorname{tg} s$;

IV. $\operatorname{tang} x = \sin y \operatorname{tg}\theta$; V. $\operatorname{tg} y = \sin x \operatorname{tg}\zeta$; VI. $\sin y = \sin\zeta \sin s$;

VII. $\cos s \operatorname{tang}\zeta \operatorname{tg}\theta = 1$; VIII. $\operatorname{tg} y = \cos\theta \operatorname{tg} s$; IX. $\cos\zeta = \sin\theta \cos y$.

d'où, étant donnés deux quelconques, on en pourra trouver les trois autres, sans qu'on ait besoin d'extraction de racines, pourvu qu'on y ajoute cette dixième : X. $\sin x = \sin\theta \sin s$, qui suit d'abord des trois premières formules à la gauche du §. 6.

PROBLEME II.

10. *Exposer les régles, pour la résolution de tous les cas des triangles rectangles sphériques.*

SOLUTION.

Soient les angles marqués par A, B, C, dont celui-cy C soit le droit, & les côtés par les petites lettres a, b, c, qui répondent aux angles opposés, de sorte que c soit l'hypotenuse, & a, & b les cathetes. Comparant donc ce triangle avec la figure précedente, nous aurons : Fig. 2.

$$s = c \; ; \quad x = b \; ; \quad y = a \; ; \quad \zeta = A \quad \& \quad \theta = B.$$

Maintenant tout revient à ce que deux de ces cinq quantités étant données, on en détermine les trois autres : or les formules rapportées fourniront les résolutions suivantes pour tous les cas possibles.

Les

Les 2. quantités données.		Détermination des trois autres.		
I.	a, b	$\cos c = \cos a . \cos b$;	$\operatorname{tg} A = \frac{\operatorname{tang} a}{\sin b}$;	$\operatorname{tg} B = \frac{\operatorname{tang} b}{\sin a}$
II.	a, c	$\cos b = \frac{\cos c}{\cos a}$;	$\sin A = \frac{\sin a}{\sin c}$;	$\cos B = \frac{\operatorname{tang} a}{\operatorname{tang} c}$
III.	b, c	$\cos a = \frac{\cos c}{\cos b}$;	$\cos A = \frac{\operatorname{tang} b}{\operatorname{tang} c}$;	$\sin B = \frac{\sin b}{\sin c}$
IV.	a, A	$\sin b = \frac{\operatorname{tang} a}{\operatorname{tang} A}$;	$\sin c = \frac{\sin a}{\sin A}$;	$\sin B = \frac{\cos A}{\cos a}$
V.	a, B	$\operatorname{tag} b = \sin a \operatorname{tng} B$;	$\operatorname{tg} c = \frac{\operatorname{tang} a}{\cos B}$;	$\cos A = \cos a . \sin B$
VI.	b, A	$\operatorname{tag} a = \sin b \operatorname{tng} A$;	$\operatorname{tg} c = \frac{\operatorname{tang} b}{\cos A}$;	$\cos B = \cos b . \sin A$
VII.	b, B	$\sin a = \frac{\operatorname{tang} b}{\operatorname{tang} B}$;	$\sin c = \frac{\sin b}{\sin B}$;	$\sin A = \frac{\cos B}{\cos b}$
VIII.	c, A	$\sin a = \sin c . \sin A$;	$\operatorname{tg} b = \operatorname{tg} c . \cos A$;	$\operatorname{tg} B = \frac{1}{\cos c . \operatorname{tg} A}$
IX.	c, B	$\sin b = \sin c . \sin B$;	$\operatorname{tg} a = \operatorname{tg} c . \cos B$;	$\operatorname{tg} A = \frac{1}{\cos c . \operatorname{tg} B}$
X.	A, B	$\cos a = \frac{\cos A}{\sin B}$;	$\cos b = \frac{\cos B}{\sin A}$;	$\cos c = \frac{1}{\operatorname{tg} A . \operatorname{tg} B}$

COROLL. I.

11. De là il eſt evident que le côté a avec ſon angle opposé A entre également dans ces formules, que l'autre côté b avec ſon

ſon angle oppoſé B, de ſorte qu'il eſt indifferent, lequel des deux côtés a & b on veuille prendre pour baſe, tout comme la nature du ſujet l'exige.

COROLL. 2.

12. Le grand nombre des formules, qui expriment le rapport entre les diverſes parties du triangle rectangle, ſe réduit aux formules ſuivantes, dont le nombre eſt plus petit, & qu'il ſuffit de ſavoir par cœur.

I. $\sin c = \frac{\sin a}{\sin A}$ ou $\sin c = \frac{\sin b}{\sin B}$.

II. $\cos c = \cos a . \cos b$

III. $\cos c = \cot A . \cot B$

IV. $\cos A = \frac{\tang b}{\tang c}$ ou $\cos B = \frac{\tang a}{\tang c}$

V. $\sin A = \frac{\cos B}{\cos b}$ ou $\sin B = \frac{\cos A}{\cos a}$

VI. $\sin a = \frac{\tang b}{\tang B}$ ou $\sin b = \frac{\tang a}{\tang A}$.

COROLL. 3.

13. On n'a donc qu'à remarquer ces ſix formules, qui contiennent autant de propriétés des triangles ſphériques rectangles; & on ſera en état de réſoudre tous les cas de ces triangles, qu'on puiſſe imaginer.

PROBLEME III.

14. *Trouver l'aire d'un triangle ſphérique rectangle.*

SOLUTION.

Soit dans le triangle rectangle APM la baſe AP $= x$ & le côté PM $= y$, & ayant tiré le méridien infiniment proche Omp, Fig. 1.

on

on aura $Pp = dx$ & $mn = dy$. De plus ayant $Mn = dx \cos y$, l'élément de l'aire $PMmp$ sera $= dx\,dy \cos y$, en prenant dx pour constant. Donc l'aire même $PMmp$ sera $= dx \sin y$, laquelle étant le differentiel de l'aire du triangle APM, celle-cy sera $= \int dx \sin y$. Or nous avons trouvé $dx = \frac{dy \cos \zeta}{\cos y \sqrt{(\cos y^2 - \cos \zeta^2)}}$, où ζ marque l'angle PAM, & partant l'aire du triangle sera $= \int \frac{dy \sin y \cos \zeta}{\cos y \sqrt{(\cos y^2 - \cos \zeta^2)}}$. Au lieu de y introduisons l'angle $AMP = \theta$; & à cause de $\sin \theta = \frac{\cos \zeta}{\cos y}$ & $\cos \theta = \frac{\sqrt{(\cos y^2 - \cos \zeta^2)}}{\cos y}$, nous aurons $d\theta \cos \theta = \frac{dy \cos \zeta \sin y}{\cos y^2}$; donc $d\theta = \frac{dy \cos \zeta \sin y}{\cos y \sqrt{(\cos y^2 - \cos \zeta^2)}}$; de sorte que l'aire du triangle cherchée devienne $= \int d\theta = \theta + \text{Const.}$ Pour assigner à cette constante sa juste valeur, il faut considérer, que l'aire doit évanouïr, lorsque le point M tombe en A, auquel cas l'angle θ devient $= 90° - \zeta$; donc il faut qu'il soit $90° - \zeta + \text{Const} = 0$, & partant $\text{Const} = \zeta - 90°$. Par conséquent l'aire cherchée du triangle APM sera $= \zeta + \theta - 90°$; ou bien l'excès de la somme des deux angles PAM & AMP sur un angle droit exprimera l'aire du triangle APM.

COROLL. I.

15. Donc la somme des deux angles PAM & AMP est toujours plus grande qu'un angle droit, & l'excès est d'autant plus grand, plus l'aire du triangle sera grande. Et un arc de grand cercle, mesure de cet excès, étant multiplié par le rayon de la sphère donnera l'aire du triangle sphérique.

COROLL. 2.

16. De là on déduira aisément l'aire d'un triangle sphérique quelconque : car, parce qu'un tel triangle se peut résoudre en deux tri-

an-

angles rectangles, on trouvera son aire, lorsqu'on multiplie l'excès de la somme de ses trois angles sur 180° par le rayon de la sphère.

PROBLEME IV.

17. *Sur la surface d'une sphère étant donnés deux points quelconques* E & M, *trouver la ligne la plus courte* EM *entre ces deux points.* Fig. 3.

SOLUTION.

Qu'on tire d'un des poles O à ces deux points les méridiens OE & OM, dont celui-cy soit regardé comme variable. Nommons le méridien $OE = a$; $OM = x$; & l'angle $EOM = y$. De plus soit pour les quantités cherchées l'arc $EM = s$, l'angle $OEM = \alpha$, & l'angle $OME = \varphi$; qui sera variable avec les quantités x, y & s, tandis que a & α demeurent invariables. Qu'on tire le méridien infiniment proche Om, auquel on tire de M la perpendiculaire Mn, & on aura $mn = dx$; l'angle $MOm = dy$, & $Mn = dy \sin x$, prenant l'unité pour marquer le rayon de la sphère. De là nous aurons $\operatorname{tg}\varphi = \frac{Mn}{mn} = \frac{dy \sin x}{dx}$, ou bien $\sin\varphi = \frac{dy \sin x}{ds}$, & $\cos\varphi = \frac{dx}{ds}$. Or ayant $ds = \sqrt{(dx^2 + dy^2 \sin x^2)}$, il faut que cette formule $\int \sqrt{(dx^2 + dy^2 \sin x^2)}$ soit un *minimum*. Pour cet effet posons $dy = p\,dx$, pour avoir cette formule $\int dx \sqrt{(1 + pp \sin x^2)} = \int Z\,dx$ à rendre la plus petite : de sorte que $Z = \sqrt{(1 + pp \sin x^2)}$. Or en général, si l'on a $dZ = M dx + N dy + P dp$, l'équation pour le *minimum* est $N dx - dP = 0$: donc faisant l'application à notre cas, nous avons $N = 0$; & $P = \frac{p \sin x^2}{\sqrt{(1 + pp \sin x^2)}}$. Mais à cause de $N = 0$, notre équation sera $dP = 0$, & partant $P = \text{Const.}$ Par conséquent

 nous

nous aurons $\frac{p \sin x^2}{\sqrt{(1+pp\sin x^2)}} = C$, ou $\frac{dy \sin x^2}{\sqrt{(dx^2+dy^2\sin x^2)}} = C$, c'est à dire $\frac{dy \sin x^2}{ds} = \sin x \sin \Phi = C$. Pour déterminer cette constante il faut considérer, que faisant évanouïr l'angle $EOM = y$, il devient $x = a$, & $\Phi = 180° - \alpha$, ou $\sin \Phi = \sin \alpha$; donc dans ce cas nous avons $\sin a . \sin \alpha = C$. Par conséquent la nature du *minimum* fournit l'équation : $\frac{dy \sin x^2}{\sqrt{(dx^2+dy^2 \sin x^2)}} = \sin a \sin \alpha$, Mais, il faut encore intégrer l'équation différentielle ; qui se change en celle-cy $dy = \frac{C\,dx}{\sin x \sqrt{(\sin x^2 - CC)}}$ remettant C pour $\sin a \sin \alpha$: & de là à cause de $ds = \frac{dy \sin x^2}{C}$ on aura encore $ds = \frac{dx \sin x}{\sqrt{(\sin x^2 - CC)}}$.

Or on trouvera par les régles de l'intégration :

$$y = -A \sin \frac{C \cos x}{\sin x \sqrt{(1-CC)}} + A \sin \frac{C \cos a}{\sin a \sqrt{(1-CC)}} =$$

$$-A \cos \frac{\sqrt{(\sin x^2 - CC)}}{\sin x \sqrt{(1-CC)}} + A \cos \frac{\sqrt{(\sin a^2 - CC)}}{\sin a \sqrt{(1-CC)}}.$$

$$s = -A \cos \frac{\sqrt{(\sin x^2 - CC)}}{\sqrt{(1-CC)}} + A \cos \frac{\sqrt{(\sin a^2 - CC)}}{\sqrt{(1-CC)}} =$$

$$-A \sin \frac{\cos x}{\sqrt{(1-CC)}} + A \sin \frac{\cos a}{\sqrt{(1-CC)}}.$$

Où les constantes ajoutées sont telles, que faisant $y = 0$ & $s = 0$, il devienne $x = a$. Mais les deux arcs de cercles étant réduits en un donneront $y = A \sin \frac{C \cos a \sqrt{(\sin x^2 - CC)} - C \cos x \sqrt{(\sin a^2 - CC)}}{(1-CC) \sin a \sin x}$,

$$s = A \sin \frac{\cos a \sqrt{(\sin x^2 - CC)} - \cos x \sqrt{(\sin a^2 - CC)}}{1-CC},$$

d'où

d'où nous tirons ces deux équations :

$$(1-CC)\sin a \sin x \sin y = C\cos a \sqrt{(\sin x^2 - CC)} - C\cos x \sqrt{(\sin a^2 - CC)}$$

$$(1-CC)\sin s = \cos a \sqrt{(\sin x^2 - CC)} - \cos x \sqrt{(\sin a^2 - CC)}.$$

Mais, en prenant les cosinus des angles y & s, nous aurons :

$$(1-CC)\sin a \sin x \cos y = \sqrt{(\sin a^2 - CC)}\,(\sin x^2 - CC) + CC\cos a \cos x$$

$$(1-CC)\cos s = \sqrt{(\sin a^2 - CC)}\,(\sin x^2 - CC) + \cos a \cos x.$$

Et remettant pour C sa valeur $\sin a \sin \alpha$, puisque

$$\sqrt{(\sin a^2 - CC)} = -\sin a \cos \alpha$$

car nous regardons ici l'angle α comme obtus, afin que l'angle φ soit depuis le point E aigu ; parce que posant $y = 0$, l'angle φ devient $180° - \alpha$, dont le cosinus est $-\cos \alpha$; nous aurons :

$$(1 - \sin a^2 \sin \alpha^2)\sin x \sin y = \sin \alpha \cos a \sqrt{(\sin x^2 - \sin a^2 \sin \alpha^2)} + \sin \alpha \cos \alpha \sin a \cos x$$

$$(1 - \sin a^2 \sin \alpha^2)\sin x \cos y = -\cos \alpha \sqrt{(\sin x^2 - \sin a^2 \sin \alpha^2)} + \sin a \cos a \sin \alpha^2 \cos x$$

$$(1 - \sin a^2 \sin \alpha^2)\sin s = \cos a \sqrt{(\sin x^2 - \sin a^2 \sin \alpha^2)} + \sin a \cos \alpha \cos x$$

$$(1 - \sin a^2 \sin \alpha^2)\cos s = -\sin a \cos \alpha \sqrt{(\sin x^2 - \sin a^2 \sin \alpha^2)} + \cos a \cos x$$

auxquelles il faut ajouter $\sin x \sin \varphi = \sin a \sin \alpha$.

COROLL. I.

18. Puisque $\sin a \sin \alpha = \sin x \sin \varphi$, on aura :

$$\sqrt{(\sin x^2 - \sin a^2 \sin \alpha^2)} = +\sin x \cos \varphi.$$

Donc nos quatre formules feront :

I. $(1 - CC)\sin y = \sin \alpha \cos a \cos \varphi + \cos \alpha \cos x \sin \varphi$

II. $(1 - CC)\cos y = -\cos \alpha \cos \varphi + \sin \alpha \cos a \cos x \sin \varphi$

$(1-CC)(\cos a \sin x \cos y + \cos \alpha \sin s) = \cos x (\sin \alpha \cos a^2 \sin x \sin \Phi + \sin a \cos \alpha^2)$,

dont la valeur, à cause de $\sin x \sin \Phi = \sin a \sin \alpha$, sera

$\sin a \cos x (\sin \alpha^2 \cos a^2 + \cos \alpha^2) = (1 - CC) \sin a \cos x$.

Donc divisant par $1 - CC$, on aura

$\cos a \sin x \cos y + \cos \alpha \sin s = \sin a \cos x$,

& à cause de $\sin s = \frac{\sin x \sin y}{\sin \alpha}$, on obtiendra

$\sin \alpha \cos a \sin x \cos y + \cos \alpha \sin x \sin y = \sin \alpha \sin a \cos x$,

ou $\tang \alpha \cos a \tang x \cos y + \tang x \sin y = \tang \alpha \sin a$, tout comme §. 19.

COROLL. 8.

25. Cette combinaison $-$II. $\sin a \cos \alpha +$ III. $\cos a \sin \alpha \sin \Phi$ donne

$(1-CC)(\cos a \sin \alpha \sin s \sin \Phi - \sin a \cos \alpha \cos y) = \cos \Phi (\sin a \cos \alpha^2 + \cos a^2 \sin \alpha \sin x \sin \Phi)$,

dont la valeur à cause de $\sin x \sin \Phi = \sin a \sin \alpha$, est

$\sin a \cos \Phi (\cos \alpha^2 + \cos a^2 \sin \alpha^2) = (1 - CC) \sin a \cos \Phi$.

Donc divisant par $1 - CC$, on aura:

$\cos a \sin \alpha \sin s \sin \Phi - \sin a \cos \alpha \cos y = \sin a \cos \Phi$.

Or ayant $\sin s = \frac{\sin a \sin y}{\sin \Phi}$, on obtiendra

$\cos a \sin \alpha \sin y - \cos \alpha \cos y = \cos \Phi$, tout comme §. 20.

COROLL. 9.

26. Or cette combinaison II. $\sin a \sin x -$ IV. 1 donne

$(1-CC)(\sin a \sin x \cos y - \cos s) = \cos a \cos x (\sin a \sin \alpha \sin x \sin \Phi - 1)$,

dont la valeur à cause de $\sin x \sin \Phi = \sin a \sin \alpha$, est

$\cos a \cos x (\sin a^2 \sin \alpha^2 - 1) = -(1 - CC) \cos a \cos x$.

Donc

Donc, divisant par $-(1-CC)$, on aura

$$\cos s - \sin a \sin x \cos y = \cos a \cos x.$$

COROLL. 10.

27. Cette combinaison II. $1 - $ IV. $\sin \alpha \sin \varphi$ donne

$$(1-CC)(\cos y - \sin \alpha \sin \varphi \cos s) = \cos \alpha \cos \varphi\,(\sin a \sin \alpha \sin x \sin \varphi - 1),$$

donc : $\sin \alpha \sin \varphi \cos s - \cos y = \cos \alpha \cos \varphi$.

COROLL. 11.

28. Cette combinaison III. $\sin a \cos \alpha + $ IV. $\cos a$ donne

$$(1-CC)(\sin a \cos \alpha \sin s + \cos a \cos s) = \cos x\,(\sin a^2 \cos \alpha^2 + \cos a^2)$$

donc: $\sin a \cos \alpha \sin s + \cos a \cos s = \cos x$, tout comme §. 22.

COROLL. 12.

29. Enfin cette combinaison III. $\cos a - $ IV. $\sin a \cos \alpha$ donne

$$(1-CC)(\cos a \sin s - \sin a \cos \alpha \cos s) = \sin x \cos \varphi\,(\cos a^2 + \sin a^2 \cos \alpha^2),$$

donc: $\cos a \sin s - \sin a \cos \alpha \cos s = \sin x \cos \varphi = \dfrac{\sin a \sin \alpha \cos \varphi}{\sin \varphi}$,

ou $\tang \varphi \sin s - \tang a \tang \varphi \cos \alpha \cos s = \tang a \sin \alpha$, tout comme §. 23.

PROBLEME V.

30. *Trouver les propriétés entre les côtés & les angles d'un triangle sphérique quelconque.* Fig. 4.

SOLUTION.

Quel que soit le triangle sphérique proposé ABC, on peut regarder un de ses angles A comme le pole de la sphère ; & alors les côtés AB & AC seront deux méridiens, & le troisième côté BC la ligne la plus courte, qui puisse être tirée sur la surface de la sphère

du point B au point C ; de ſorte que ce triangle ABC puiſſe être comparé avec la figure ECM, que nous venons de conſidérer dans le problème précedent. Donc, ſi nous employons les lettres A, B, C, pour marquer les angles du même nom, & que nous poſions les côtés $AB = c$; $AC = b$ & $BC = a$, les dénominations précedentes ſe réduiront aux préſentes de cette maniere :

Dénominations précedentes :	a ;	x ;	s ;	y ;	α ;	φ
Dénominations préſentes :	c ;	b ;	a ;	A ;	B ;	C

Maintenant les formules trouvées dans les corollaires du problème précedent nous fourniront pour le triangle ſphérique ABC les propriétés ſuivantes :

I. $\sin a : \sin A = \sin b : \sin B = \sin c : \sin C$ par (21)

II.
$\cos C = \cos c . \sin A . \sin B - \cos A . \cos B$ par §. 20.
$\cos B = \cos b . \sin A . \sin C - \cos A . \cos C$ par analogie
$\cos A = \cos a . \sin B . \sin C - \cos B . \cos C$ par §. 27.

III.
$\cos c = \cos C . \sin a . \sin b + \cos a . \cos b$ par analogie
$\cos b = \cos B . \sin a . \sin c + \cos a . \cos c$ par §. 22.
$\cos a = \cos A . \sin b . \sin c + \cos b . \cos c$ par §. 26.

IV.
$\sin a . \tang C - \sin B . \tang c = \cos a . \cos B . \mathrm{tg}\, C . \mathrm{tg}\, c$ par §. 23.
$\sin b . \tang A - \sin C . \tang a = \cos b . \cos C . \mathrm{tg}\, A . \mathrm{tg}\, a$ par analogie
$\sin c . \tang B - \sin A . \tang b = \cos c . \cos A . \mathrm{tg}\, B . \mathrm{tg}\, b$ par §. 19.

Et c'eſt à ces quatre propriétés, que ſe réduiſent toutes les formules, que nous avons trouvées dans le problème précedent.

COROLL. I.

31. La premiére propriété renferme la qualité très connuë de tous les triangles ſphériques, par laquelle nous ſavons, que les ſinus des côtés ont entr'eux le même rapport, que les ſinus des angles, qui leur ſont oppoſés.

COROLL. 2.

32. Donc, si nous connoissons dans un triangle sphérique un côté avec son angle opposé, & outre cela un autre angle, ou côté, nous trouverons d'abord le côté, ou l'angle qui lui est opposé.

COROLL. 3.

33. Chacune des formules, que nous venons de trouver, ne renferme que quatre quantités, qui appartiennent au triangle, & partant si l'on en connoit trois, on en pourra déterminer la quatrième.

COROLL. 4.

34. C'est donc de là qu'on pourra tirer les régles pour la resolution de tous les triangles sphériques. Ou comme il y a six choses en chaque triangle, savoir les trois côtés & les trois angles, si l'on en connoit trois, on en pourra trouver les trois autres : comme nous allons voir dans les problèmes suivans.

PROBLEME VI.

35. *Dans un triangle sphérique étant donnés les trois côtés, trouver les angles.* Fig. 4.

SOLUTION.

Soient donnés dans le triangle sphérique ABC les trois côtés $AB = c$; $AC = b$ & $BC = a$; & qu'il faille chercher les trois angles A, B & C; cela se fera par le moyen de la troisième propriété, qui nous fournit :

$$\cos A = \frac{\cos a - \cos b . \cos c}{\sin b . \sin c}$$

$$\cos B = \frac{\cos b - \cos a . \cos c}{\sin a . \sin c}$$

$$\cos C = \frac{\cos c - \cos a . \cos b}{\sin a . \sin b}$$

COROLL. 1.

36. Nous aurons donc :

$$1 - \text{cof}\,A = \frac{\text{fin}\,b.\,\text{fin}\,c + \text{cof}\,b.\,\text{cof}\,c - \text{cof}\,a}{\text{fin}\,b.\,\text{fin}\,c},$$

ou bien $$1 - \text{cof}\,A = \frac{\text{cof}\,(b - c) - \text{cof}\,a}{\text{fin}\,b.\,\text{fin}\,c},$$

à cause de $\text{cof}\,(b - c) = \text{cof}\,b.\,\text{cof}\,c + \text{fin}\,b.\,\text{fin}\,c$.

COROLL. 2.

37. Or, puisqu'il est en général

$$\text{cof}\,p - \text{cof}\,q = 2\,.\,\text{fin}\,\tfrac{1}{2}\,(q - p).\,\text{fin}\,\tfrac{1}{2}\,(p + q)$$

notre formule se changera en celle-cy :

$$1 - \text{cof}\,A = \frac{2\,\text{fin}\,\tfrac{1}{2}\,(a - b + c)\,\text{fin}\,\tfrac{1}{2}\,(a + b - c)}{\text{fin}\,b\,\text{fin}\,c}.$$

Donc, puisque $1 - \text{cof}\,A = 2\,(\text{fin}\,\tfrac{1}{2}\,A)^2$, nous aurons :

$$\text{fin}\,\tfrac{1}{2}\,A = \sqrt{\frac{\text{fin}\,\tfrac{1}{2}\,(a - b + c).\,\text{fin}\,\tfrac{1}{2}\,(a + b - c)}{\text{fin}\,b.\,\text{fin}\,c}},$$ & de même

$$\text{fin}\,\tfrac{1}{2}\,B = \sqrt{\frac{\text{fin}\,\tfrac{1}{2}\,(b - a + c).\,\text{fin}\,\tfrac{1}{2}\,(b + a - c)}{\text{fin}\,a\,\text{fin}\,c}}$$

$$\text{fin}\,\tfrac{1}{2}\,C = \sqrt{\frac{\text{fin}\,\tfrac{1}{2}\,(c - a + b).\,\text{fin}\,\tfrac{1}{2}\,(c + a - b)}{\text{fin}\,a.\,\text{fin}\,b}}.$$

COROLL. 3.

38. En ajoutant l'unité aux cosinus trouvés on aura

$$1 + \text{cof}\,A = \frac{\text{cof}\,a - \text{cof}\,b.\,\text{cof}\,c + \text{fin}\,b\,\text{fin}\,c}{\text{fin}\,b.\,\text{fin}\,c} = \frac{\text{cof}\,a - \text{cof}\,(b + c)}{\text{fin}\,b.\,\text{fin}\,c}.$$

Donc, puisque $1 + \text{cof}\,A = 2\,(\text{cof}\,\tfrac{1}{2}\,A)^2$, la même conversion donnera

cof

$$\cos \tfrac{1}{2} A = \sqrt{\frac{\sin \tfrac{1}{2}(b + c - a) . \sin \tfrac{1}{2}(b + c + a)}{\sin b . \sin c}}$$

$$\cos \tfrac{1}{2} B = \sqrt{\frac{\sin \tfrac{1}{2}(a + c - b) . \sin \tfrac{1}{2}(a + c + b)}{\sin a . \sin b}}$$

$$\cos \tfrac{1}{2} C = \sqrt{\frac{\sin \tfrac{1}{2}(a + b - c) . \sin \tfrac{1}{2}(a + b + c)}{\sin a . \sin b}}$$

COROLL. 4.

39. De là on tirera les tangentes des demi-angles A, B, C :

$$\tang \tfrac{1}{2} A = \sqrt{\frac{\sin \tfrac{1}{2}(a - b + c) \sin \tfrac{1}{2}(a + b - c)}{\sin \tfrac{1}{2}(b + c - a) \sin \tfrac{1}{2}(b + c + a)}}$$

$$\tang \tfrac{1}{2} B = \sqrt{\frac{\sin \tfrac{1}{2}(b - a + c) \sin \tfrac{1}{2}(b + a - c)}{\sin \tfrac{1}{2}(a + c - b) \sin \tfrac{1}{2}(a + c + b)}}$$

$$\tang \tfrac{1}{2} C = \sqrt{\frac{\sin \tfrac{1}{2}(c - a + b) \sin \tfrac{1}{2}(c + a - b)}{\sin \tfrac{1}{2}(a + b - c) \sin \tfrac{1}{2}(a + b + c)}}$$

COROLL. 5.

40. Ces formules ſont fort commodes pour faire le calcul par le moyen des logarithmes. Or ayant trouvé un des angles comme A, on trouvera les deux autres plus facilement; par la premiere propriété on aura : $\sin B = \frac{\sin b \sin A}{\sin a}$ & $\sin C = \frac{\sin c \sin A}{\sin a}$, pourvu qu'on ſache ſi ces angles ſont plus grands ou plus petits qu'un angle droit : mais en ſe ſervant des formules trouvées cette ambiguité évanouït, puisqu'on trouve les moitiés des angles, qui ſont toujours plus petites qu'un angle droit.

COROLL. 6.

41. Les tangentes des demi-angles fourniſſent encore des formules remarquables, car multipliant deux enſemble on aura :

$$\text{tang}\,\tfrac{1}{2}\,A\,\text{tang}\,\tfrac{1}{2}\,B = \frac{\sin\tfrac{1}{2}(a+b-c)}{\sin\tfrac{1}{2}(a+b+c)},$$

& puisque $\sin p + \sin q = 2\sin\tfrac{1}{2}(p+q)\cos\tfrac{1}{2}(p-q)$

& $\sin p - \sin q = 2\sin\tfrac{1}{2}(p-q)\cos\tfrac{1}{2}(p+q)$

on obtiendra: $1+\text{tang}\,\tfrac{1}{2}\,A\,\text{tang}\,\tfrac{1}{2}\,B = \dfrac{2\sin\tfrac{1}{2}(a+b)\cos\tfrac{1}{2}c}{\sin\tfrac{1}{2}(a+b+c)}$

& $1-\text{tang}\,\tfrac{1}{2}\,A\,\text{tang}\,\tfrac{1}{2}\,B = \dfrac{2\sin\tfrac{1}{2}c\cos\tfrac{1}{2}(a+b)}{\sin\tfrac{1}{2}(a+b+c)}.$

COROLL. 7.

42. De même en ajoutant ou soustrayant deux de ces tangentes, on aura :

$$\text{tang}\,\tfrac{1}{2}\,A \pm \text{tang}\,\tfrac{1}{2}\,B = \frac{(\sin\tfrac{1}{2}(a+c-b) \pm \sin\tfrac{1}{2}(b+c-a))\sqrt{\sin\tfrac{1}{2}(a+b-c)}}{\sqrt{\sin\tfrac{1}{2}(b+c-a)\,\sin\tfrac{1}{2}(a+c-b)\,\sin\tfrac{1}{2}(a+b+c)}}$$

ou $\text{tang}\,\tfrac{1}{2}\,A \pm \text{tang}\,\tfrac{1}{2}\,B = \dfrac{\sin\tfrac{1}{2}(a+c-b) \pm \sin\tfrac{1}{2}(b+c-a)}{\text{tang}\,\tfrac{1}{2}\,C\,\sin\tfrac{1}{2}(a+b+c)},$

si l'on introduit la valeur de la tangente de $\tfrac{1}{2}C$. Donc, en employant la réduction enseignée auparavant, nous aurons ces deux équations :

$$\text{tang}\,\tfrac{1}{2}\,A + \text{tang}\,\tfrac{1}{2}\,B = \frac{2\sin\tfrac{1}{2}c.\cos\tfrac{1}{2}(a-b)}{\text{tang}\,\tfrac{1}{2}\,C.\sin\tfrac{1}{2}(a+b+c)}$$

$$\text{tang}\,\tfrac{1}{2}\,A - \text{tang}\,\tfrac{1}{2}\,B = \frac{2\sin\tfrac{1}{2}(a-b).\cos\tfrac{1}{2}c}{\text{tang}\,\tfrac{1}{2}\,C\,\sin\tfrac{1}{2}(a+b+c)}.$$

COROLL. 8.

43. Or, puisque $\text{tang}\,\tfrac{1}{2}(A+B) = \dfrac{\text{tang}\,\tfrac{1}{2}\,A + \text{tang}\,\tfrac{1}{2}\,B}{1-\text{tang}\,\tfrac{1}{2}\,A\,\text{tang}\,\tfrac{1}{2}\,B}$;

nous trouverons par les formules des deux corollaires précedens :

tang

$$\text{tang}\,\tfrac{1}{2}(A+B) = \frac{\text{cos}\,\tfrac{1}{2}(a-b)}{\text{tang}\,\tfrac{1}{2}\,C.\,\text{cos}\,\tfrac{1}{2}(a+b)} \quad \text{\& de même}$$

$$\text{tang}\,\tfrac{1}{2}(A+C) = \frac{\text{cos}\,\tfrac{1}{2}(a-c)}{\text{tang}\,\tfrac{1}{2}\,B.\,\text{cos}\,\tfrac{1}{2}(a+c)}$$

$$\text{tang}\,\tfrac{1}{2}(B+C) = \frac{\text{cos}\,\tfrac{1}{2}(b-c)}{\text{tang}\,\tfrac{1}{2}\,A.\,\text{cos}\,\tfrac{1}{2}(b+c)}.$$

COROLL. 9.

44. De même, puisque $\text{tang}\,\tfrac{1}{2}(A-B) = \frac{\text{tang}\,\tfrac{1}{2}A - \text{tang}\,\tfrac{1}{2}B}{1+\text{tang}\,\tfrac{1}{2}A.\,\text{tang}\,\tfrac{1}{2}B}$; nous aurons :

$$\text{tang}\,\tfrac{1}{2}(A-B) = \frac{\text{sin}\,\tfrac{1}{2}(a-b)}{\text{tang}\,\tfrac{1}{2}\,C.\,\text{sin}\,\tfrac{1}{2}(a+b)} \quad \text{\& de même}$$

$$\text{tang}\,\tfrac{1}{2}(A-C) = \frac{\text{sin}\,\tfrac{1}{2}(a-c)}{\text{tang}\,\tfrac{1}{2}\,B.\,\text{sin}\,\tfrac{1}{2}(a+c)}$$

$$\text{tang}\,\tfrac{1}{2}(B-C) = \frac{\text{sin}\,\tfrac{1}{2}(b-c)}{\text{tang}\,\tfrac{1}{2}\,A.\,\text{sin}\,\tfrac{1}{2}(b+c)}.$$

PROBLEME VII.

45. *Dans un triangle sphérique étant donnés les trois angles, trouver les trois côtés.* Fig. 4.

SOLUTION.

Soit ABC le triangle sphérique, duquel soient donnés les trois angles A, B, C ; & qu'il faille chercher les trois côtés

$$AB = c\,;\quad AC = b \quad \& \quad BC = a.$$

Or la propriété II. du §. 30. nous fournira les cosinus de ces côtés exprimés de la maniere suivante :

cos

$$\cos a = \frac{\cos A + \cos B . \cos C}{\sin B . \sin C}$$

$$\cos b = \frac{\cos B + \cos A . \cos C}{\sin A . \sin C}$$

$$\cos c = \frac{\cos C + \cos A . \cos B}{\sin A . \sin B}.$$

COROLL. 1.

46. De là nous tirerons d'abord les formules suivantes :

$$1 - \cos a = - \frac{\cos A - \cos (B + C)}{\sin B . \sin C}$$

$$1 - \cos a = \frac{\cos A + \cos (B - C)}{\sin B \sin C}$$

Or, puisqu'il est en général $\cos p + \cos q = 2 \cos \frac{1}{2}(p+q) \cos \frac{1}{2}(p-q)$ nous aurons :

$$1 - \cos a = - \frac{2 \cos \frac{1}{2}(A+B+C) \cos \frac{1}{2}(B+C-A)}{\sin B . \sin C}$$

$$1 + \cos a = \frac{2 \cos \frac{1}{2}(A+B-C) \cos \frac{1}{2}(A-B+C)}{\sin B . \sin C}.$$

COROLL. 2.

47. Donc, puisque $1 - \cos a = 2 (\sin \frac{1}{2} a)^2$ & $1 + \cos a = 2 (\cos \frac{1}{2} a)^2$, nous obtiendrons les formules suivantes :

$$\sin \tfrac{1}{2} a = \sqrt{ - \frac{\cos \frac{1}{2}(A+B+C) \cos \frac{1}{2}(B+C-A}{\sin B . \sin C}}$$

$$\sin \tfrac{1}{2} b = \sqrt{ - \frac{\cos \frac{1}{2}(A+B+C) \cos \frac{1}{2}(A+C-B)}{\sin A . \sin C}}$$

$$\sin \tfrac{1}{2} c = \sqrt{ - \frac{\cos \frac{1}{2}(A+B+C) \cos \frac{1}{2}(A+B-C)}{\sin A . \sin B}}$$

ou

où il faut remarquer, puisque la somme des angles $A+B+C$ est toujours plus grande que deux droits, la demi-somme est plus grande qu'un angle droit, & partant son cosinus negatif.

COROLL. 3.

48. Pour les cosinus des demi-côtés on aura :

$$\cos \tfrac{1}{2} a = \sqrt{\frac{\cos \frac{1}{2}(A+B-C) \cos \frac{1}{2}(A-B+C)}{\sin B . \sin C}}$$

$$\cos \tfrac{1}{2} b = \sqrt{\frac{\cos \frac{1}{2}(B+A-C) \cos \frac{1}{2}(B-A+C)}{\sin A . \sin C}}$$

$$\cos \tfrac{1}{2} c = \sqrt{\frac{\cos \frac{1}{2}(C+A-B) \cos \frac{1}{2}(C-A+B)}{\sin A . \sin B}}$$

& ces formules facilitent l'usage des logarithmes.

COROLL. 4.

49. Des sinus & cosinus des demi-côtés on tirera aisément leurs tangentes ; qui seront :

$$\tang \tfrac{1}{2} a = \sqrt{-\frac{\cos \frac{1}{2}(A+B+C) \cos \frac{1}{2}(B+C-A)}{\cos \frac{1}{2}(A+B-C) \cos \frac{1}{2}(A-B+C)}}$$

$$\tang \tfrac{1}{2} b = \sqrt{-\frac{\cos \frac{1}{2}(A+B+C) \cos \frac{1}{2}(A+C-B)}{\cos \frac{1}{2}(B+A-C) \cos \frac{1}{2}(B-A+C)}}$$

$$\tang \tfrac{1}{2} c = \sqrt{-\frac{\cos \frac{1}{2}(A+B+C) \cos \frac{1}{2}(A+B-C)}{\cos \frac{1}{2}(C+A-B) \cos \frac{1}{2}(C-A+B)}}$$

où l'on pourra aussi aisément se servir du calcul des logarithmes.

COROLL. 5.

50. En multipliant deux de ces tangentes ensemble, on en tirera

$$\tang \tfrac{1}{2} a . \tang \tfrac{1}{2} b = -\frac{\cos \frac{1}{2}(A+B+C)}{\cos \frac{1}{2}(A+B-C)}$$

Or

Or de là on derivera les deux formules suivantes :

$$1 - \text{tang}\,\tfrac{1}{2}a.\,\text{tang}\,\tfrac{1}{2}b = \frac{2\,\text{cos}\,\tfrac{1}{2}(A+B)\,\text{cos}\,\tfrac{1}{2}C}{\text{cos}\,\tfrac{1}{2}(A+B-C)}$$

$$1 + \text{tang}\,\tfrac{1}{2}a.\,\text{tang}\,\tfrac{1}{2}b = \frac{2\,\text{sin}\,\tfrac{1}{2}C\,\text{sin}\,\tfrac{1}{2}(A+B)}{\text{cos}\,\tfrac{1}{2}(A+B-C)}.$$

COROLL. 6.

51. Et si nous ajoutons, ou soutrayons, deux des formules ensemble, nous obtiendrons : $\text{tang}\,\tfrac{1}{2}a \pm \text{tang}\,\tfrac{1}{2}b =$

$$= \frac{(\text{cos}\,\tfrac{1}{2}(B+C-A) \pm \text{cos}\,\tfrac{1}{2}(A+C-B))\sqrt{-\text{cos}\,\tfrac{1}{2}(A+B+C)}}{\sqrt{\text{cos}\,\tfrac{1}{2}(A+B-C)\,\text{cos}\,\tfrac{1}{2}(A+C-B)\,\text{cos}\,\tfrac{1}{2}(B+C-A)}}$$

Or ayant $\text{tang}\,\tfrac{1}{2}c = \sqrt{-\dfrac{\text{cos}\,\tfrac{1}{2}(A+B+C)\,\text{cos}\,\tfrac{1}{2}(A+B-C)}{\text{cos}\,\tfrac{1}{2}(C+A-B)\,\text{cos}\,\tfrac{1}{2}(C-A+B)}}$, on aura

$$\text{tang}\,\tfrac{1}{2}a \pm \text{tang}\,\tfrac{1}{2}b = \frac{(\text{cos}\,\tfrac{1}{2}(B+C-A) \pm \text{cos}\,\tfrac{1}{2}(A+C-B))\,\text{tang}\,\tfrac{1}{2}c}{\text{cos}\,\tfrac{1}{2}(A+B-C)}.$$

COROLL. 7.

52. De là on trouvera par les réductions enseignes :

$$\text{tang}\,\tfrac{1}{2}a + \text{tang}\,\tfrac{1}{2}b = \frac{2\,\text{cos}\,\tfrac{1}{2}C\,\text{cos}\,\tfrac{1}{2}(A-B)\,\text{tang}\,\tfrac{1}{2}c}{\text{cos}\,\tfrac{1}{2}(A+B-C)}, \quad \&$$

$$\text{tang}\,\tfrac{1}{2}a - \text{tang}\,\tfrac{1}{2}b = \frac{2\,\text{sin}\,\tfrac{1}{2}(A-B)\,\text{sin}\,\tfrac{1}{2}C\,\text{tang}\,\tfrac{1}{2}c}{\text{cos}\,\tfrac{1}{2}(A+B-C)}.$$

COROLL. 8.

53. Nous trouverons donc comme cy-dessus :

$$\text{tang}\,\tfrac{1}{2}(a+b) = \frac{\text{cos}\,\tfrac{1}{2}(A-B)}{\text{cos}\,\tfrac{1}{2}(A+B)}\,\text{tang}\,\tfrac{1}{2}c$$

$$\text{tang}\,\tfrac{1}{2}(a+c) = \frac{\text{cos}\,\tfrac{1}{2}(A-C)}{\text{cos}\,\tfrac{1}{2}(A+C)}\,\text{tang}\,\tfrac{1}{2}b$$

$$\text{tang}\,\tfrac{1}{2}(b+c) = \frac{\text{cos}\,\tfrac{1}{2}(B-C)}{\text{cos}\,\tfrac{1}{2}(B+C)}\,\text{tang}\,\tfrac{1}{2}a.$$

co-

COROLL. 9.

54. De même les tangentes des demi-differences des côtés seront :

$$\text{tang}\ \tfrac{1}{2}(a - b) = \frac{\sin \tfrac{1}{2}(A - B)}{\sin \tfrac{1}{2}(A + B)}\ \text{tang}\ \tfrac{1}{2}\, c$$

$$\text{tang}\ \tfrac{1}{2}(a - c) = \frac{\sin \tfrac{1}{2}(A - C)}{\sin \tfrac{1}{2}(A + C)}\ \text{tang}\ \tfrac{1}{2}\, b$$

$$\text{tang}\ \tfrac{1}{2}(b - c) = \frac{\sin \tfrac{1}{2}(B - C)}{\sin \tfrac{1}{2}(B + C)}\ \text{tang}\ \tfrac{1}{2}\, a.$$

L'usage de ces formules sera d'une grande importance dans les problèmes suivans.

PROBLEME VIII.

55. *Dans un triangle sphérique étant donnés deux côtés avec l'angle compris entr'eux, trouver le troisième côté & les deux autres angles.* Fig. 4.

SOLUTION.

Soit ABC le triangle, auquel soient donnés les deux côtés $AB = c$ $AC = b$ avec l'angle A compris entr'eux : & qu'il faille chercher le côté $BC = a$, & les angles B & C.

La troisième formule de la troisième propriété donne d'abord

$$\cos a = \cos A \sin b . \sin c + \cos b . \cos c,$$

& la troisième formule de la quatrième propriété fournit l'angle B,

$$\text{tang}\ B = \frac{\sin A\ \text{tang}\ b}{\sin c - \text{tang}\ b . \cos c . \cos A}$$

d'où l'on tire par analogie :

$$\text{tang}\ C = \frac{\sin A\ \text{tang}\ c}{\sin b - \text{tang}\ c . \cos b . \cos A}.$$

Or les expressions pour les cotangentes seront plus commodes, de sorte qu'on aura pour la solution les formules suivantes :

$$\cos a = \cos A \sin b . \sin c + \cos b . \cos c$$

$$\cot B = \frac{\sin c \cot b - \cos c \cos A}{\sin A}$$

$$\cot C = \frac{\sin b \cot c - \cos b . \cos A}{\sin A}.$$

COROLL. I.

56. Puisque $\cos b . \cos c = \frac{1}{2} \cos(b - c) + \frac{1}{2} \cos(b + c)$ & $\sin b \sin c = \frac{1}{2} \cos(b - c) - \frac{1}{2} \cos(b + c)$, le cosinus du côté a pourra être exprimé par l'addition & soustraction des simples cosinus de cette maniere :

$$\cos a = \tfrac{1}{4} \cos(A - b + c) + \tfrac{1}{4} \cos(A + b - c) - \tfrac{1}{4} \cos(A - b - c) - \tfrac{1}{4} \cos(A + b + c) + \tfrac{1}{2} \cos(b - c) + \tfrac{1}{2} \cos(b + c).$$

COROLL. 2.

57. Mais si l'on veut se servir des logarithmes, cette formule est moins commode. Cependant on y pourra appliquer les logarithmes en y introduisant un nouveau angle u, posant

$\tang u = \frac{\cos A \sin b}{\cos b}$, ou bien soit $\tang u = \cos A \tang b$;

& ayant trouvé cet angle u on aura :

$$\cos a = \tang u \cos b \sin c + \cos b \cos c = \frac{\cos b \cos(c - u)}{\cos u},$$

d'où l'on trouvera aisément le côté a par le moyen des logarithmes.

COROLL. 3.

58. La même introduction de l'angle u, de sorte que $\operatorname{tg} u = \cos A \operatorname{tg} b$, rend aussi les autres formules propres à y appliquer les logarithmes ; car on aura :

$$\tang B = \frac{\sin A \tang b}{\sin c - \operatorname{tg} u \cos c} = \frac{\sin A \tang b \cos u}{\sin(c - u)} = \frac{\tang A \sin u}{\sin(c - u)}.$$

Pour l'autre angle C on le trouvera par la régle $\sin C = \frac{\sin A . \sin c}{\sin a}$.

co-

COROLL. 4.

59. Mais la plus commode recherche des angles B & C se tirera des formules données dans les §§. 43. & 44. d'où l'on aura :

$$\text{tang}\,\tfrac{1}{2}(B+C) = \frac{\text{cos}\,\tfrac{1}{2}(b-c)}{\text{cos}\,\tfrac{1}{2}(b+c)}\,\text{cot}\,\tfrac{1}{2}A$$

$$\text{tang}\,\tfrac{1}{2}(B-C) = \frac{\text{sin}\,\tfrac{1}{2}(b-c)}{\text{sin}\,\tfrac{1}{2}(b+c)}\,\text{cot}\,\tfrac{1}{2}A.$$

Car ayant la moitié de leur somme avec la moitié de leur difference, on aura chacun à part, & de là on pourra ensuite conclure le côté a, par la régle $\text{sin}\,a = \frac{\text{sin}\,b}{\text{sin}\,B}\,\text{sin}\,A = \frac{\text{sin}\,c}{\text{sin}\,C}\,\text{sin}\,A.$

PROBLEME IX.

60. *Dans un triangle sphérique étant donnés deux angles avec le côté compris entr'eux, trouver le troisième angle avec les deux côtés.* Fig. 4.

SOLUTION.

Soit ABC le triangle, dans lequel soient donnés les deux angles A & B avec le côté $AB = c$ compris entr'eux, & qu'il faille chercher le troisième angle C avec les deux autres côtés $AC = b$ & $BC = a$.

Or la premiere formule de la seconde propriété (30) donne d'abord

$$\text{cos}\,C = \text{cos}\,c\,\text{sin}\,A.\,\text{sin}\,B - \text{cos}\,A.\,\text{cos}\,B,$$

& la troisième formule de la quatrième propriété donne :

$$\text{tang}\,b = \frac{\text{sin}\,c\,\text{tang}\,B}{\text{sin}\,A + \text{cos}\,c.\,\text{cos}\,A.\,\text{tang}\,B},\quad \text{\& par analogie}$$

$$\text{tang}\,a = \frac{\text{sin}\,c\,\text{tang}\,A}{\text{sin}\,B + \text{cos}\,c.\,\text{cos}\,B.\,\text{tang}\,A}.$$

D'où prenant les cotangentes on aura la solution suivante,

$$\text{cos}\,C = \text{cos}\,c.\,\text{sin}\,A.\,\text{sin}\,B - \text{cos}\,A.\,\text{cos}\,B$$

$$\text{cot}\,a = \frac{\text{cot}\,A.\,\text{sin}\,B + \text{cos}\,c.\,\text{cos}\,B}{\text{sin}\,c}$$

$$\text{cot}\,a = \frac{\text{cot}\,B.\,\text{sin}\,A + \text{cos}\,c.\,\text{cos}\,A}{\text{sin}\,c}.$$

co-

COROLL. I.

61. Les deux côtés se trouveront plus aisément des formules des §§. 52. & 53. d'où l'on tire :

$$\text{tang}\,\tfrac{1}{2}(a+b) = \frac{\text{cos}\,\tfrac{1}{2}(A-B)}{\text{cos}\,\tfrac{1}{2}(A+B)}\,\text{tang}\,\tfrac{1}{2}c$$

$$\text{tang}\,\tfrac{1}{2}(a-b) = \frac{\text{sin}\,\tfrac{1}{2}(A-B)}{\text{sin}\,\tfrac{1}{2}(A+B)}\,\text{tang}\,\tfrac{1}{2}c.$$

où il est facile de se servir des logarithmes.

COROLL. 2.

62. Après avoir trouvé les côtés a & b, on trouvera aisément l'angle C, puisqu'il est $\text{sin}\,C = \frac{\text{sin}\,A}{\text{sin}\,a}\,\text{sin}\,c = \frac{\text{sin}\,B}{\text{sin}\,b}\,\text{sin}\,c$, où bien on pourra aussi, si l'on veut exprimer le cos C par des simples cosinus en cette façon :

$$\text{cos}\,C = \tfrac{1}{4}\,\text{cs}(c+A-B) + \tfrac{1}{4}\,\text{cs}(c-A+B) - \tfrac{1}{4}\,\text{cs}(c-A-B) - \tfrac{1}{4}\,\text{cs}(c+A+B)$$
$$- \tfrac{1}{2}\,\text{cos}(A-B) - \tfrac{1}{2}\,\text{cos}(A+B).$$

PROBLEME X.

63. *Dans un triangle sphérique étant donnés deux côtés avec un angle non compris entr'eux, ou ce qui revient au même, étant donnés deux angles avec un côté non compris entr'eux, trouver les autres quantités appartenantes au triangle.*

Fig. 4.

SOLUTION.

Soit ABC, le triangle dans lequel soient donnés pour le premier cas les deux côtés $BC = a$ & $AC = b$ avec l'angle A, & on connoitra d'abord l'angle B à cause de $\text{sin}\,B = \frac{\text{sin}\,A}{\text{sin}\,a}\,\text{sin}\,b$.

Pour

Pour l'autre cas ſoient A & B les deux angles donnés, avec le côté $BC = a$, & on aura d'abord le côté b à cauſe de $\sin b = \frac{\sin a}{\sin A} \sin B$. Et partant, dans l'un & l'autre cas on pourra regarder comme donnés tant les deux côtés $BC = a$ & $AC = b$, que les deux angles A & B, qui leur ſont oppoſés. Il s'agit donc d'en trouver le côté $AB = c$, & l'angle C.

Or la premiere formule de la quatrième propriété fournit:

$$\sin a \operatorname{tang} C - \sin B \operatorname{tang} c = \cos a \cos B \operatorname{tang} C \operatorname{tang} c,$$

d'où en transpoſant les côtés a & b avec les angles A & B, nous aurons

$$\sin b \operatorname{tang} C - \sin A \operatorname{tang} c = \cos b . \cos A \operatorname{tang} C \operatorname{tang} c.$$

De ces deux équations, en éliminant tantôt tang C tantôt tang c, nous trouverons:

$$\operatorname{tang} c = \frac{\sin A . \sin a - \sin B . \sin b}{\sin A \cos B \cos a - \cos A \sin B \cos b}$$

$$\operatorname{tang} C = \frac{\sin A \sin a - \sin B \sin b}{\cos B \cos a \sin b - \cos A \sin a \cos b},$$

auxquelles il faut ajouter cette équation $\sin A \sin b = \sin B \sin a$.

COROLL. I.

64. Puisqu'il y a: $\sin A : \sin B = \sin a : \sin b$, nous aurons auſſi:

$$\operatorname{tang} c = \frac{\sin a^2 - \sin b^2}{\cos B \sin a \cos a - \cos A \sin b \cos b}$$

& $$\operatorname{tang} C = \frac{\sin A^2 - \sin B^2}{\sin B \cos B \cos a - \sin A \cos A \cos b}.$$

COROLL. 2.

65. Mais les §§. 43. 44. 53. & 54. nous fourniſſent encore des ſolutions plus commodes, que voilà:

tang

$$\text{tang}\,\tfrac{1}{2}c = \frac{\text{cos}\,\tfrac{1}{2}(A+B)}{\text{cos}\,\tfrac{1}{2}(A-B)}\,\text{tg}\,\tfrac{1}{2}(a+b) = \frac{\text{sin}\,\tfrac{1}{2}(A+B)}{\text{sin}\,\tfrac{1}{2}(A-B)}\,\text{tg}\,\tfrac{1}{2}(a-b)$$

&

$$\text{tang}\,\tfrac{1}{2}C = \frac{\text{cos}\,\tfrac{1}{2}(a-b)}{\text{cos}\,\tfrac{1}{2}(a+b)}\,\text{cot}\,\tfrac{1}{2}(A+B) = \frac{\text{sin}\,\tfrac{1}{2}(a-b)}{\text{sin}\,\tfrac{1}{2}(a+b)}\,\text{cot}\,\tfrac{1}{2}(A-B)$$

auxquelles on peut aisément appliquer l'usage des logarithmes.

PROBLEME IX.

Fig. 3. *66. Trouver l'aire d'un triangle sphérique quelconque.*

SOLUTION.

Soit EOM le triangle sphérique proposé, & qu'on nomme comme cy-dessus §. 17. le côté $OE = a$; l'angle $OEM = \alpha$; l'angle $EOM = y$; le côté $OM = x$; & l'angle $OME = \varphi$. Cela posé, la figure trilineaire MOm représentera le differentiel de l'aire que nous cherchons; & puisque $mn = dx$ & $Mn = dy \sin x$ le produit $dy\,dx \sin x$ exprime le differentiel de MOm, d'où $MOm = dy \int dx \sin x = dy\,(1 - \cos x)$ & partant l'aire

$$EOM = y - \int dy \cos x.$$

Or nous avons trouvé $dy = \dfrac{C\,dx}{\sin x \sqrt{(\sin x^2 - CC)}}$, de sorte que

$$\text{l'aire } EOM = y - \int \frac{C\,dx \cos x}{\sin x \sqrt{(\sin x^2 - CC)}}.$$

Ensuite ayant trouvé $\sin \varphi = \dfrac{C}{\sin x}$, à cause de $C = \sin a \sin \alpha$;

& puisque $\cos \varphi = \dfrac{\sqrt{(\sin x^2 - CC)}}{\sin x}$, nous aurons

$d\varphi \cos \varphi = -dx \dfrac{\cos x}{\sin x^2}$, donc $d\varphi = -\dfrac{C\,dx \cos x}{\sin x \sqrt{(\sin x^2 - CC)}}$

& $-\int \dfrac{C\,dx \cos x}{\sin x \sqrt{(\sin x^2 - CC)}} = \varphi + \text{Const.}$

Par

Par conséquent l'aire du triangle

EOM sera $= y + \varphi +$ Const. $= \alpha + y + \varphi -$ Const.

Pour connoitre cette constante, supposons $y = 0$, & puisqu'il devient alors $\varphi = 180° - \alpha$, l'aire de ce triangle évanouïssant sera $= 180° -$ Const. & partant Const. $= 180°$. Ainsi nous aurons l'aire du triangle EOM $= \alpha + y + \varphi - 180°$.

COROLL. I.

67. Donc, pour trouver l'aire d'un triangle sphérique quelconque, on n'a qu'à prendre l'excès de la somme de ses trois angles sur deux droits, lorsque le rayon de la sphère est exprimé par 1. Or dans une sphère quelconque on prendra un arc d'un grand cercle qui soit la mésure dudit excès; & le produit de cet arc par le rayon de la sphère donnera l'aire du triangle sphérique cherché.

COROLL. 2.

68. Plus donc un triangle sphérique sera grand, plus aussi surpassera la somme de ses angles deux droits; & lorsque l'aire du triangle occupe la huitième partie de la surface de la sphère, cet excès vaudra un angle droit. Car un arc de grand cercle de 90° multiplié par le rayon donne la moitié de l'aire du grand cercle, & partant la huitième partie de la surface de la sphère. De là on tirera cette régle pour trouver l'aire de tout triangle sphérique. On dira, comme 8 angles droits ou 720° à l'excès de la somme des trois angles sur deux droits: ainsi la surface entiere de la sphère à l'aire du triangle proposé.

ÉLÉMENS
DE LA TRIGONOMÉTRIE SPHÉROÏDIQUE
TIRÉS DE LA MÉTHODE DES PLUS GRANDS ET PLUS PETITS.

PAR M. EULER.

1.

Ayant établi les Elémens de la Trigonométrie Sphérique sur le principe des plus grands & plus petits, mon but principal étoit de fixer un tel principe général, duquel on pût tirer la résolution des triangles formés non seulement sur une surface sphérique, mais en général sur une surface quelconque. Puisque les côtés d'un triangle sphérique sont des arcs de grands cercles, qui étant les lignes les plus courtes, qu'on puisse tirer sur la surface d'une sphère d'un point à un autre; c'est sur le même pied que j'envisage les côtés d'un triangle décrit sur une surface quelconque, de sorte qu'ils soient les chemins les plus courts, qui conduisent d'un angle à un autre sur cette surface. Ainsi concevant trois points sur une surface quelconque, qu'on tire de chacun aux autres les lignes les plus courtes, & le triangle sera formé, dont il s'agit d'enseigner la résolution.

2. Or je me borne ici aux surfaces sphéroïdiques, qui sont formées par la révolution d'une ellipse autour d'un de ses axes, & je considérerai en particulier les triangles formés sur la surface de la terre par des côtés, qui sont les plus courts entre leurs termes. Car, soit qu'on forme les côtés par des cordes tenduës d'un point à l'autre, ou qu'on les tire en suivant la direction des rayons de lumiere, en sorte que le plan

plan qui contient deux élémens contigus quelconques, soit partout perpendiculaire à la surface de la Terre, ils représenteront le chemin le plus court d'un bout à l'autre. C'est aussi en effet la méthode qu'on suivroit dans la pratique, s'il faloit tirer la ligne la plus courte d'un point à un autre sur la surface de la terre ; & quand on parle dans la Géographie de la distance entre deux lieux, on entend toujours le plus court chemin qui conduit de l'un à l'autre. Il faut donc bien distinguer ce plus petit chemin, de la loxodromie qu'on suit dans la navigation, & qui demande des recherches particulieres.

3. Soit donc AEB la demi-ellipse, par la révolution de laquelle autour de l'axe ACB résulte le sphéroïde de la Terre; & posons le demi-axe $CA = CB = a$; & le demi-diametre de l'équateur $CE = e$. Or la demi-ellipse AEB représentera un méridien quelconque, & quelque point qu'on puisse concevoir sur la surface de la terre, pour en connoitre la situation, il faut considérer le méridien qui passe par ce point, qui soit M: & alors on aura trois choses à déterminer. 1°. La distance de ce point M à l'axe, ou la perpendiculaire MQ. 2°. Sa distance au plan de l'équateur mesurée par la perpendiculaire MP égale à CQ: & 3°. La latitude ou l'élévation du pole observée dans cet endroit. On voit bien que connoissant une de ces trois choses, il est aisé de déterminer les deux autres par les propriétés de l'ellipse. Ensuite il conviendra encore de chercher le rayon osculateur du méridien au point M, avec la quantité de l'arc du méridien MA, dont ce point est éloigné du pole A. Fig. 1.

4. Soit $CP = MQ = x$, $PM = CQ = y$, & on aura:

$$y = \frac{a}{e}\sqrt{(ee - xx)} \quad \text{donc} \quad dy = -\frac{axdx}{e\sqrt{(ee - xx)}}.$$

Qu'on tire maintenant la droite MN perpendiculaire au méridien, laquelle marquant la direction de la gravité, l'angle ENM mesurera la latitude, ou l'élevation du pole à l'endroit M. Posons donc cet

 an-

angle $ENM = \varphi$, qui eſt ordinairement le premier élément qu'on connoiſſe : & ayant la ſous-normale $PN = -\frac{ydy}{dx} = \frac{aa}{ee}x$, nous en tirons : $\text{tang}\,\varphi = \frac{PM}{PN} = \frac{e\sqrt{(ee-xx)}}{ax}$, & partant :

$$CP = x = \frac{ee\cos\varphi}{\sqrt{(aa\sin\varphi^2 + ee\cos\varphi^2)}}, \text{ \& } PM = y = \frac{aa\sin\varphi}{\sqrt{(aa\sin\varphi^2 + ee\cos\varphi^2)}}.$$

D'où connoiſſant la latitude d'un endroit M, on en déterminera aiſément ſa diſtance tant de l'axe de la Terre, que du plan de l'équateur. De là on pourra auſſi aſſigner la diſtance de ce point M au centre de la Terre C, ou la droite $CM = \sqrt{\frac{a^4\sin\varphi^2 + e^4\cos\varphi^2}{aa\sin\varphi^2 + ee\cos\varphi^2}}$, & l'angle CMN, que cette droite fait avec la direction de la gravité MN, car on trouve :

$$\text{tg}\,CMN = \frac{(ee-aa)\sin\varphi\cos\varphi}{aa\sin\varphi^2 + ee\cos\varphi^2}, \text{ \& } \sin CMN = \frac{(ee-aa)\sin\varphi\cos\varphi}{\sqrt{(a^4\sin\varphi^2 + e^4\cos\varphi^2)}}.$$

5. Cherchons auſſi le rayon osculateur MO, dont l'expreſſion poſant $\frac{dy}{dx} = p$, eſt $MO = -\frac{dx(1+pp)^{\frac{3}{2}}}{dp}$. Or ayant $\frac{dy}{dx} = -\frac{aax}{eey}$, on aura $p = -\frac{\cos\varphi}{\sin\varphi}$, & $dp = \frac{d\varphi}{\sin\varphi^2}$, & de plus $\sqrt{(1+pp)} = \frac{1}{\sin\varphi}$, donc $(1+pp)^{\frac{3}{2}} = \frac{1}{\sin\varphi^3}$,

$$\text{\& partant } \frac{(1+pp)^{\frac{3}{2}}}{dp} = \frac{1}{d\varphi\sin\varphi}.$$

Mais

Mais à cause de $x = \frac{ee \cos\varphi}{\sqrt{(aa \sin\varphi^2 + ee \cos\varphi^2)}}$, nous aurons :

$$dx = -\frac{aaee\,d\varphi \sin\varphi}{(aa \sin\varphi^2 + ee \cos\varphi^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

Par conséquent le rayon osculateur sera

$$MO = \frac{aaee}{(aa \sin\varphi^2 + ee \cos\varphi^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

Donc, si nous prenons sur le même méridien un point infiniment proche m, dont la latitude soit $= \varphi + d\varphi$, l'élément Mm sera un arc de cercle décrit du rayon MO, dont la longueur est

$$Mm = \frac{aaee\,d\varphi}{(aa \sin\varphi^2 + ee \cos\varphi^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

6. L'intégrale de cette formule donnera la longueur de l'arc elliptique EM, & pour en trouver la valeur approchée on n'a qu'à mettre $\sin\varphi^2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos 2\varphi$ & $\cos\varphi^2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos 2\varphi$, pour avoir

$$Mm = \frac{aaee\,d\varphi}{\left[\frac{1}{2}(aa + ee) + \frac{1}{2}(ee - aa)\cos 2\varphi\right]^{\frac{3}{2}}}.$$

Car, puisque $ee - aa$ est extrèmement petit par rapport à $aa + ee$ en posant $\frac{ee - aa}{ee + aa} = \delta$, notre formule se change en

$$Mm = \frac{2aaee\,d\varphi\sqrt{2}}{(aa + ee)^{\frac{3}{2}}}(1 + \delta \cos 2\varphi)^{-\frac{3}{2}},$$

dont l'intégrale à cause de

$$(1 + \delta\cos 2\varphi)^{-\frac{3}{2}} = 1 + \tfrac{15}{16}\delta\delta - \tfrac{3}{2}\delta\cos 2\varphi + \tfrac{15}{16}\delta\delta\cos 4\varphi,$$ sera

 EM

$$EM = \frac{2aaee\sqrt{2}}{(aa+ee)^{\frac{3}{2}}}\left[\left(1+\tfrac{15}{16}\delta\delta\right)\varphi - \tfrac{3}{4}\delta \sin 2\varphi + \tfrac{15}{64}\delta\delta \sin 4\varphi\right]$$

expreſſion qui ſatisfait très à peu près, & on pourroit même encore rejetter les termes affectés par le quarré de δ.

7. On peut auſſi ſe ſervir de la formule differentielle pour déterminer la grandeur de chaque degré du méridien: on n'aura qu'à donner à $d\varphi$ la valeur d'un degré, ou la 180me partie de 3,14159265, qui eſt la longueur de l'arc de 180° le rayon étant poſé $= 1$. On mettra donc $d\varphi = 0{,}017453292$, & φ marquera la latitude au milieu de ce degré. Alors la grandeur de ce degré

$$\text{ſera} = \frac{2aaeed\varphi\sqrt{2}}{(aa+ee)^{\frac{3}{2}}}\left(1 - \tfrac{3}{2}\delta \cos 2\varphi\right)$$

en negligeant les quarrés de δ, & cette formule ſuffit pour déterminer à chaque élevation du pole la grandeur d'un degré du Méridien. De là on pourra donc auſſi réciproquement déterminer la grandeur des deux demi-diametres de la Terre par la meſure actuelle de quelques degrés, en ſuppoſant que la figure de la Terre ſoit un ſpheroïde elliptique. Deux degrés meſurés ſeroient ſuffiſans pour cet effet, ſi la meſure étoit exacte au dernier point: mais, puisqu'une erreur d'une ſeconde en produit une de 16 toiſes environ dans la grandeur du degré; il ſera bon d'y employer pluſieurs degrés meſurés en avouant à chacun une petite erreur de 32 toiſes au moins, pour mettre enſuite d'accord les concluſions.

8. Poſons pour abréger $\frac{2aaeed\varphi\sqrt{2}}{(aa+ee)^{\frac{3}{2}}} = A$, puisque cette quantité eſt la même pour tous les degrés; & les meſures d'un degré faites au Perou, au Cap, en France & en Laponie nous fourniront les quatre équations ſuivantes.

A(1

$$A(1 - \tfrac{3}{2}\delta \cos 1^\circ) = 56753 + p \text{ Toises}$$
$$A(1 - \tfrac{3}{2}\delta \cos 66^\circ, 36') = 57037 + q \text{ Toises}$$
$$A(1 - \tfrac{3}{2}\delta \cos 98^\circ, 46') = 57074 + r \text{ Toises}$$
$$A(1 - \tfrac{3}{2}\delta \cos 132^\circ, 40') = 57438 + s \text{ Toises.}$$

en marquant par p, q, r, s les erreurs, qui peuvent s'être glissées dans ces mesures ; lesquelles peuvent être ou positives ou négatives ; & on les supposera aussi petites qu'il est possible, puisqu'on y a apporté tant de soins, que les erreurs ne sauroient surpasser quelques secondes, à l'exception de la troisième, dont l'erreur r pourroit bien être plus grande que 32 toises.

9. Si nous substituons les valeurs de ces cosinus, nous aurons les quatre équations suivantes :

$$\text{I.} \quad A(1 - 1,4997715\delta) = 56753 + p$$
$$\text{II.} \quad A(1 - 0,5957219\delta) = 57037 + q$$
$$\text{III.} \quad A(1 + 0,2286163\delta) = 57074 + r$$
$$\text{IV.} \quad A(1 + 1,0165980\delta) = 57438 + s.$$

Otons la premiere de chacune des autres pour avoir ces trois équations :

$$0,9040496\,\delta A = 284 + q - p$$
$$1,7283878\,\delta A = 321 + r - p$$
$$2,5163696\,\delta A = 685 + s - p$$

& divisant par la premiere les deux autres on aura

$$\frac{321 + r - p}{284 + q - p} = \frac{65}{34} \quad \& \quad \frac{685 + s - p}{284 + q - p} = \frac{437}{157}$$

d'où il s'ensuit :

$$31p - 65q + 34r = 7546 \quad \& \quad 280p - 437q + 157s = 16563.$$

10. Si

10. Si nous éliminons p de ces deux équations il en résultera

$$-150q+307r-157s=51594$$

d'où nous voyons que les erreurs de la mesure au Cap & en Laponie doivent être supposées négatives, tandis que celle de France est positive. Si l'on vouloit supposer ces trois erreurs égales, chacune deviendroit de 84 toises, qui seroit trop exorbitante, pour qu'on la pût concilier avec l'extrême exactitude, dont la seconde & quatrième de ces opérations ont été faites. Mais on ne sauroit plus douter, qu'il ne se soit glissé une erreur assés considérable dans la détermination du degré en France, & qui pourroit bien monter à 100 toises & au delà ; & si nous voulions supposer entièrement justes les mesures du Cap & de de Laponie, ou $q=0$ & $s=0$, nous trouverions l'erreur du degré en France $r=168$ toises ; ou on se seroit trompé de 10″ dans les Observations celestes. Or, si nous supposions $r=100$ toises & $s=q$, on trouveroit $q=s=-68$ toises ; or on ne sauroit admettre une erreur si grande. Posons donc $r=120$, & on aura $q=s=-48$ toises ; qu'on sauroit à peine admettre : mais posant $r=125$ on obtiendra $q=s=-43$ toises.

11. Puisqu'il faut donc absolument reconnoitre des erreurs dans ces mesures de degrés ; & la plus grande dans celle du degré de France, qu'on ne sauroit supposer audessous de 125 Toises, posons $r=125$, & nous aurons :

$-150q-157s=13219$, donc à peu près $q+s=-86$ Toises.

Avant que de décider séparement sur l'une & l'autre des erreurs q & s, considérons, quelle en résulte pour p, de cette egalité :

$$31p-65q=3296, \quad \text{ou} \quad p=106\tfrac{1}{3}+2\tfrac{1}{10}q.$$

Si l'on suppose que $p=0$, on trouve $q=-51$ & partant $s=-35$, mais si l'on suppose $p=15$, on trouve $q=-43\frac{1}{2}$ & partant $s=-42\frac{1}{2}$: d'où l'on voit que si nous voulions supposer l'erreur du degré du Pérou plus grande, nous serions obligés d'attribuer à celui de Laponie une

une plus grande. Donc, à moins que la figure de la Terre ne différe considérablement d'un sphéroïde elliptique, il semble qu'on doive admettre les erreurs suivantes :

$p = 15$ toises; $q = -43$ toises; $r = +125$ toises & $s = -43$ toises.

12. Cela posé, les véritables grandeurs de nos quatre degrés seront :

		Latitude du milieu
Celui du Pérou	$= 56768$ Toises	$\phi = 0°, 30'$
Celui du Cap	$= 56994$ Toises	$\phi = 33°, 18'$
Celui de la France	$= 57199$ Toises	$\phi = 49°, 23'$
Celui de la Laponie	$= 57395$ Toises	$\phi = 66°, 20'$

& ayant fait ces corrections, la figure de la Terre deviendra réductible à une sphéroïde elliptique, qu'on pourra déterminer par deux quelconques de ces quatre degrés mesurés. Choisissons donc le premier & le dernier, qui donnent :

$$A(1 - 1,4997715\delta) = 56768 \text{ Toises}$$
$$A(1 + 1,0165890\delta) = 57395 \text{ Toises},$$

d'où l'on tire : $\frac{1 + 1,0165980\delta}{1 - 1,4997715\delta} = \frac{57395}{56768}$ & partant

$$143789\delta = 627 \quad \text{donc} \quad \delta = 0,00436055 = \frac{ee - aa}{ee + aa}.$$

Ensuite

$$\frac{ee}{aa} = \frac{1+\delta}{1-\delta} = 1 + 2\delta + 2\delta\delta = 1,0087593 \quad \& \quad \frac{e}{a} = 1,00437.$$

Donc le diametre de l'équateur sera à l'axe de la Terre comme 230 à 229, ce qui est précisément le rapport que *Newton* a établi; d'où l'on peut conclure que les hypotheses, que ce grand Géométre a faites sur la structure & l'attraction de la Terre, sont d'accord avec la vérité.

13. Ayant trouvé la valeur de δ, nous en tirerons d'abord

$$A = 57142 = \frac{2aaee\sqrt{2}}{(aa+ee)^{\frac{3}{2}}} \cdot 0{,}01745329$$

$$\text{donc } \frac{aaee}{(aa+ee)^{\frac{3}{2}}} = 1157526 \text{ Toises.}$$

Or posons $\frac{e}{a} = \text{tang}\,\omega$, de sorte que $\omega = 45°, 7', 30''$ & nous aurons : $a \sin \omega^2 \cos \omega = 1157526$, d'où nous tirons :

le demi-axe de la Terre $a = 3266892$ Toises

le demi-diametre de l'équateur $e = 3281168$ Toises.

Or *Newton*, quoiqu'il ait établi le même rapport entre l'axe & le diametre de l'équateur, donne au demi-axe 3262166 toises, & au demi-diametre de l'équateur 3276433 toises. La raison de cette difference est, que j'ai supposé ici le degré mesuré en France plus grand que *Newton*. Maintenant ayant découvert la véritable grandeur de l'axe & du diametre de la terre, on pourra à chaque élévation du pole déterminer la grandeur du degré du méridien. Car, posant φ pour la latitude au milieu du degré, la grandeur de ce degré sera.

$$57142\ (1 - 0{,}00654082 \cos 2\varphi)$$

14. Je remarque ici encore, que si l'on omettoit entierement le degré de France, les trois autres seroient admirablement bien d'accord entr'eux : on n'auroit qu'à supposer à chacun une erreur de 19 toises, dont les degrés du Pérou & de Laponie devroient être augmentés, ou celui du Cap diminué. De là résulteroit une plus grande difference entre l'axe & le diamètre de l'Equateur, tout comme on a déjà remarqué avant que les mesures au Cap ayent été connuës. Mais alors, supposant $p = 19$, $q = -19$ & $s = 19$ on trouveroit $r = 169$ toises, dont le degré de France devroit être augmenté ; dans ce cas la cor-

correction à faire sur le degré de Laponie devroit être positive, au lieu que je l'ai supposée négative cy-devant; ce qui est une marque bien seure de la justesse de cette mesure. Or, soit qu'on rejette la mesure du degré de France ou non, il faut toujours supposer q négatif, d'où l'on doit conclure, que le degré mesuré au Cap est marqué trop grand. On voit aussi que la mesure faite à Quito est très juste, & qu'on ne lui sauroit supposer une erreur plus grande que de 20 toises, de quelque maniere qu'on se prenne pour mettre d'accord ces quatre mesures. Pour le degré mesuré en Laponie, il faut aussi remarquer qu'on y a negligé la réfraction des étoiles près du zenith, dont on a tenu compte dans les autres mesures. Or, si l'on y apporte cette petite correction, on trouve que le degré de Laponie se réduit de 57438 à 57422 toises; ce qui s'approche d'avantage de la correction précedente, où j'ai supposé ce degré de 57395 toises; & l'erreur ne seroit que de 27 toises, au lieu de 43.

15. Cependant je ne détermine rien de précis sur la figure de la terre, puisqu'on a encore lieu de douter, si on la peut regarder comme un spheroïde elliptique parfait, dont les deux moitiés de part & d'autre de l'équateur soient égales & semblables: quoique, quelqu'autre hypothese qu'on fasse, on soit obligé de reconnoitre quelques petites erreurs dans les Observations, & surtout dans celle de France. Mes recherches rouleront sur la surface d'un spheroïde elliptique parfait en général, dont le demi-axe soit $= a$, & le demi-diametre de l'équateur $= e$, entre lesquels je supposerai la difference fort petite. Or, pour abréger les formules trouvées cy-dessus, je poserai:

$$\frac{ee - aa}{ee + aa} = \delta \quad \& \quad \frac{2aaec\sqrt{2}}{(aa + ee)^{\frac{3}{2}}} = c$$

où il suffit de remarquer, que si l'on en veut faire l'application à la Terre, les valeurs de ces deux lettres seront assés exactement.

$$\delta = 0,00436055 \ \& \ c = 3273980 \text{ toises.}$$

 Alors

Alors ce que j'ai trouvé se réduit à

$$Mm = \frac{c\,\delta\,\varphi}{(1+\delta\cos 2\varphi)^{+\frac{3}{2}}}$$ & en intégrant par approximation.

$$EM = c\left((1+\frac{15}{16}\delta\delta)\varphi - \frac{3}{4}\delta\sin 2\varphi + \frac{15}{64}\delta\delta\sin 4\varphi\right).$$

XVI. Je regarde ici comme connuë la latitude du point M, ou l'angle ENM, que je nomme $= \varphi$: & de là on trouve le plus aisément la longueur de l'arc EM : d'où l'on voit que posant $\varphi = 90°$, ou $\varphi = \frac{1}{2}\pi$, posant π pour le nombre 3,14159265 &c. le quart de l'ellipse sera $EMA = \frac{1}{2}\pi(1 + \frac{15}{16}\delta\delta)c$. Ensuite en employant ces abbréviations on aura le rayon osculateur du Méridien au point M ou $MO = \frac{c}{(1+\delta\cos 2\varphi)^{\frac{3}{2}}}$. Par la même latitude du point M $= \varphi$, on connoitra aussi d'abord sa distance $MQ = CP$ à l'axe, ayant $\frac{CP^3}{MO} = \frac{e^4}{aa}\cos\varphi^3$, & partant $CP = \frac{\cos\varphi}{\sqrt{(1+\delta\cos 2\varphi)}}\sqrt[3]{\frac{ce^4}{aa}} = \frac{ee\sqrt{2}}{\sqrt{(aa+ee)}}\cdot\frac{\cos\varphi}{\sqrt{(1+\delta\cos 2\varphi)}}$, & de même $PM = CQ = \frac{aa\sqrt{2}}{\sqrt{(aa+ee)}}\cdot\frac{\sin\varphi}{\sqrt{(1+\delta\cos 2\varphi)}}$. Or pour la Terre nous venons de trouver $\frac{e}{a} = \frac{230}{229}$; & $a = 3266892$ toises & $e = 3281168$ toises. Ou, en employant les seules lettres δ & c, on a $a = \frac{c}{(1+\delta)\sqrt{(1-\delta)}}$; $e = \frac{c}{(1-\delta)\sqrt{(1+\delta)}}$, donc $CP = MQ = \frac{c}{1-\delta}\cdot\frac{\cos\varphi}{\sqrt{(1+\delta\cos 2\varphi)}}$ & $PM = CQ = \frac{c}{1+\delta}\cdot\frac{\sin\varphi}{\sqrt{(1+\delta\cos 2\varphi)}}$.

PRO-

PROBLEME I.

17. *Ayant observé l'élevation du pole en deux lieux* M. *&* M′ *situés sous le même méridien, déterminer la grandeur de l'arc du méridien* MM′ *compris entre ces deux lieux.*

SOLUTION.

Soit Φ l'élévation du pole en M, & ψ en M′: & puisque ces deux lieux sont situés sous le meme méridien, il est evident que l'arc du méridien MM′ compris entr'eux est le chemin le plus court, qui méne d'un lieu à l'autre. Donc, introduisant les lettres c & δ, qui déterminent l'espece & la grandeur du Spheroïde elliptique, la grandeur de l'arc MM′ sera exprimée en sorte

$$MM' = c\left(\left(1+\tfrac{15}{8}\delta\delta\right)(\psi-\Phi) - \tfrac{3}{4}\delta(\sin 2\psi - \sin 2\Phi) + \tfrac{15}{64}\delta\delta(\sin 4\psi - \sin 4\Phi)\right)$$

en négligeant les termes affectés par le cube & les plus hautes puissances de δ. Mais en tout cas il seroit aisé de pousser l'approximation plus loin, & même à l'infini. On pourra aussi assigner la situation de chaque endroit par rapport à l'axe & à l'équateur, & cela exactement sans approximation; car on aura

$$CQ = \frac{c \sin \Phi}{(1+\delta)\sqrt{(1+\delta\cos 2\Phi)}};\quad QM = \frac{c \cos \Phi}{(1-\delta)\sqrt{(1+\delta\cos 2\Phi)}}$$

$$CQ' = \frac{c \sin \psi}{(1+\delta)\sqrt{(1+\delta\cos 2\psi)}};\quad Q'M' = \frac{c \cos \psi}{(1-\delta)\sqrt{(1+\delta\cos 2\psi)}}$$

& outre cela les rayons osculateurs seront

$$\text{en } M = \frac{c}{(1+\delta\cos 2\Phi)^{\frac{3}{2}}} \quad \& \text{ en } M' = \frac{c}{(1+\delta\cos 2\psi)^{\frac{3}{2}}}$$

& ces déterminations renferment tout ce qu'on peut demander par rapport à ces deux lieux.

SCHOLIE.

18. Je me propose de considérer deux points quelconques sur la surface de la Terre, en cherchant tant leur distance entr'eux, que leur situation par rapport au Méridien. Or le cas le plus simple est, lorsque ces deux points sont situés sous le même Méridien, par lequel j'ai commencé mes recherches, puisqu'il est évident que l'arc du Méridien compris entre ces deux points est en même tems le chemin le plus court, qui conduit de l'un à l'autre. Mais, lorsque les deux points ne sont pas au même Méridien, il faut employer la méthode des plus grands & plus petits pour déterminer le chemin le plus court entr'eux : & j'entreprendrai cette recherche dans le problème suivant.

PROBLEME II.

Fig. 2. 19. *Connoissant la Latitude de deux lieux* L & M *avec leur différence en Longitude, trouver le chemin le plus court sur la surface de la Terre* LM, *qui méne de l'un à l'autre.*

SOLUTION.

Qu'on méne par l'un & l'autre de ces points L & M les Méridiens ALE & AMR, & l'angle que ces deux Méridiens forment au pole A mesurera la différence en longitude, laquelle étant donnée posons

la difference en Longitude ou l'angle LAM $= \omega$

la Latitude du Lieu L $= \lambda$

& la Latitude du Lieu M $= \phi$

ce qui sont les trois quantités données outre la grandeur & la figure de la Terre. Soit maintenant la ligne LM le chemin le plus court entre les points L & M, & qu'on la prolonge infiniment peu en *m* suivant sa direction en *m* ; qu'on méne par ce point *m* le Méridien infiniment proche A*mr*, sur lequel on prenne Aμ = AM, de sorte que la Latitude

rude en μ soit la même qu'en M, savoir $= \phi$, & la Latitude en m sera $= \phi + d\phi$, donc l'élément du Méridien entre m & μ sera $m\mu = \frac{c\,d\phi}{(1+\delta \cos 2\phi)^{\frac{3}{2}}}$. De plus on aura l'angle élémentaire $MA\mu = d\omega$, qui est égal à l'angle, que les lignes perpendiculaires tirées des points M & μ à l'axe de la Terre comprendront entr'elles. Or ces lignes perpendiculaires représentées dans la premiere figure par MQ sont $= \frac{c \cos \phi}{(1-\delta)\sqrt{(1+\delta \cos 2\phi)}}$; d'où l'on tire l'élément $M\mu = \frac{c\,d\omega \cos \phi}{(1-\delta)\sqrt{(1+\delta \cos 2\phi)}}$; & partant l'élément du chemin LM sera

$$Mm = c\sqrt{\left(\frac{d\phi^2}{(1+\delta \cos 2\phi)^3} + \frac{d\omega^2 \cos \phi^2}{(1-\delta)^2(1+\delta \cos 2\phi)}\right)}$$

dont l'intégrale doit être un plus petit. Posons $d\phi = p\,d\omega$ pour rendre un *minimum* cette formule intégrale

$$\int d\omega \sqrt{\left(\frac{pp}{(1+\delta \cos 2\phi)^3} + \frac{\cos \phi^2}{(1-\delta)^2\,(1+\delta \cos 2\phi)}\right)}$$

Posons $\sqrt{\left(\frac{pp}{(1+\delta \cos 2\phi)^3} + \frac{\cos \phi^2}{(1-\delta)^2\,(1+\delta \cos 2\phi)}\right)} = V$, & j'ai démontré que si le differentiel de V est exprimé en sorte $dV = M\,d\omega + N\,d\phi + P\,dp$, l'équation qui renferme le *minimum* est exprimée en sorte $o = N - \frac{dP}{d\omega}$, ou puisque dans ce cas $M = o$, cette équation se réduit à cette forme : $V - Pp = \text{Const.}$

Or la différentiation de V nous donne

$$P = \frac{p}{(1+\delta \cos 2\varphi)^3 V} \text{ d'où nous tirons}$$

$$VV - \frac{pp}{(1+\delta\cos 2\varphi)^3} = \frac{\cos\varphi^2}{(1-\delta)^2(1+\delta\cos 2\varphi)} = \frac{V}{\alpha}$$

& partant prenant les quarrés, notre équation deviendra

$$\frac{\alpha\alpha\cos\varphi^4}{(1-\delta)^4(1+\delta\cos 2\varphi)^2} = \frac{pp}{(1+\delta\cos 2\varphi)^3} + \frac{\cos\varphi^2}{(1-\delta)^2(1+\delta\cos 2\varphi)}$$

donc l'élément du chemin le plus court $Mm = \frac{\alpha c\, d\omega \cos\varphi^2}{(1-\delta)^2(1+\delta\cos 2\varphi)}$

Or mettant pour p sa valeur $\frac{d\varphi}{d\omega}$ nous aurons

$$\frac{d\omega^2\cos\varphi^2(\alpha\alpha\cos\varphi^2 - (1-\delta)^2(1+\delta\cos 2\varphi))}{(1-\delta)^4(1+\delta\cos 2\varphi)^2} = \frac{d\varphi^2}{(1+\delta\cos 2\varphi)^3}$$

d'où nous tirons:

$$d\omega = \frac{(1-\delta)^2\, d\varphi}{(1+\delta\cos 2\varphi)^{\frac{1}{2}}\cos\varphi\sqrt{(\alpha\alpha\cos\varphi^2 - (1-\delta)^2(1+\delta\cos 2\varphi))}}$$

$$\& Mm = \frac{\alpha c\, d\varphi \cos\varphi}{(1+\delta\cos 2\varphi)^{\frac{3}{2}}\sqrt{(\alpha\alpha\cos\varphi^2 - (1-\delta)^2(1+\delta\cos 2\varphi))}}$$

Mais, avant que d'intégrer ces formules, on en peut déjà déterminer l'angle A M m, que fait l'arc LM avec le Méridien AM, car on aura

$$\sin AMm = \frac{M\mu}{Mm} = \frac{(1-\delta)\sqrt{(1+\delta\cos 2\varphi)}}{\alpha\cos\varphi}.$$

D'où posant $\varphi = \lambda$ on aura l'angle ALM, de sorte que

$$\sin ALM = \frac{(1-\delta)\sqrt{(1+\delta\cos 2\lambda)}}{\alpha\cos\lambda}.$$

Posons

Posons cet angle ALM $= \zeta$, pour l'introduire dans le calcul au lieu de la constante α; & nous aurons

$$\alpha = \frac{(1-\delta)\sqrt{(1+\delta\cos 2\lambda)}}{\sin\zeta\cos\lambda}$$

Cette valeur étant substituée donne

$$\sin AMm = \frac{\sin\zeta\cos\lambda\sqrt{(1+\delta\cos 2\phi)}}{\cos\phi\sqrt{(1+\delta\cos 2\lambda)}} \quad \&$$

$$d\omega = \frac{(1-\delta)\,d\phi\sin\zeta\cos\lambda}{(1+\delta\cos 2\phi)^{\frac{1}{2}}\cos\phi\sqrt{(\cos\phi^2(1+\delta\cos 2\lambda)-\sin\zeta^2\cos\lambda^2(1+\delta\cos 2\phi))}}$$

$$Mm = \frac{c\,d\phi\cos\phi\sqrt{(1+\delta\cos 2\lambda)}}{(1+\delta\cos 2\phi)^{\frac{3}{2}}\sqrt{(\cos\phi^2(1+\delta\cos 2\lambda)-\sin\zeta^2\cos\lambda^2(1+\delta\cos 2\phi))}}$$

Pour intégrer ces formules, il en faut séparer les particules, qui dépendent de la petite fraction δ, & quand on néglige les termes, qui renfermeroient le quarré, ou plus hautes puissances de δ, on aura

$$d\omega = \frac{d\phi\sin\zeta\cos\lambda}{\cos\phi\sqrt{(\cos\phi^2-\sin\zeta^2\cos\lambda^2)}} - \frac{\delta\,d\phi\sin\zeta\cos\lambda\cos\phi}{\sqrt{(\cos\phi^2-\sin\zeta^2\cos\lambda^2)}} - \frac{\delta\,d\phi\sin\zeta\cos\zeta^2\cos\lambda^3\cos\phi}{(\cos\phi^2-\sin\zeta^2\cos\lambda^2)^{\frac{3}{2}}}$$

dont l'intégrale se trouve comme il suit :

$$\omega = A\sin.\frac{\sin\zeta\cos\lambda\sin\phi}{\cos\phi\sqrt{(1-\sin\zeta^2\cos\lambda^2)}} - \delta\sin\zeta\cos\lambda\,A\sin.\frac{\sin\phi}{\sqrt{(1-\sin\zeta^2\cos\lambda^2)}}$$

$$- \frac{\delta\sin\zeta\cos\zeta^2\cos\lambda^3\sin\phi}{(1-\sin\zeta^2\cos\lambda^2)\sqrt{(\cos\phi^2-\sin\zeta^2\cos\lambda^2)}} + \text{Const.}$$

Où la constante se doit déterminer en sorte, que posant $\phi = \lambda$ l'angle ω, ou la difference en longitude évanouïsse.

Par conséquent on aura :

$$\nu = A \sin. \frac{\sin\zeta \cos\lambda \sin\phi}{\cos\phi \sqrt{(1-\sin\zeta^2 \cos\lambda^2)}} - A \sin \frac{\sin\zeta \sin\lambda}{\sqrt{(1-\sin\zeta^2 \cos\lambda^2)}}$$

$$-\delta \sin\zeta \cos\lambda A \sin. \frac{\sin\phi}{\sqrt{(1-\sin\zeta^2 \cos\lambda^2)}} + \delta \sin\zeta \cos\lambda A \sin \frac{\sin\lambda}{\sqrt{(1-\sin\zeta^2 \cos\lambda^2)}}$$

$$-\frac{\delta \sin\zeta \cos\zeta^2 \cos\lambda)^3 \sin\phi}{(1-\sin\zeta^2 \cos\lambda^2)\sqrt{(\cos\phi^2-\sin\zeta^2 \cos\lambda^2)}} + \frac{\delta \sin\zeta \cos\zeta \sin\lambda \cos\lambda^2}{1-\sin\zeta^2 \cos\lambda^2}.$$

Opérons de la même maniere pour trouver la longueur du chemin LM, & puisque nous aurons

$$M\,m = \frac{c\,d\phi \sin\phi}{\sqrt{(\cos\phi^2-\sin\zeta^2 \cos\lambda^2)}}\left(1+\tfrac{3}{2}\delta+\delta \sin\zeta^2 \cos\lambda^2-3\,\delta \cos\phi^2-\frac{\delta \sin\zeta^2 \cos\zeta^2 \cos\lambda^4}{\cos\phi^2-\sin\zeta^2 \cos\lambda^2}\right)$$

l'intégrale avec la juste constante se trouvera :

$$L\,M = c(1-\tfrac{1}{2}\delta \sin\zeta^2 \cos\lambda^2) A \sin. \frac{\sin\phi}{\sqrt{(1-\sin\zeta^2 \cos\lambda^2)}} - c(1-\tfrac{1}{2}\delta \sin\zeta^2 \cos\lambda^2) A \sin \frac{\sin\lambda}{\sqrt{(1-\sin\zeta^2 \cos\lambda^2)}}$$

$$-\tfrac{3}{2}\delta c \sin\phi \sqrt{(\cos\phi^2-\sin\zeta^2 \cos\lambda^2)} + \tfrac{3}{2}\delta c \cos\zeta \sin\lambda \cos\lambda$$

$$-\frac{\delta c \sin\zeta^2 \cos\zeta^2 \cos\lambda^4 \sin\phi}{(1-\sin\zeta^2 \cos\lambda^2)\sqrt{(\cos\phi^2-\sin\zeta^2 \cos\lambda^2)}} + \frac{\delta c \sin\zeta^2 \cos\zeta \sin\lambda \cos\lambda^3}{1-\sin\zeta^2 \cos\lambda^2}$$

Ainsi connoissant les deux élévations de pole λ & ϕ en L & M, avec l'angle $ALM = \zeta$, que fait la route LM avec le méridien en L, on pourra déterminer tant l'angle AMm, que la route fait en M avec la méridienne, que la difference en longitude, ou l'angle LAM, & la longueur de la route même LM.

COROLL. I.

20. Si nous introduisons aussi l'angle $AMm = \theta$, nous aurons

$$\sin\theta = \frac{\sin\zeta \cos\lambda \sqrt{(1+\delta \cos 2\phi)}}{\cos\phi \sqrt{(1+\delta \cos 2\lambda)}}$$

&

& cette valeur a lieu en général, puisqu'aucune approximation n'est encore employée. Mais, si l'on en veut faire usage, on aura

$$\sin\theta = \frac{\sin\zeta\cos\lambda}{\cos\phi}\left(1 - \tfrac{1}{2}\delta\cos 2\lambda + \tfrac{1}{2}\delta\cos 2\phi\right) \text{ ou bien}$$

$$\sin\theta = \frac{\sin\zeta\cos\lambda}{\cos\phi}\left(1 - \delta\cos\lambda^2 + \delta\cos\phi^2\right)$$

COROLL. 2.

21. Pour abréger le calcul des quantités approchées de ω & de LM, on peut chercher un angle α qui soit:

$$\alpha = A\sin\frac{\sin\zeta\cos\lambda\sin\phi}{\cos\phi\sqrt{(1-\sin\zeta^2\cos\lambda^2)}} - A\sin\frac{\sin\zeta\sin\lambda}{\sqrt{(1-\sin\zeta^2\cos\lambda^2)}}$$

& alors on obtiendra

$$\omega = \alpha - \delta\sin\zeta\cos\lambda\, A\sin\frac{\sin\alpha\cos\phi}{\sin\zeta} - \frac{\delta\sin\alpha\cos\zeta\cos\lambda^2\cos\phi}{\sqrt{(\cos\phi^2-\sin\zeta^2\cos\lambda^2)}} \text{ \&}$$

$$LM = c\left(1-\tfrac{1}{2}\delta\sin\zeta^2\cos\lambda^2\right)A\sin\frac{\sin\alpha\cos\phi}{\sin\zeta} - \frac{\delta c\sin\alpha\sin\zeta\cos\zeta\cos\lambda^3\cos\phi}{\sqrt{(\cos\phi^2-\sin\zeta^2\cos\lambda^2)}}$$
$$-\tfrac{3}{2}\delta c\sin\phi\sqrt{(\cos\phi^2-\sin\zeta^2\cos\lambda^2)} + \tfrac{3}{2}\delta c\cos\zeta\sin\lambda\cos\lambda.$$

COROLL. 3.

22. S'il étoit $\delta = 0$, on tireroit de ces formules toutes les régles connuës de la Trigonométrie Sphérique ; mais ayant déjà amplement traité ce sujet, je ne m'y arrêterai point. Cependant on remarquera que les trois élémens ζ, λ, & ϕ étant donnés, on en peut déterminer le quatrième θ sans intégration & approximation, tandis que les deux derniers ω & LM ne sçauroient être assignés sans ces subsides.

SCHOLIE.

23. Voilà donc les formules, qui renferment en général les principes de la Trigonométrie Sphéroïdique, ayant trouvé la résolu-

tion du triangle LAM. Car, quoique je suppose un de ses angles au pole A, c'est une limitation que la nature du problème semble absolument exiger; & si aucun des trois angles ne tomboit dans l'un des poles, il faudroit tirer par chacun des méridiens, & réduire par là le cas à la résolution de deux ou trois tels triangles, que je viens de considérer. Puisqu'une surface spheroïdique ne s'est pas semblable par tout, pour fixer la situation d'un point quelconque, il en faut savoir son lieu par rapport aux poles du spheroïde, qui se détermine le plus commodément par la latitude ou l'élevation du pole: & c'est dans cette vuë, que pour les points L & M j'ai introduit dans le calcul les angles λ & ϕ, qui en marquent les latitudes. Or de là on est en état d'assigner les arcs des méridiens mêmes AL & AM, qui donnent les distances absoluës de ces points au pole A. Cependant ces distances n'influënt pas immédiatement sur la solution du problème, & il suffit de connoitre les latitudes des points. Ensuite pour les côtés, ou les lignes les plus courtes qu'on peut tirer d'un point à un autre quelconque, la principale détermination, à laquelle il faut reflêchir, est l'angle qu'une telle ligne fait avec les méridiens. Par ces raisons ayant deux points quelconques L & M sur une surface spheroïdique, pour chercher le chemin le plus court LM qui méne de l'un à l'autre, il faut d'abord avoir égard à la latitude de chacun de ces deux points, comme dans le calcul précédent l'angle λ marque celle du point L, & ϕ celle du point M. Depuis, après avoir tiré par les points L & M les méridiens AL & AM; il s'agit de savoir premièrement l'angle LAM $= \omega$, qui marque la difference en longitude des deux lieux proposés L & M, & ensuite les angles ALM $= \zeta$ & AM$m = \theta$, que la route la plus courte fait avec les méridiens en L & M. Et enfin on aura à déterminer la longueur même du chemin le plus court LM, de sorte que nous ayons en tout à considérer six élémens λ, ϕ, ζ, θ, ω, & LM, qui ont, comme dans la Trigonométrie ordinaire un tel rapport entr'eux, qu'en connoissant trois, on puisse déterminer les trois autres. Dans la solution que je viens de donner, j'ai considéré les trois élémens λ, ϕ, & ζ, comme

donnés,

donnés, desquels on trouve aisément le quatrième θ, par l'équation $\sin\theta = \frac{\sin\zeta \cos\lambda \sqrt{(1+\delta\cos 2\phi)}}{\cos\phi \sqrt{(1+\delta\cos 2\lambda)}}$, de sorte que la solution seroit toujours la même, quelques autres trois de ces quatre élémens λ, ϕ, ζ, & θ, fussent donnés, puisque le quatrième en seroit d'abord connu. Mais il n'en est pas de même, si l'un des deux autres ω, & LM, se trouvoit parmi les connuës; car puisque les formules, qui expriment les valeurs de ω & LM sont si compliquées, & qu'elles n'ont lieu que lorsque la fraction δ est extrèmement petite, on n'en sauroit éliminer les élémens inconnus. Cependant dans le cas ou δ est extrèmement petite, on n'auroit qu'à regarder le problème comme de la Trigonométrie ordinaire, & ensuite chercher les corrections, qui résultent de l'aberration de la figure sphèrique, par la méthode ordinaire des approximations. Mais il semble que l'évolution d'un tel cas ne sera presque jamais nécessaire, vû qu'on peut supposer que tant les latitudes des points L & M, que les angles ζ & θ que la ligne tirée LM fait avec les méridiens en L & M, soient connus étant déterminables par les opérations les plus aisées. Or le plus grand avantage, qu'on puisse tirer de cette solution, est sans doute une nouvelle méthode, qu'elle fournit pour découvrir la veritable ellipticité de la figure de la terre, ou le rapport entre son axe & le diamétre de son équateur: & cela se pourra exécuter, sans qu'on ait besoin de mesurer actuellement quelque ligne, qu'on aura tirée sur la surface de la terre; ce que je m'en vais expliquer plus amplement dans le problème suivant.

PROBLEME III.

24. *Déterminer le rapport du diamétre de l'équateur à l'axe de la terre sans le secours des mesures actuelles de quelques degrés de méridien, par une maniere qui se puisse exécuter dans une seule contrée de la terre.*

SOLUTION.

Pour connoitre la figure de la Terre, on a regardé jusqu'ici comme le seul moyen, de mesurer sous des latitudes fort differentes la grandeur d'un degré du méridien; afin que de leur inégalité on pût conclure celle qui se trouve entre l'axe de la Terre & le diamétre de son équateur. Mais la méthode que je m'en vai proposer ici, ne demande que des opérations, qu'on peut faire dans une contrée asses bornée, ou dans un pays d'une étenduë mediocre, & cela sans qu'on ait besoin de mesurer géométriquement quelque ligne tirée sur la surface de la Terre. Supposons donc que le point L se trouve à un bout d'une grande plaine, & d'abord il faut qu'on y observe la hauteur du pole, & qu'on y tire avec la derniere précision la ligne méridienne. Pour l'élévation absoluë du pole, il suffit qu'on la sache à une minute près; mais il est nécessaire, qu'on y observe très exactement la distance de quelques étoiles fixes au zenith au tems de leur culmination. Soit donc λ la hauteur du pole au point L. Qu'on parte ensuite du point L selon une route, qui fasse un angle oblique avec la méridienne, mais qu'on mesure le plus exactement qu'il est possible cet angle, que fait le commencement de la route avec la méridienne en L. Qu'on poursuive après la même route, en fixant perpendiculairement des piques en sorte qu'elles paroissent toutes disposées en ligne droite; & qu'on continuë cette ligne, qui semblera droite, aussi loin que le terrain le permettra, ayant toujours en vuë que la route ainsi décrite convienne avec celle que formeroit une corde tenduë sur la Terre. Il seroit bon, qu'on pût pousser cette opération par une étenduë de plusieurs milles d'Allemagne. De cette maniere on sera asseuré avoir tracé la ligne la plus courte sur la surface de la Terre, & on n'aura pas besoin d'en mesurer la longueur. Soit donc ζ l'angle que fait cette route en L avec la Méridienne; & ayant poursuivi cette route fort loin jusqu'en M, qu'on y observe le plus soigneusément les distances des mêmes étoiles fixes au zenith de M à leur passage par le Méridien, afin qu'on en puisse exacte-

exactement conclure la difference des latitudes en L & M, ce qui se pourra faire à quelques secondes près ; soit donc ϕ l'élévation du Pole en M, & quoique sa quantité absoluë ne soit peut-être pas exacte au dernier degré, que du moins la difference entre λ & ϕ le soit autant qu'il est possible. Enfin, on doit aussi tirer en M la méridienne, & mesurer l'angle A Mm, que fait avec elle la continuation de la même route L M, & on nommera cet angle $= \theta$: ce sont toutes les opérations qu'on aura à faire pour déterminer le rapport entre le demi-axe $= a$ & le démi-diamètre de l'équateur $= e$. Car posant $\frac{ee - aa}{ee + aa} = \delta$, de sorte que $\frac{aa}{ee} = \frac{1 - \delta}{1 + \delta}$ & $\frac{a}{e} = \frac{2 - \delta}{2 + \delta}$ à peu près, ou $\frac{e}{a} = 1 + \delta$, nous n'aurons qu'à résoudre cette équation :

$$\sin\theta \cos\phi \sqrt{(1 + \delta \cos 2\lambda)} = \sin\zeta \cos\lambda \sqrt{(1 + \delta \cos 2\phi)}$$

d'où les quatre angles λ, ϕ, ζ & θ étant donnés on tire

$$\delta = \frac{\sin\zeta^2 \cos\lambda^2 - \sin\theta^2 \cos\phi^2}{\sin\theta^2 \cos\phi^2 \cos 2\lambda - \sin\zeta^2 \cos\lambda^2 \cos 2\phi}$$

& partant :

$$\frac{ee}{aa} = \frac{\sin\zeta^2 \cos\lambda^2 \sin\phi^2 - \sin\theta^2 \cos\phi^2 \sin\lambda^2}{\sin\theta^2 \cos\phi^2 \cos\lambda^2 - \sin\zeta^2 \cos\lambda^2 \cos\phi^2}$$

ou bien : $$\frac{ee}{aa} = 1 + \frac{\sin\zeta^2 \cos\lambda^2 - \sin\theta^2 \cos\phi^2}{\cos\lambda^2 \cos\phi^2 (\sin\theta^2 - \sin\zeta^2)}$$

Ayant donc exactement observé & mesuré les quatre angles λ, ϕ, ζ, & θ, on en pourra conclure le rapport entre l'axe de la Terre & le diametre de son équateur, par le moyen de cette formule que je viens de découvrir ; sur laquelle il faut remarquer, qu'elle est exacte, & ne demande aucune approximation, à laquelle il faut nécessairement recourir en employant la méthode ordinaire. Mais, pour rendre cette conclusion d'autant plus seure, il faut choisir une telle contrée sur la

Terre

Terre, & une telle direction de la route qu'on trace, que de petites erreurs commises dans la mesure des angles influent le moins qu'il soit possible sur la conclusion. Or il est évident que, plus le dénominateur $\cos\lambda^2 . \cos\phi^2 . (\sin\theta^2 - \sin\zeta^2)$ sera grand, plus aussi deviendra grand le numérateur, ou la difference entre $\sin\zeta^2 \cos\lambda^2$ & $\sin\theta^2 \cos\phi^2$, ce qui est sans doute le cas le plus favorable, puisqu'alors une petite erreur commise dans la mesure des angles influë moins sur la valeur du numérateur, d'où dépend la justesse de la conclusion.

REMARQUE.

25. Après avoir observé les deux hauteurs du pole en L & M avec l'angle $ALM = \zeta$, si la Terre étoit sphérique, l'angle $AMm = \theta$ seroit tel qu'il fût $\sin\theta = \frac{\sin\zeta \cos\lambda}{\cos\phi}$: donc l'ellipticité de la Terre ne pourra être concluë qu'entant que cet angle se trouvera, ou plus grand, ou plus petit. Or à cause de l'ellipticité nous avons

$$\sin\theta = \frac{\sin\zeta \cos\lambda}{\cos\phi} \sqrt{\frac{1 + \delta \cos 2\phi}{1 + \delta \cos 2\lambda}}$$

ou bien à cause de λ très petit :

$$\sin\theta = \frac{\sin\zeta \cos\lambda}{\cos\phi} (1 + \delta \cos\phi^2 - \delta \cos\lambda^2)$$

Ici il est évident que la difference entre les latitudes λ & ϕ doit être sensible ; car si elle étoit trop petite, la moindre erreur commise dans leur Observation en produiroit une très considérable dans la conclusion. Il faut donc que la route LM ne soit pas perpendiculaire aux méridiennes, puisqu'alors en avançant sur cette route, on ne changeroit pas sensiblement de latitude. On doit principalement ici avoir égard à la longueur de la route LM, quoiqu'il ne soit pas nécessaire de la mesurer; car il est avantageux qu'on puisse parvenir à une conclusion assés seure, sans qu'on soit obligé de poursuivre cette route trop loin. Soit donc s la longueur de la route LM, ou soit plûtot s l'angle, auquel

quel répond sur une surface sphèrique égale à celle de la Terre un arc égal à ce chemin, & puisque cet angle est assés petit, on aura à peu près $\phi = \lambda + s \cos \zeta$; d'où l'on voit que $\cos \zeta$ ne doit pas être trop petit, & partant l'angle ζ ne point trop approcher d'un droit. Mais il faut également que cet angle ζ ne soit pas trop petit, puisqu'alors la différence entre les angles ζ & θ deviendroit trop petite, ce qui rendroit la conclusion également incertaine. Car ayant $\cos \phi = \cos \lambda - s \cos \zeta \sin \lambda$, à cause de s fort petit, on auroit :

$$\sin \theta = \frac{\sin \zeta}{1 - s \cos \zeta \tang \lambda} (1 - 2 \delta s \cos \zeta \sin \lambda \cos \lambda)$$

d'où l'on voit, que pour que la différence $2 \delta s \cos \zeta \sin \lambda \cos \lambda$ devienne sensible, la contrée LM ne doit pas être trop proche, ni du Pole, ni de l'Equateur.

EXEMPLE I.

26. Supposons que le lieu L se trouve à la latitude de 48° de sorte que $\lambda = 48°$, & que la route LM fasse avec la méridienne un angle $\zeta = 30°$; Qu'on ait continué cette route jusqu'à ce qu'on soit parvenu en M à la latitude de 48°, 52′, ce qui arrivera après avoir poussé la route par un espace de 15 miles d'Allemagne à peu près. Ayant donc $\phi = 48°, 52'$, si la terre étoit sphèrique, on trouveroit l'angle AM $m = \theta = 30°, 34', 15''$. Mais à cause de l'ellipticité de la terre, si nous supposons $\delta = \frac{1}{229}$, l'angle θ se trouvera plus petit de 8″, & nous aurons $\theta = 30°, 34', 7'$.

Mais si du même lieu L où $\lambda = 48°$, on étoit parti sous l'angle ALM $= \zeta = 60°$, jusqu'à ce qu'on fut arrivé à la latitude $\phi = 48°, 30'$, ce qui arriveroit aussi après avoir fait un chemin de 15 miles d'Allemagne environ ; dans l'hypothese de la Terre sphèrique on trouveroit l'angle AM $m = \theta = 60°, 59', 23''$. Mais dans l'hypothese de $\delta = \frac{1}{229}$ cet angle seroit $\theta = 60°, 59', 9''$, & partant de 14″ moindre. Ce cas sera donc préférable au précédent pour en connoitre l'ellipticité de la Terre.

Suppofons que partant du même lieu L où $\lambda = 48°$, la route LM foit telle que l'angle ALM $= \zeta = 80°$, & qu'après avoir fait un chemin de 15 miles environ, on parvienne en M à la latitude $\phi = 48°, 10'$. Alors dans l'hypothefe de la terre fphèrique on trouveroit l'angle AM$m = \theta = 81°, 6', 59''$: or dans l'hypothefe de l'ellipticité $\delta = \frac{1}{229}$, cet angle feroit $\theta = 81°, 6', 42''$, & partant de $17''$ moindre.

EXEMPLE 2.

27. Pofons que la contrée foit fi grande, qu'on puiffe continuer la route LM à la diftance de 30 miles environ, & que la latitude du lieu L foit la même qu'auparavant favoir, $\lambda = 48°$. Suppofons d'abord que l'angle de la route foit ALM $= \zeta = 30°$, & la latitude en M fera $\phi = 49°, 44'$. Donc, fi la terre étoit fphèrique, l'angle AMm feroit $\theta = 31°, 10', 20''$; mais dans l'hypothefe de l'ellipticité $\delta = \frac{1}{229}$ cet angle fera $\theta = 31°, 10', 4''$, & partant de $16''$ plus petit.

Mais en partant du même lieu L où $\lambda = 48°$, fous l'angle ALM $= \zeta = 60°$, par un efpace de 30 miles environ, jusqu'à ce qu'on parvienne à la latitude $\phi = 49°$, l'hypothefe fphèrique de la terre donneroit l'angle AM$m = \theta = 62°, 2', 27''$; mais l'hypothefe de l'ellipticité $\delta = \frac{1}{229}$ produiroit $\theta = 62°, 1', 58''$, la différence étant $29''$.

Or fuppofons que la route tracée LM faffe avec la méridienne en L l'angle $\zeta = 80°$, & qu'après l'avoir continuée par 30 miles environ, on foit parvenu en M à la latitude $\phi = 48°, 21'$. Alors dans l'hypothefe fphèrique l'angle AMm feroit $\theta = 82°, 32', 53''$; or dans l'hypothefe de l'ellipticité $\delta = \frac{1}{229}$ cet angle fera $\theta = 82°, 32', 11''$ de $42''$ moindre.

Puisque dans ce cas la différence en latitude eft encore affés fenfible, on pourra l'angle ζ plus approcher de 90° : foit donc l'angle ALM $= \zeta = 85°$, & qu'après un chemin de 30 miles environ on

parvienne

parvienne en M, où la latitude soit $\phi = 48°, 10'$. Alors dans l'hypothese sphérique l'angle AM m seroit $\theta = 88°, 3', 43''$, or dans l'hypothese de l'ellipticité $\delta = \frac{1}{229}$ cet angle sera $\theta = 88°, 2', 27''$, & partant de $76''$ moindre.

COROLLAIRE.

28. On voit par là, qu'à moins que la contrée LM ne soit fort proche de l'équateur, il est toujours avantageux de prendre l'angle HLM à peu près droit. On le pourra même faire tout à fait droit, mais alors le calcul deviendra un peu different de celui, que j'ai employé jusqu'ici, puisqu'en poursuivant la route LM, on approchera de plus en plus de l'équateur. Mais il faut bien remarquer, qu'on fait ici abstraction de toute erreur, qui se pourroit trouver dans les hauteurs du Pole. Il vaudra donc la peine de développer ce cas particulièrement.

PROBLEME IV.

29. *Si en partant du lieu* L *on trace la route* LM *en sorte, qu'elle soit perpendiculaire à la méridienne* ALE, *& qu'on continuë cette route en* M, *où l'on observe la hauteur du pole : trouver l'angle* AML, *que cette route fera avec la méridienne tirée par* M, *tant dans l'hypothese de la terre sphérique, que dans l'hypothese de l'ellipticité exprimée par la fraction* δ. Fig. 3.

SOLUTION.

Soit λ la hauteur du Pole observée en L, & traçant la route LM perpendiculairement à la méridienne tirée en L, on y trouvera la hauteur du Pole de plus en plus petite. Car si dans l'hypothese de la terre sphérique on continuoit l'arc LM, qu'il répondit à l'angle s, & qu'on nommât la hauteur du pole en M $= \phi$, on auroit par la trigonométrie sphérique $\sin \phi = \sin \lambda \cos s$, & partant $\phi < \lambda$. Soit donc en général ϕ la hauteur du pole observée en M, & puisque $\phi < \lambda$, posons $\phi = \lambda - \omega$, de sorte que ω soit un angle fort petit par rapport à λ, parce que nous supposons le lieu L assés éloigné de l'équateur, & la ligne LM fort petite.

 Cela

Cela posé si la terre étoit sphérique, & que nous nommassions l'angle ALM $= \theta$, nous aurions à cause de $\zeta = 90°$:

$$\sin\theta = \frac{\cos\lambda}{\cos\varphi} = \frac{\cos\lambda}{\cos\lambda\cos\omega + \sin\lambda\sin\omega}$$

& à cause de ω fort petit,

$$\cos\theta = \frac{\sqrt{(2\omega\sin\lambda\cos\lambda + \sin\lambda^2 - \omega^2\cos\lambda^2)}}{\cos\lambda + \omega\sin\lambda}$$

ou

$$\cos\theta = \left(\frac{1}{\cos\lambda} - \frac{\omega\sin\lambda}{\cos\lambda^2}\right)\left(\sqrt{2\omega\sin\lambda\cos\lambda} - \frac{\omega^2(\cos\lambda^2 - \sin\lambda^2)}{2\sqrt{2\omega\sin\lambda\cos\lambda}}\right)$$

d'où nous tirons :

$$\cos\theta = \frac{\sqrt{\omega\sin 2\lambda}}{\cos\lambda} - \frac{\omega^2(2 - \cos 2\lambda)}{2\cos\lambda\sqrt{\omega\sin 2\lambda}}$$

Donc, puisque l'angle θ est à peu près droit, si nous posons $\theta = 90° - \mu$, à cause de $\cos\theta = \sin\mu = \mu - \frac{1}{6}\mu^3$, nous aurons

$$\mu = \frac{\sqrt{\omega\sin 2\lambda}}{\cos\lambda} - \frac{\omega^2(4 - \cos 2\lambda)}{6\cos\lambda\sqrt{\omega\sin 2\lambda}}.$$

Mais considérons à présent la terre comme un ellipsoïde, & ayant :

$$\sin\theta = \frac{\cos\lambda}{\cos\varphi}(1 + \delta\cos\varphi^2 - \delta\cos\lambda^2)$$

ou bien

$$\sin\theta = (1 - \omega\tang\lambda)(1 + 2\delta\omega\sin\lambda\cos\lambda)$$

Puisque l'angle θ est aussi à peu près droit, posons pour ce cas $\theta = 90° - \mu$ & nous trouverons

$$\mu = \frac{\sqrt{\omega\sin 2\lambda}}{\cos\lambda} - \frac{\omega^2(4 - \cos 2\lambda)}{6\cos\lambda\sqrt{\omega\sin 2\lambda}} - \frac{2\delta\omega\sin\lambda\cos\lambda^2}{\sqrt{\omega\sin 2\lambda}}.$$

D'où

D'où l'on voit que la difference entre la figure sphérique & elliptique de la terre, produit dans l'angle AML $= \theta$ une difference qui monte à $\delta \cos \lambda \sqrt{\omega} \sin 2\lambda$, dont l'angle AML est plus grand dans l'hypothese de l'ellipsoïde applati, que dans l'hypothese sphérique.

Mais, si la route ML est mesurée sur la surface sphérique par l'angle s, ayant $\sin \phi = \sin \lambda \cos s = \sin \lambda \cos \omega - \cos \lambda \sin \omega$, on aura $\omega = \frac{1}{2} s s \operatorname{tang} \lambda$, & partant la dite difference sera $= \delta s \sin \lambda \cos \lambda$.

COROLL. 1.

30. De là on voit que cette différence devient la plus grande sous la latitude de 45°, la longueur de la route s demeurant la même. Or, si nous posons $s = 2°$, $\lambda = 45°$, & $\delta = \frac{1}{229}$ cette différence ne se trouve que $\frac{1}{229} \cdot \frac{1}{2} s = 15\frac{2}{3}''$, ce qui est de beaucoup moins que dans le dernier cas du second Exemple (27), où pour une route égale ayant pris l'angle $\zeta = 85°$, la différence s'est trouvée $76''$.

COROLL. 2.

31. Il n'est donc pas avantageux de faire l'angle ALM $= \zeta$ droit, quoique la difference devienne très sensible, si l'on approche cet angle tant de 90°, qu'il n'en différe plus sensiblement: puisque dans le cas $\zeta = 85°$, la différence s'est trouvée de $76''$, tandis que faisant l'angle ζ droit, elle ne monte qu'à environ $15''$.

COROLL. 3.

32. Il est donc fort important de déterminer l'angle ζ, suivant lequel, lorsqu'on produit la route LM jusqu'à une certaine distance, la différence entre les valeurs de l'angle θ, qui répondent tant à la figure sphérique qu'elliptique de la terre, devienne la plus grande.

PROBLEME V.

Fig. 2. 33. *Trouver la direction de la route* LM, *qu'il faut choisir pour qu'après être parvenu en* M, *& y avoir observé la hauteur du pole, l'angle de la route avec la méridienne en* M *differe le plus qu'il soit possible dans les hypotheses de la sphéricité & ellipticité de la Terre.*

SOLUTION.

Soit la hauteur du pole en $L = \lambda$, l'angle de la route LM, qu'on cherche, $ALM = \zeta$, & la hauteur du pole en $M = \phi$. Or le principal, à quoi il faut ici réfléchir, est la longeur du chemin LM, afin qu'en la prenant à peu près la même, la différence entre la sphéricité & l'ellipticité de la terre devienne la plus sensible dans l'angle AMm. Que l'angle s marque la longueur de la route LM, si la terre étoit sphérique, & alors on aura par la trigonométrie spherique:

$$\sin \phi = \cos \zeta \cos \lambda \sin s + \sin \lambda \cos s$$

Soit donc cet angle ϕ la hauteur du Pole en M, où il faut bien remarquer, que lorsque la terre n'est pas sphérique, l'angle s ne se rapporte plus à la longueur de la route LM, où il n'en marquera qu'à peu près la grandeur.

Considérons maintenant la terre comme sphérique, & posons l'angle $AMm = \theta$, & nous avons vû qu'il y aura $\sin \theta = \frac{\sin \zeta \cos \lambda}{\cos \phi}$.

Mais donnant à la terre une ellipticité exprimée par δ, cet angle AMm sera un peu plus petit; posons donc cet angle $AMm = \theta - \omega$, & nous aurons

$$\sin (\theta - \omega) = \frac{\sin \zeta \cos \lambda}{\cos \phi} (1 - \delta (\cos \lambda^2 - \cos \phi^2))$$

or cette équation se reduit à

$$\cos \omega - \cos \theta \sin \omega = 1 - \delta (\cos \lambda^2 - \cos \phi^2)$$

d'où

d'où l'on voit que l'angle ω étant fort petit, le cas ne sauroit être plus favorable, que lorsque $\theta = 90°$, puisqu'alors, à cause de $\cos\omega = 1 - \frac{1}{2}\omega\omega$, & $\omega^2 = 2\delta(\cos\lambda^2 - \cos\phi^2)$ la difference ω est déterminée par $\sqrt{\delta}$, & partant beaucoup plus considérable que si elle étoit proportionnelle à δ.

Posons donc $\theta = 90°$, & il faut qu'il y ait: $\sin\zeta = \frac{\cos\phi}{\cos\lambda}$, ou $\cos\phi = \sin\zeta\cos\lambda$, donc $\sin\phi = \sqrt{(1 - \sin\zeta^2\cos\lambda^2)}$. Or cette valeur étant substituée donne

$$1 - \sin\zeta^2\cos\lambda^2 = \cos\zeta^2\cos\lambda^2\sin s^2 + 2\cos\zeta\sin\lambda\cos\lambda\sin s\cos s + \sin\lambda^2\cos s^2$$

où

$$0 = (\cos\zeta\cos\lambda\cos s - \sin\lambda\sin s)^2 \text{ donc } \cos\zeta = \tang\lambda\tang s$$

& de là nous tirons:

$$\sin\phi = \frac{\sin\lambda\sin s^2}{\cos s} + \sin\lambda\cos s = \frac{\sin\lambda}{\cos s}$$

Ayant donc établi la longueur de la route à peu près selon la nature de la contrée, en sorte que quinze miles d'Allemagne soient contées pour un degré: on aura d'abord l'angle ALM $= \zeta$, que la route doit faire avec la méridienne en l, par la formule $\cos\zeta = \tang\lambda\tang s$: & on parviendra sur cette route à un endroit M, où l'élévation du pole sera ϕ, de sorte que $\sin\phi = \frac{\sin\lambda}{\cos s}$.

Or étant parvenu à cette hauteur du Pole sur la route marquée LM, il est certain que si la terre étoit sphérique, on trouveroit la route perpendiculaire à la méridienne en M; ou bien l'angle θ seroit droit. Mais, dans l'hypothese de l'ellipticité de la Terre, l'angle AMm se trouvera moindre que droit: supposons donc que cet angle soit $= 90° - \omega$, & nous aurons à cause de $\theta = 90°$

$$\cos\omega = 1 - \delta(\cos\lambda^2 - \cos\phi^2) = 1 - \tfrac{1}{2}\omega\omega$$

donc

donc $\omega = \sqrt{2\delta}\,(\cos\lambda^2 - \cos\varphi^2)$

or $\cos\varphi^2 = 1 - \frac{\sin\lambda^2}{\cos s^2}$ & partant

$$\cos\lambda^2 - \cos\varphi^2 = -\sin\lambda^2 + \frac{\sin\lambda^2}{\cos s^2} = \sin\lambda^2 \tan s^2$$

Par conséquent nons aurons $\omega = \sin\lambda \tan s \sqrt{2\delta}$

ou, puisque l'arc s est toujours si petit, qu'on le peut confondre avec la tangente, la différence des angles A M m qui répondent, ou à la sphéricité ou à l'ellipticité de la Terre, sera

$$\omega = s \sin\lambda \sqrt{2\delta}$$

Et réciproquement ayant bien observé l'angle A M $m = 90° - \omega$, on en déduira la figure elliptique de la terre: $\delta = \frac{\omega^2}{2ss\sin\lambda^2}$ ou à cause de $s = \frac{\cos\zeta}{\tan\lambda}$: on aura $\delta = \frac{\omega\,\omega}{2\cos\zeta^2\cos\lambda^2}$.

COROLL. I.

34. Cette méthode semble donc fort avantageuse dans toutes les régions de la terre, qui ne sont pas trop proches de l'équateur, puisque à cause de $\sin\lambda$ trop petit, la difference ω deviendroit insensible. Mais plus le païs est éloigné de l'équateur, cette opération se pratiquera avec d'autant plus de succés. Cependant il est évident, que trop près des Poles cette méthode perd à d'autres égards son utilité; puisque sous les Poles mêmes il n'y a point de lignes méridiennes.

COROLL. 2.

35. Plus on continuë loin la route L M, & plus devient grande la différence ω dans la même raison. Mais il n'en est pas de même de l'ellipticité δ, dont l'angle ω suit la raison soudoublée: de sorte que si la valeur de δ devenoit quatre fois plus grande, l'angle ω ne seroit augmenté

menté qu'au double. Or la grandeur de cet angle ω suppléra suffisamment à ce défaut.

COROLL. 3.

36. Supposons l'ellipticité $\delta = \frac{1}{229}$, & la longueur de la route LM environ de 15 miles d'Allemagne. Soit de plus la hauteur du pole en L de 45°, & à cause de $\sin \lambda = \frac{1}{\sqrt{2}}$ & $s = 1°$, il y aura à peu prés $\omega = \frac{1}{15}$ degré $= 4'$; & cette différence est assés sensible pour découvrir la véritable ellipticité de la terre.

EXEMPLE.

37. Que le lieu L se trouve à la latitude de 52°, 31′, & qu'on ait la commodité de tracer une ligne vers l'ouëst, ou environ, par une étenduë de 15 miles environ, & il s'agit de trouver la direction la plus avantageuse de la ligne LM à tracer. Puisque $\lambda = 52°, 31'$ & $s = 1°$, on aura

$$\begin{array}{rlcrl} & l \operatorname{tang} \lambda = 10,1152811 & & & l \sin \lambda = 9,8995636 \\ + & l \operatorname{tang} s = 8,2419215 & & - & l \cos s = 9,9999338 \\ & l \cos \zeta = 8,3572026 & & & l \sin \phi = 9,8996298 \end{array}$$

donc $\zeta = 88°, 41', 45''$ & $\phi = 52°, 31', 41''$.

Maintenant, puisqu'il seroit impossible d'observer exactement ces mesures, & qu'il suffit de s'en tenir à peu près, supposons qu'on ait tracé la ligne LM en sorte, qu'elle fasse avec la méridienne tirée par L vers le nord un angle de 88°, 41′, 30″, & qu'on ait poussé cette ligne jusqu'en M, où l'on ait observé la hauteur du pole de 40″ plus grande qu'en L: de sorte que

$$\lambda = 52°, 31'; \ \zeta = 88°, 41' 30'' \ \& \ \phi = 52°, 31', 40''$$

Cela posé, voyons sous quel angle cette ligne LM sera inclinée à la méridienne tirée par M, tant lorsque la terre seroit sphérique que sphéroïdique

dique elliptique dans l'hypothese $\delta = \frac{1}{229}$. Or d'abord si la terre étoit sphérique, & qu'on posât l'angle A M $m = \theta$, ayant $\sin\theta = \frac{\sin\zeta\cos\lambda}{\cos\varphi}$, nous aurons ce calcul à faire:

$$
\begin{array}{rrl}
 & l\sin\zeta = & 9,9998868 \\
 & l\cos\lambda = & \underline{9,7842824} \\
 & & 9,7841692 \\
 & l\cos\varphi = & \underline{9,7841726} \\
\text{donc} & l\sin\theta = & 9,9999966 \\
\text{\& partant} & \theta = & 89^\circ, 46', 24''
\end{array}
$$

Mais si la terre étoit sphéroïdique selon la valeur $\delta = \frac{1}{229}$ & que θ marquât encore l'angle A M m, ayant

$$\sin\theta = \frac{\sin\zeta\cos\lambda}{\cos\varphi}\left(1 - \delta(\cos\lambda^2 - \cos\varphi^2)\right)$$

il faudra faire ce calcul:

$$
\begin{array}{lll}
l\cos\lambda^2 = 9,5685648 & \ldots\ldots & \cos\lambda^2 = 0,3703094 \\
l\cos\varphi^2 = 9,5683452 & \ldots\ldots & \cos\varphi^2 = \underline{0,3701223} \\
 & & \cos\lambda^2 - \cos\varphi^2 = 0,0001171 \\
 & & \delta(\cos\lambda^2 - \cos\varphi^2) = 0,0000008
\end{array}
$$

$$\text{\& partant } \sin\theta = 0,9999992 \cdot \frac{\sin\zeta\cos\lambda}{\cos\varphi}$$

$$
\begin{array}{rrl}
\text{or } l\frac{\sin\zeta\cos\lambda}{\cos\varphi} & = & 9,9999966 \\
l\,0,9999992 & = & 9,9999996 \\
\sin\theta & = & 9,9999962 \\
\text{\& partant } \theta & = & 89^\circ, 45', 35''
\end{array}
$$

La différence est donc 48'', mais elle monteroit bien à 4', 30'', si l'on avoit suivi exactement les déterminations trouvées par le calcul.

REMAR-

REMARQUE. I.

38. Mais dans cet exemple & d'autres ſemblables, il faut bien remarquer, que la différence des latitudes λ & ϕ eſt ſi petite, que la moindre erreur commiſe dans les obſervations influeroit trop ſenſiblement ſur la concluſion. Car, puisqu'après avoir obſervé les quatre angles λ, ϕ & ζ, θ, on a pour l'ellipticité de la terre

$$\delta = \left(1 - \frac{\sin\theta \cos\phi}{\sin\zeta \cos\lambda}\right) : (\cos\lambda^2 - \cos\phi^2)$$

pour que la concluſion ſoit ſeure, il faut que le dénominateur ne provienne pas trop petit. Or, pour faire voir combien une erreur commiſe dans la meſure de ces angles influë ſur la concluſion, conſidérons le dernier cas du 2 exemple §. 27. où ſuppoſant $\delta = \frac{1}{229}$ les quatre angles étoient :

$$\lambda = 48^\circ;\ \phi = 48^\circ,\ 10',\quad \zeta = 85^\circ,\ \&\ \theta = 88^\circ,\ 2',\ 27''.$$

& ſuppoſons que dans la difference des latitudes λ & ϕ, & dans celle des angles ζ & θ, on ſe ſoit trompé de $5''$, de ſorte que des opérations actuelles on ait tiré,

$$\lambda = 48^\circ;\ \phi = 48^\circ,\ 10',\ 5'';\ \zeta = 85^\circ;\ \&\ \theta = 18^\circ,\ 2',\ 22''.$$

& voyons quelle ſeroit l'ellipticité qu'on en trouvera :

$l \sin\theta$	$= 9{,}9997457$	$l \cos\lambda^2$	$= 9{,}6510218$
$l \cos\phi$	$= 9{,}8240919$	$l \cos\phi^2$	$= 9{,}6481838$
	$9{,}8238376$	$\cos\lambda^2$	$= 0{,}4477358$
$l \sin\zeta$	$= 9{,}9983442$	$\cos\phi^2$	$= 0{,}4448195$
$l \cos\lambda$	$= 9{,}8255109$	Den.	$= 0{,}0029163$
	$9{,}8238551$		
$l \frac{\sin\theta\cos\phi}{\sin\zeta\cos\lambda}$	$= 9{,}9999825$	donc δ	$= \frac{403}{29163} = \frac{1}{72}$
nombre	$= 0{,}9999597$		
Numérateur	$= 0{,}0000403$		

On trouveroit donc l'ellipticité beaucoup plus grande qu'elle ne ſeroit en effet, & cette grande différence réſulte principalement de l'erreur de l'angle ϕ dans le numérateur : car le dénominateur n'en ſouffre pas

considérablement. Car, si l'on se trompe dans l'angle φ de $d\varphi$, la valeur de δ en devient fausse de $\frac{d\varphi \sin\theta \sin\varphi}{\sin\zeta \cos\lambda(\cos\lambda^2 - \cos\varphi^2)}$, ou bien cette erreur sera à la quantité de δ même, comme $d\varphi \sin\theta \sin\varphi$ à $\sin\zeta \cos\lambda - \sin\theta \cos\varphi$. Donc, afin que l'erreur ne soit pas considérable, il faut que $\sin\zeta \cos\lambda - \sin\theta \cos\varphi$, & partant aussi le dénominateur $\cos\lambda^2 - \cos\varphi^2$ ne devienne pas trop petit.

REMARQUE. 2.

59. Il vaudra donc mieux de faire l'angle ALM $= \zeta$ plus petit, quoique la différence dans l'angle θ pour l'hypothese sphérique & elliptique devienne plus petite; car les avantages remarqués cy-dessus lorsqu'on prend l'angle ζ presque droit, supposent absolument, qu'on ne commette pas la moindre erreur dans l'observation des latitudes, & dès qu'on y doit soupçonner quelque erreur, il faut abandonner cette route, & lui en préférer d'autres, où l'angle ζ est pris beaucoup plus petit. Ayant donc trouvé en supposant

$\delta = \frac{1}{229}$, $\lambda = 48°$, $\varphi = 49°$, $\zeta = 60°$, l'angle $\theta = 62°, 1', 58''$

supposons qu'on ait trouvé par les opérations actuelles:

$\lambda = 48°$; $\varphi = 49°, 0', 3''$; $\zeta = 60°$ & $\theta = 62°, 1', 53''$

& cherchons de là l'ellipticité δ:

$l \sin\theta$	$= 9,9460614$	$l \cos\lambda^2$	$= 9,6510218$
$l \cos\varphi$	$= 9,8169308$	$l \cos\varphi^2$	$= 9,6338616$
	$9,7629922$		
$l \sin\zeta$	$= 9,9375306$	$\cos\lambda^2$	$= 0,4477358$
$l \cos\lambda$	$= 9,8255109$	$\cos\varphi^2$	$= 0,4303894$
	$9,7630415$	Dénom.	$= 0,0173464$
$l \frac{\sin\theta \cos\varphi}{\sin\zeta \cos\lambda}$	$= 9,9999507$	Donc δ	$= \frac{1135}{173464} = \frac{1}{153}$
nombre	$= 9,9998865$		
Numérateur	$= 0,0001135$		

Dans

Dans ce cas donc l'erreur des obſervations influë beaucoup moins ſur la concluſion. Cependant on trouvera de même, qu'il n'eſt pas avantageux de prendre l'angle ζ trop petit; car ſi nous le prenions de 30°, & que nous fiſſions φ de 5″ trop grand, & θ de 5″ trop petit, nous trouverions $\delta = \frac{1}{225}$: d'où l'on peut conclure que le meilleur parti eſt toujours de tracer la ligne L M en ſorte, qu'elle faſſe avec la méridienne un angle moindre que 60°, & plus grand que 30°. Il y a d'autres raiſons qui conſeillent de prendre cet angle ζ de 54°, 44′, pour que ſin ζ^2 coſ ζ devienne un *maximum*: mais, puisqu'on eſt incertain, ſi les erreurs affectent les angles λ & φ, & quel rapport ces doubles erreurs tiennent entr'elles, on ne ſauroit rien déterminer de précis là deſſus; & il ſuffit d'avoir fixé les limites de 30° & 60° entre lesquels l'angle ζ doit être choiſi. Or le plus avantageux eſt de continuer la ligne L M auſſi loin qu'il eſt poſſible; car plus on la pourra allonger, & plus ſera-t-on ſûr de la concluſion, qu'on en tirera. Cependant je dois avouër que cette méthode ne ſauroit jamais être exécutée dans la pratique: car non ſeulement on rencontreroit des difficultés inſurmontables à tracer la ligne la plus courte; mais auſſi la ligne méridienne ne ſauroit jamais être tracée ſi exactement, que le ſuccès de cette méthode l'exige, une erreur de 20″ y étant presque inévitable.

EXAMEN
D'UNE
CONTROVERSE
SUR LA LOI
DE REFRACTION
DES RAYONS DE DIFFERENTES COULEURS
PAR RAPPORT À LA DIVERSITÉ DES MILIEUX TRANSPARENS PAR LESQUELS ILS SONT TRANSMIS.

PAR M. EULER.

Ayant proposé dans les Mémoires de notre Académie pour l'Année 1747. une méthode de perfectionner les verres objectifs en sorte, que la diverse refrangibilité des rayons ne troublât plus la répréſentation ; j'ai bien prevû que l'éxécution de tels verres seroit *assujettie* à des difficultés presque insurmontables. Les deux ménisques, entre lesquels la cavité doit être remplie d'eau, ou de quelque autre liqueur transparente pour composer un tel objectif parfait, doivent avoir si exactement la figure prescrite par le calcul, que la moindre aberration dérange très considérablement l'effet, qu'on s'en promettoit. Mais quand même on auroit réüssi à donner à chaque face de ces ménisques la courbure exigée par la Théorie, la figure sphérique à laquelle la Pratique ordinaire est restrainte, seroit toujours la cause, que ces objectifs n'admettroient qu'une si petite ouverture, qu'elle les rendroit inférieurs aux objectifs ordinaires. Cependant, si l'on trouvoit moyen de perfectionner l'art de polir les verres, en sorte qu'au lieu de la figure sphérique on leur pût donner une autre figure plus convenable comme celle d'une parabole, il n'y auroit aucun doute, que ces nouveaux verres objectifs ne fussent susceptibles d'une assés grande ouverture pour nous procurer tous les avantages,

que

que la diverſé réfrangibilité des rayons nous refuſe dans les objectifs ordinaires.

Mais mon Mémoire ſur cette perfection des verres objectifs a été attaqué d'un tout autre côté. Un habile Mathématicien Anglois, M. *Dollond*, prétend que mon raiſonnement même, duquel j'ai tiré la construction de ces verres, eſt fondé ſur un faux principe. Il m'a fait l'honneur de me communiquer ſon objection par le canal du célébre M. *Short*, avant que de la rendre publique, & j'ai lieu de croire que ma réponſe lui ſatisfit, puisque le dernier Volume des Transactions contient tant la lettre de M. *Dollond*, que ma réponſe, ſans qu'il y ait ajouté une replique. Cependant, ayant trouvé depuis des arguments plus convaincans contre le ſentiment que M. *Dollond* a avancé, je crois que leur explication ſervira non ſeulement à confirmer ma Théorie, mais auſſi à mettre dans un plus grand jour la loi de réfraction des rayons de diverſes couleurs.

Etat de la controverſe.

Si dans le paſſage de la Lumière d'un milieu dans un autre, la raiſon du ſinus d'incidence au ſinus de réfraction eſt pour les rayons rouges comme $r : 1$ & pour les violets comme $v : 1$;

Et que dans le paſſage d'un autre milieu dans un autre quelconque la même raiſon du ſinus d'incidence au ſinus de réfraction ſoit pour les rayons rouges comme $R : 1$, & pour les violets comme $V : 1$.

Il eſt certain qu'il y aura un certain rapport entre les nombres R & V, qui dépend de celui entre les nombres r & v, de ſorte que connoiſſant trois de ces quatre nombres r, v, R & V, on en puiſſe déterminer le quatrième.

Or j'avois avancé que le nombre V eſt toujours une ſemblable puiſſance de v, que R l'eſt de r; ou bien ſi $R = r^{\alpha}$, je dis qu'il y aura auſſi $V = v^{\alpha}$, l'expoſant de la puiſſance α étant de part & d'autre

tre le même. Ou, puisque en prenant les logarithmes on a $lR = \alpha lr$ & $lV = \alpha lv$, & partant $\alpha = \frac{lR}{lr} = \frac{lV}{lv}$; mon sentiment porte que les logarithmes des quatre nombres r, v, R & V sont proportionnels entr'eux, c'est à dire qu'il y aura toujours

$$lr : lv = lR : lV$$

Mais Mr. *Dollond* prétend, que ce rapport est faux & contraire à l'éxpérience, par laquelle on avoit trouvé que ces quatre nombres r, v, R & V, suivoient toujours un tel rapport entr'eux, qu'il y eut

$$r - 1 : v - 1 = R - r : V - v$$

laquelle proportion se réduit à celle-cy

$$r - 1 : v - 1 = R - 1 : V - 1.$$

Il s'agit donc de décider cette question, si marquant par r, v, R, V les nombres, dont je viens d'exposer la signification, leur rapport mutuel est renfermé dans cette proportion, que Mr. *Dollond* prétend être conforme à l'expérience

$$r - 1 : v - 1 = R - 1 : V - 1$$

ou plutôt dans celle, sur laquelle est fondée toute ma Théorie sur la perfection des verres objectifs

$$lr : lv = lR : lV$$

On comprend aisément, que la décision de cette question est de la derniere importance dans la Théorie de la réfraction; & on sera surpris qu'un article si essentiel n'ait pas été suffisament établi par le grand *Newton*, à qui nous sommes redevables de toutes les autres découvertes sur la diverse réfrangibilité des rayons. Il est bien vray, que cet illustre Philosophe se déclare assés ouvertement pour la proportion, que Mr. *Dollond* m'oppose, mais il n'en a nulle part donné une preuve directe; & il semble qu'il ne l'ait envisagé que comme assés conforme aux expériences, sans qu'il l'ait cru fondée réellement dans la nature de la réfraction. Or, quoiqu'il en soit, je soutiens que cette proportion ne

saurait

ſauroit avoir lieu dans la Nature, quelque d'accord qu'elle puiſſe paroître avec les expériences, attendu qu'elle renferme des contradictions ouvertes dans ſoy-même : & que ce n'eſt que ma proportion, qui puiſſe ſubſiſter avec les loix ſacrées de la Nature. Les réfléxions ſuivantes mettront hors de doute ce que je viens d'avancer, & fourniront une déciſion complette de la queſtion dont il s'agit.

I. RE'FLEXION.

Je conviens d'abord, que la proportion de Mr. *Dollond* répond aſſés exactement à l'expérience: car la methode, dont on ſe ſert ordinairement pour decouvrir la réfraction, ne nous laiſſe pas appercevoir les petites aberrations, & une proportion produite pour cet effet devroit être enormement défectueuſe, pour qu'on en pût découvrir la fauſſeté par l'expérience. Je ſoutiens donc que la difference entre la proportion de Mr. *Dollond* & la mienne eſt ſi petite, que l'expérience ordinaire ne ſauroit jamais décider, laquelle des deux eſt la véritable; & les mêmes expériences, qu'il peut alléguer en faveur de ſa proportion, doivent également prouver la mienne. Pour faire voir cela plus clairement, conſidérons d'abord le paſſage de la lumiere de l'air dans le verre, & on ſait que la raiſon du ſinus d'incidence au ſinus de réfraction eſt

pour les rayons rouges, comme $r: \ 1 = \frac{77}{50}: 1$

pour les rayons violets, comme $v: \ 1 = \frac{78}{50}: 1$

Maintenant conſidérons auſſi le paſſage de l'air dans l'eau, & poſons pour les rayons rouges la raiſon de réfraction

$$R: \ 1 = 4: 3 = \tfrac{4}{3}: 1 \quad \text{ou } R = \tfrac{4}{3}$$

& on demande quelle ſera la raiſon de réfraction pour les rayons violets de l'air dans l'eau, laquelle ſoit comme $V: 1$. Or ſelon la proportion de Mr. *Dollond* on trouve

$$r - 1 \ (\tfrac{27}{50}): v - 1 \ (\tfrac{28}{50}) = R - 1 \ (\tfrac{1}{3}): V - 1$$

 donc

donc $V - 1 = \frac{28}{81}$, & partant $V = \frac{109}{81}$, de sorte qu'on auroit pour les rayons violets la raison de réfraction en passant de l'air dans l'eau comme $\frac{109}{81}$ à 1.

Mais selon ma proportion on aura

$$lr\ (0,1875207) : lv\ (0,1931246) = lR\ (0,1249387) : lV$$

$$\text{donc } lV = \frac{0,1931246}{0,1875206} \cdot 0,1249387 = 0,1286725$$

& partant $V = 1,344846$

Or la proportion de Mr. *Dollond* ayant donné $V = \frac{109}{81}$, ou en fraction décimale $V = 1,345679$, où l'on voit que la différence est seulement 0, 000833 ou $\frac{1}{1200}$, qui est certainement si petite, qu'elle doit échaper aux Expériences les plus exactes. On ne sauroit donc provoquer à l'expérience pour prouver plutôt l'une que l'autre de ces deux proportions: or je parle ici de la maniere ordinaire, dont les Physiciens font ces Expériences sur la réfraction; car il y a une autre espece d'Expériences, par lesquelles on sera en état d'appercevoir encore de plus petites différences dans la réfraction, dont je parlerai à une autre occasion.

II. RE'FLEXION.

Or, sans recourir à l'expérience, je prouverai par le seul raisonnement, que la proportion de Mr. *Dollond* ne sauroit avoir lieu dans la Nature, à cause d'une contradiction intrinsèque qu'elle renferme. Pour cet effet considérons le passage de la lumiere d'un milieu quelconque A dans un autre milieu quelconque B; & soit la raison du sinus d'incidence au sinus de réfraction pour les rayons rouges comme r à 1, & pour les rayons violets connu v à 1; & en vertu de la proportion de Mr. *Dollond* la raison de $r - 1$ à $v - 1$ devroit toujours être la même, de quelque nature que soient les deux milieux A & B; ou bien elle devroit être la même, que donne le passage de l'air dans le verre. Or ayant pour

pour ce cas $r = \frac{77}{50}$ & $v = \frac{78}{50}$, & partant $r - 1 = \frac{27}{50}$ & $v - 1 = \frac{28}{50}$, on auroit en général pour le passage du milieu A dans le milieu B cette proportion:

$$r - 1 : v - 1 = 27 : 28$$

Maintenant supposons que la lumiere repasse du milieu B dans le milieu A, & nous savons par le principe général de la réfraction, que la raison du sinus d'incidence à celui de réfraction sera pour les rayons rouges comme 1 à r, ou bien comme $\frac{1}{r}$ à 1, & pour les rayons violets comme 1 à v, ou bien comme $\frac{1}{v}$ à 1. Donc, en vertu du principe de Mr. *Dollond*, il devroit être pareillement

$$\frac{1}{r} - 1 : \frac{1}{v} - 1 = 27 : 28$$

& partant $\frac{1}{r} - 1 : \frac{1}{v} - 1 = r - 1 : v - 1$

On auroit donc $\frac{v(1-r)}{r(1-v)} = \frac{r-1}{v-1}$ ou $\frac{v(r-1)}{r(v-1)} = \frac{r-1}{v-1}$

& partant $v = r$, ce qui est ouvertement faux, & la proportion de Mr. *Dollond* se contredit à elle-même.

Or la proportion, que j'ai établie, satisfait parfaitement à ce renversement du passage de la lumiere: selon moi la raison de lr à lv devant toujours être la même, sera celle qui résulte du passage de l'air dans le verre, & partant

$$lr : lv = 0,1875207 : 0,1931246$$

qui se réduit à ces moindres nombres

$$lr : lv = 67 : 69$$

Or pour le passage du milieu B dans le milieu A ayant $\frac{1}{r}$ & $\frac{1}{v}$ au lieu de r & v, il est evident qu'il y aura pareillement

$$l\,\frac{1}{r} : l\,\frac{1}{v} = 67 : 69$$

car $l\,\frac{1}{r} = -\,lr$ & $l\,\frac{1}{v} = -\,lv$, & il y a sans doute

$$-\,lr : -\,lv = lr : lv = 67 : 69$$

III. REFLEXION.

Mais peut-être M. *Dollond* cherchera-t-il à détruire la force de cet argument en ajoutant à sa proportion cette limitation; que des raisons de réfraction $r : 1$ & $v : 1$ il ne faut tirer cette raison $r - 1 : v - 1$, qu'entant que les nombres r & v sont plus grands que l'unité : & que s'il arrivoit, que ces nombres fussent plus petits que l'unité; il faudroit alors renverser ces raisons, & en former celle-cy $\frac{1}{r} - 1 : \frac{1}{v} - 1$. Mais, outre qu'une telle limitation seroit peu conforme à un principe général de la Nature, je ferai voir qu'accordant même cette limitation, son principe ne cesse pas d'impliquer une contradiction ouverte. Car considérons trois milieux A, B, C, dont le premier A soit le plus rare, & le troisième C le plus dense : & posons pour le passage de la lumière de A en B la raison du sinus d'incidence à celui de réfraction :

pour les rayons rouges, comme r à 1
pour les rayons violets, comme v à 1

Ensuite pour le passage du milieu B en C, soit la raison du sinus d'incidence à celui de réfraction

pour les rayons rouges, comme R à 1
pour les rayons violets, comme V à 1

Puisque

Puisque donc tant r & v que R & V sont des nombres plus grands que l'unité, le principe de M. *Dollond* exige qu'il soit

$$r - 1 : v - 1 = 27 : 28 \quad \& \quad R - 1 : V - 1 = 27 : 28$$

donc $v = 1 + \frac{28}{27}(r - 1)$ & $V = 1 + \frac{28}{27}(R - 1)$

Mais supposons à présent, que les rayons passent immédiatement du milieu A dans le milieu C, & il est évident par les premiers principes de la réfraction, que la raison du sinus d'incidence à celui de réfraction sera en raison composée des précédentes, sçavoir

pour les rayons rouges, comme r R à 1

pour les rayons violets, comme v V à 1

Donc, puisque les nombres rR & vV sont à plus forte raison plus grands que l'unité, M. *Dollond* ne sauroit nier, qu'en vertu de son principe il ne dût être

$$rR - 1 : vV - 1 = 27 : 28$$

Or les valeurs déjà trouvées pour v & V donnent

$$vV - 1 = \frac{28}{27}(r - 1) + \frac{28}{27}(R - 1) + \frac{784}{729}(r - 1)(R - 1)$$

laquelle quantité devroit être égale à $\frac{28}{27}(rR - 1)$, ce qui est ouvertement faux; puisqu'il en suivroit

$$r - 1 + R - 1 + \frac{28}{27}(Rr - R - r + 1) = rR - 1$$

ou $(r - 1)(R - 1) = o$, dont l'absurdité ne sauroit être révoquée en doute.

IV. REFLEXION.

Il est donc mis hors de doute, que la proportion de M. *Dollond* ne sauroit être admise en aucune maniere dans la Théorie de la Réfraction; & les mêmes argumens prouvent suffisamment, qu'aucune autre proportion que la mienne ne sauroit subsister dans la Nature. Car si pour le passage du milieu A dans le milieu B on a

$$lr : lv = 67 : 69 \quad \text{ou} \quad \frac{lr}{lv} = \frac{67}{69}$$

& pour le passage du milieu B dans le milieu C

$$lR : lV = 67 : 69 \quad \text{ou} \quad \frac{lR}{lV} = \frac{67}{69}$$

le même principe donnera pour le passage du milieu A dans le milieu C cette proportion :

$$lrR : lvV = 67 : 69 \quad \text{ou} \quad \frac{lrR}{lvV} = \frac{67}{69}$$

ce qui est parfaitement d'accord avec les deux proportions précédentes. Et pour peu qu'on fasse attention à ces conditions, que la nature de la réfraction exige, on s'appercevra aisément qu'aucune autre proportion que celle des logarithmes ne sauroit leur satisfaire. Soit donc que feu M. *Newton* ait soutenu la proportion de M. *Dollond*, comme la véritable, ou seulement comme approchante de la vérité, ce qui paroit plus vraisemblable, elle doit également être rejettée; & il n'y a que la proportion, sur laquelle j'ai fondé ma Théorie de la perfection des verres objectifs, qui soit conforme à la Nature. Après le dévélopement de ces argumens invincibles, M. *Dollond* ne fera plus difficulté de reconnoitre la justesse des raisonnemens, qui m'ont conduit à la perfection des verres objectifs ; & si leur exécution n'a pas répondu jusqu'ici à l'espérance qu'on en a pû concevoir, il avouëra avec moy, que la cause doit uniquement être attribuée à la figure sphérique, qu'on donne ordinairement aux faces des verres, laquelle n'est susceptible que d'une très petite ouverture; qui cependant n'empêche pas, que la confusion, que la diverse réfrangibilité des rayons cause dans les objectifs ordinaires, ne soit entièrement détruite, pourvû qu'on donne aux faces des ménisques exactement la figure prescrite par la Théorie, & qu'on fasse l'ouverture assés petite.

V. RE'FLEXION.

Cependant il est remarquable, que si la proportion de M. *Dollond* étoit la véritable, il n'y auroit pas absolument moyen de diminuer seulement la confusion de la diverse réfrangibilité des rayons ; car elle dépen-

dépendroit toujours également de la diſtance du foyer des verres, de quelque maniere qu'ils ſoient compoſés de diverſes matieres transparentes. Or c'eſt de là que j'avois tiré un argument à mon avis bien fort contre la proportion de M. *Dollond*: puisqu'il en ſuivroit, que l'oeil, de quelque différentes humeurs qu'il fût compoſé, devroit toujours repréſenter ſur la rétine les objets altérés de diverſes couleurs, tout comme s'il ne contenoit qu'une ſeule lentille, & qu'il fût ſemblable à une petite chambre obſcure. Or puisqu'il eſt très certain, qu'une telle confuſion ne ſe rencontre pas dans la viſion, j'en avois conclu, qu'il eſt poſſible de prévenir une telle confuſion par la compoſition de diverſes matieres transparentes, & que par conſéquent la proportion de M. *Dollond* étoit contraire à l'expérience. Cependant dans une Lettre qu'il m'a écrite depuis, il n'a pas voulu reconnoitre la force de cet argument, ſous le prétexte qu'il n'appartenoit point à la queſtion, dont il s'agiſſoit; & quoique j'y euſſe auſſi ajouté une preuve directe de ma proportion, ſon principe lui ſembloit encore trop tenir à cœur, pour l'abandonner. Mais à préſent j'eſpère que les argumens, que je viens d'expoſer, ſeront aſſés forts pour l'y porter, quelque grand qu'ait pu être ſon attachement pour ſon principe.

VI. RE'FLEXION.

Ce que je viens de dire ſur le but des différentes humeurs de l'oeil, nous doit inſpirer une idée beaucoup plus ſublime de cet organe, qu'on n'en a ordinairement. On compare communément l'oeil à une petite chambre obſcure; mais, quoique cette comparaiſon ſoit bien juſte en gros, on y découvrira aiſément une diſparité infinie. Car concevons un oeil ſemblable à une chambre obſcure, ne contenant qu'une ſeule lentille convexe, dont les deux faces ſoient ſphériques, & une telle machine auroit les grands défauts ſuivans:

Premièrement les répréſentations ſeroient troublées par la diverſe réfrangibilité des rayons, & partant bordées des couleurs de l'arc-en-ciel.

En

En ſecond lieu, ce ne ſeroient que les objets ſitués dans l'axe de l'oeil, ou à peu près, dont la répréſentation ſeroit aſſés diſtincte; pendant que la répréſentation des objets médiocrement éloignés de l'axe deviendroit de plus en plus confuſe. Le champ apparent, que la viſion ſenſiblement diſtincte embraſſeroit, s'étendroit à peine à 10 degrés.

Troiſièmement, un tel oeil n'admettroit qu'une très petite ouverture, ce qui rendroit la répréſentation des objets ſur le fond extrémement obſcure.

Or nous voyons que dans l'oeil naturel ces trois défauts ſont très heureuſement evités: la diverſe réfrangibilité n'y cauſe aucune confuſion; le champ apparent s'étend fort loin au delà de 90 degrés, ſans qu'on s'apperçoive de la moindre confuſion dans les objets les plus éloignés de l'axe de l'oeil; & l'ouverture, ou la pupille, ſurpaſſe de beaucoup celle, qu'une lentille ſemblable au cryſtallin pourroit jamais ſouffrir.

Il faloit donc bien employer pluſieurs matieres tranſparentes pour pouvoir obtenir ces excellentes qualités; une ſeule lentille y auroit été peu propre, comme je viens de remarquer. Or le choix de telles matieres, & leur configuration, demandoit la ſolution de ce problème.

Choiſir & arranger en ſorte pluſieurs matieres tranſparentes, que la diverſe réfrangibilité des rayons ne nuiſe en rien à la répréſentation; que tous les objets tant proches qu'éloignés de l'axe ſoient répréſentés avec la même diſtinction; & qu'une très grande ouverture n'y trouble rien.

Il s'agit ici principalement de déterminer la juſte figure & courbure de chaque milieu diaphane, pour que toutes les conditions marquées ſoient remplies. Or ceux qui ont travaillé dans la Théorie de la Dioptrique, ſavent à combien de difficultés eſt aſſujettie la recherche de la figure des faces d'un ſimple verre, qui puiſſe ſoutenir une plus grande ouverture que n'admettent les faces ſphériques. Ce problème eſt

aſſés

assés difficile dans la Théorie; & quand on auroit trouvé la juste figure des faces du verre, aucun Ouvrier, quelque habile qu'il soit, ne sera jamais en état de les exécuter dans la pratique. Or, quand même on seroit parvenu à faire un tel verre, il ne présenteroit distinctement que les objets situés dans l'axe, & même à une certaine distance, à laquelle la recherche aura été restrainte; tous les autres objets ne laisseroient pas d'être présentés confusément. C'est aussi la raison, pourquoi deux faces réfringentes ne sont pas suffisantes, pour procurer une représentation distincte des objets situés à diverse distance & hors de l'axe; & la seule circonstance de la diverse réfrangibilité des rayons en demande déjà plusieurs. Prenant donc toutes ces conditions ensemble, on peut bien avancer, que la sagacité humaine ne parviendra jamais à déterminer la juste figure de plusieurs surfaces réfringentes, pour que tous les objets à quelque distance, & sous quelque obliquité qu'ils soient situés, soient représentés distinctement, & que, ni la grandeur de l'ouverture, ni la diverse nature des rayons, n'y causent aucune confusion. Ces courbes seront sans doute transcendentes au plus haut degré, & comme personne ne seroit en état de les dessiner, à plus forte raison ne seroit-on jamais capable de les exécuter dans la pratique. Cependant ce qui surpasse si loin tant la portée de l'esprit humain, que l'adresse de l'art, se trouve exécuté au plus haut degré de perfection, non seulement dans les yeux de l'homme & de tous les animaux, mais aussi sans doute dans ceux des plus vils insectes: quelle immensité de Géométrie & de Mécanique n'y faut-il pas admirer? Après ces réfléxions seroit-il bien possible, que la témérité des hommes allât jusqu'à dire, que les yeux ne soient que l'ouvrage d'un hazard aveugle? Si les autres argumens pour l'existence de Dieu ne font point d'impression sur l'esprit des Athées, la seule considération de la structure de l'oeil les doit convaincre de l'existence d'un Etre souverainement sage & puissant, par rapport auquel la plus haute sagesse de l'homme se réduit à rien, tout comme son art & adresse évanouït entierement. Mais ayant reconnu l'Auteur de l'oeil, seroit-il bien possi-

 ble

ble qu'on doutât encore un moment, que celui qui a fabriqué l'oeil, ne vît pas lui-même? Et si nous connoissions la structure de l'oreille autant que celle de l'oeil, nous serions convaincus avec autant de force, que celui qui a fabriqué l'oreille, entend lui-même. Notre illustre Président, Mr. *de Maupertuis*, a très bien remarqué que les argumens ordinaires pour l'existence d'un Dieu, n'ont point de prise sur l'esprit d'un Athée entêté; ce qui est un fait, dont personne ne sauroit douter: mais dès qu'on fait voir, qu'il se trouve dans la Nature de telles loix, qui renferment constamment ou des *Maxima* ou *Minima*, le plus grand Chicaneur sera réduit à abandonner le systême du Hazard, malheureux fondement de l'Atheïsme: puisque rien ne sauroit être imaginé si absurde que de dire, que parmi tous les cas également possibles, dont le nombre est infini, le Hazard choisisse toujours & constamment celui, qui se distingue de tous les autres par un *Maximum* ou *Minimum*. Or, c'est précisément sur ce même principe que je fonde la force de mon argument tiré de la structure de l'oeil; le nombre, la qualité, & la différente figure des humeurs, dont l'oeil est composé, renferment toujours & constamment, non une, *mais plusieurs* déterminations, dont chacune est le résultat d'un problème, qui surpasse les forces de la plus sublime Géométrie. Supposons que le Hazard ait heureusement rencontré le nombre & la qualité des différentes humeurs propres à former un oeil, & qu'il s'agisse seulement d'en déterminer la figure; quelle extravagance feroit-ce de soutenir, que le pur Hazard choisse toujours & constamment parmi toutes les figures possibles, dont chacune de ces humeurs est susceptible, & dont le nombre est sans contredit infini; que le Hazard, dis-je, en choisisse toujours & constamment celle qui convient le mieux au dessein, & que même le plus grand Géométre n'est pas capable de trouver?

Tant qu'on parle en général des Loix de la Nature, & du plus grand ou plus petit qu'elles renferment, quantité de monde n'en est que très foiblement touché; mais, lorsqu'on leur met devant les yeux ces mêmes Loix appliquées à la structure de l'oeil, comme certaines déterminations

tions qui ſurpaſſent même la portée de l'eſprit humain, y ſont toujours & conſtamment obſervées, tout le monde en doit être très ſenſiblement frappé; & il me ſemble que, quelque obſtiné que puiſſe être un Athé, il doit néceſſairement ſuccomber à la force de cet argument.

Or, quelque inébranlable que ſoit cet argument, il doit acquérir encore plus de force, ſi l'on fait attention à la diverſité des yeux, chaque animal étant pourvu d'une telle ſtructure, qui convient le plus parfaitement à ſes beſoins. Le problème demeure bien toujours le même; mais, puisque les conditions peuvent varier, la ſolution devient différente: car, parce que pour les poiſſons les rayons paſſent de l'eau dans leurs yeux, cette diverſité de réfraction en doit produire une dans les humeurs & leur configuration, & il n'y a aucun doute que cette différence requiſe par la Théorie ne ſoit parfaitement accomplie dans les yeux de chaque poiſſon.

VII. RE'FLEXION.

Je dois encore ajouter une réflexion, qui n'éclaircira pas peu la Théorie de la réfraction. D'abord, on auroit pu s'imaginer, que la queſtion ſur la diverſe réfrangibilité des rayons à l'egard de différens milieux tranſparens, ne ſauroit être décidée que par l'expérience; car, comme c'eſt uniquement à l'expérience, que nous devons la connoiſſance de la diverſe réfrangibilité des rayons, il ſemble qu'il n'y auroit pas d'autre moyen que de conſulter l'expérience ſur cette queſtion. Mr. *Dollond* paroit être dans ce ſentiment, croyant que ma proportion auroit été auſſi poſſible que la ſienne, mais que l'expérience avoit décide pour celle-cy. Or, après que j'ai fait voir, que l'expérience ordinaire ne ſauroit plus favoriſer l'une que l'autre de ces deux proportions, on ne ſera pas peu ſurpris, que cette queſtion tire ſa déciſion de la ſeule Théorie; de ſorte que dès qu'on tombe d'accord, que les rayons de lumiere ſont aſſujettis à une diverſe réfrangibilité, auſſi-tôt eſt-on obligé de reconnoitre, qu'aucune autre proportion que la mienne

ne sauroit avoir lieu dans la Nature. Ma proportion contient donc une de ces vérités qu'on nomme nécessaires, & il auroit été impossible, que toute autre proportion eut été etablie dans le Monde; car toute autre proportion renferme les mêmes contradictions, que celle que Mr. *Dollond* avoit soutenuë ; ce qu'il sera aisé de démontrer en en faisant l'application au cas dévelopé dans ma troisième réflexion. Il est par conséquent aussi nécessairement certain, qu'aucune proposition de Géométrie, que lorsque $r : 1$ marque le rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction pour les rayons rouges, & $v : 1$ le même rapport pour les rayons violets dans le passage d'un milieu transparent dans un autre; alors le rapport des logarithmes des nombres r & v, ou bien la fraction $\frac{lr}{lv}$ conserve toujours la même valeur, de quelque maniere que varient les deux milieux transparens, par lesquels le passage se fait.

VIII. RE'FLEXION.

Donc, dés qu'on sait la réfraction des rayons rouges dans un passage quelconque, on trouvera aisément la réfraction des rayons violets dans le même passage : car, soit le rapport du sinus d'incidence à celui de réfraction pour les rayons rouges, comme $r : 1$, & pour les violets comme $v : 1$; & puisque $\frac{lr}{lv} = \frac{67}{69}$, on aura $lv = \frac{69}{67} lr$, & partant $v = r^{69:67}$, d'où connoissant la valeur du nombre r, on déterminera aisément celle de v. Or par les Expériences communes on découvre ordinairement la réfraction des rayons moyens, qui tiennent un milieu entre les rouges & les violets, & par la même régle ayant trouvé la réfraction des rayons moyens on pourra déterminer tant celle des rayons rouges que des violets. Car supposons pour un passage quelconque la raison du sinus d'incidence à celui de réfraction,

pour

pour les rayons moyens, comme $m : 1$
pour les rayons rouges, comme $r : 1$
pour les rayons violets, comme $v : 1$

& les logarithmes de ces trois nombres m, r & v, seront toujours entr'eux comme les nombres 68, 67, & 69, ou bien on aura

$$l\,r = \frac{67}{68}\,l\,m \quad \& \quad l\,v = \frac{69}{68}\,l\,m$$

d'où connoissant le nombre m on trouvera aisément les deux nombres r & v. Pour en donner un exemple, soit $m = 1,73$, & on n'aura qu'à faire le calcul suivant :

$$l\,m = 0,2380461$$

donc $\frac{1}{68}\,l\,m = 0,0035007$

$$l\,m - \frac{1}{68}\,l\,m = l\,r = 0,2345454$$

$$l\,m + \frac{1}{68}\,l\,m = l\,v = 0,2415468$$

d'où l'on trouve les nombres r & v

$$r = 1,716111 \quad \& \quad v = 1,744001$$

Donc, lorsque le sinus d'incidence est au sinus de réfraction pour les rayons moyens, comme 1, 73 à 1, alors la même raison sera

pour les rayons rouges, comme 1,716111 à 1
pour les rayons violets, comme 1,744001 à 1

AVERTISSEMENT.

L'Académie Royale des Sciences de Paris s'étant hâtée contre son usage, de publier dans ses Mémoires de l'année 1749. *des Réfléxions de M. le Chevalier* d'Arcy *sur le Principe de M.* de Maupertuis, *qu'il n'a données que l'an* 1752, *l'Académie de Berlin croit pouvoir publier l'examen, qui suit, une année plûtôt qu'il n'auroit dû paroitre.*

EXAMEN

DES REFLEXIONS DE M. LE CHEVALIER *D'ARCY* SUR LE PRINCIPE DE LA MOINDRE ACTION.

PAR M. BERTRAND.

Rien ne semble plus simple au premier coup d'oeil que le Principe de la moindre Action ; & tant qu'on n'attache à ces mots *moindre action* que la signification vague qu'ils ont dans l'usage vulgaire, il n'est si foible discoureur, qui n'étourdisse par un galimatias philosophique sur la maniere, dont il décide que la Nature opére.

D'autres gens que l'étude des Mathématiques a accoutumé à se faire des idées plus fixes, ont joint des déterminations à cette idée vague de *l'Action* & du *Principe;* mais faute de les avoir puisées dans

les livres de l'Inventeur, ou faute d'avoir compris la nature de celles qu'il donne, ils s'en sont fait de fausses idées ; d'aprés lesquelles ayant raisonné, ils sont tombés dans des contradictions, qu'ils n'ont pas manqué d'attribuër au principe, là où ils n'auroient dû accuser que leur précipitation.

M. le Chevalier *d'Arcy*, après les plus fortes assurances de son amour pour la Vérité, entreprend de renverser le Principe de M. *de Maupertuis ;* mais l'on voit avec étonnement qu'il ne renverse que les fausses idées qu'il s'en est faites, & que, bien loin que les absurdités qu'il a crû conclure du Principe en ébranlent la solidité, il auroit été au contraire très préjudiciable au Principe, que, de la maniere qu'il s'en est servi, il fût venu à des conclusions certaines : car ce qu'il a posé = *minimum* n'étant rien moins que la quantité d'Action, on auroit pû croire, si ses conclusions eussent été vraies, qu'il étoit fort indifférent de quel Principe partir pour arriver aux Vérités que la Méchanique renferme. C'est ce qu'on va voir plus en détail. M. *d'Arcy* commence par l'Enoncé général du Principe de M. *de Maupertuis :* cet Enoncé lui offre deux objets ; le premier, *que l'action est proportionnelle au produit de la Masse par la vitesse & par l'espace parcouru ;* Le second ; *que la quantité d'Action nécessaire pour produire un changement dans la Nature, est un* minimum, *& que c'est cette quantité d'Action qui est la vraie dépense de la Nature, qu'elle ménage le plus qu'il est possible.*

On est fort surpris du biais dont M. *d'Arcy* considére son premier objet ; on se seroit attendu qu'il auroit dit : il est ici question d'une définition : il est libre à un Philosophe de changer la signification des mots dans des vuës particulieres ; à plus forte raison lui est-il permis de le faire, lorsque les mots qu'il définit n'ont dans l'usage ordinaire qu'une signification vague, sujette aux équivoques : mais point du tout. M. *d'Arcy* ne veut pas absolument que ce mot *Action*, puisse signifier ce que M. *de Maupertuis* lui a fait signifier, & il le démontre

montre en faisant voir que le sens que M. *de Maupertuis* y a joint, est incompatible avec celui que lui-même y attache. Examinons les raisons que M. *d'Arcy* allégue pour faire voir, que ce mot *Action* doit nécessairement être astreint à la signification qu'il lui donne.

M. *d'Arcy* veut que l'Action de divers Corps durs soit censée égale, si chacun de ces Corps est capable de réduire au repos, le même corps dur mû d'une certaine vitesse. Donc l'action d'un corps doit se mesurer par le produit de sa masse & de sa vitesse. Mais c'est une chose dont tous les Philosophes conviennent, que dans le choc des corps durs une partie du mouvement se détruit, celle-la même qui seroit reproduite si les corps étoient élastiques : d'où il suit que, si un corps dur dont la masse seroit $= 1$, & la vitesse $= 1$, étoit réduit au repos, tant par un corps B dont la masse $= 1$, & la vitesse $= 1$, que par un corps, C dont la masse $= \frac{1}{2}$, & la vitesse $= 2$, on ne pourroit affirmer positivement que l'action du Corps B fût égale à celle du Corps C, à moins qu'on, n'eut préalablement prouvé que lorsque B, choque A, il se perd la même quantité de mouvement, que lorsque C choque A. Car s'il étoit vrai que dans un cas il se perdit plus de mouvement que dans l'autre, le repos en ce cas ne devroit pas être attribué à l'égalité d'action des deux corps, mais à la plus grande perte de mouvement; en effet si cette perte n'eut été plus grande, il seroit resté quelque mouvement aux corps qui se sont choqués, & partant le repos n'auroit point suivi le choc.

Afin donc que le raisonnement par lequel M. *d'Arcy* a voulu appuyer sa définition de l'Action fût concluant, il faudroit qu'il prouvât que la même quantité de mouvement se perd, soit que B choque A, ou que C choque A. Or c'est ce qu'il ne prouvera jamais.

Ne pouvant rien faire de ce côté-là, peut-être prétendra-t-il qu'il suffit de regarder au changement qui arrive au Corps A après le choc : mais, s'il ne regarde qu'à l'effet produit sur le corps choqué, on lui

lui objectera le choc des corps élastiques, où un corps A dont la masse $= 1$ & la vitesse $= 1$ est réduit au repos, tant par un corps B dont la masse $= 1$ & la vitesse $= 0$, que par un corps C dont la vitesse $= \frac{1}{2}$ & la masse $= \frac{1}{2}$, ou encore par un corps D dont la masse $= \frac{1}{3}$ & la vitesse $= 1$. Or M. *d'Arcy* contrediroit sa propre définition de l'Action, s'il prétendoit que les actions des corps B, C, D, sont égales entr'elles. Donc le fondement sur lequel M. *d'Arcy* a voulu appuyer sa maniere d'estimer l'action, manque absolument de solidité.

Les prétentions de M. *d'Arcy* sur les idées, qu'on doit joindre nécessairement au terme *Action*, sont donc vaines; & quand il auroit mieux réüssi à les faire valoir, il n'auroit du tout point prouvé, que M. *de Maupertuis* a eu tort de nommer *Action* ce qu'il a nommé *Action*: chaque Philosophe étant libre d'attacher à un mot l'idée qu'il lui plait, pourvû qu'il le fasse de maniere, qu'il n'y ait pas à craindre d'équivoque. Je sçai bien qu'il faut s'écarter le moins qu'on peut de l'usage reçu; mais c'est une maxime qu'on ne sçauroit reprocher à M. *de Maupertuis* d'avoir négligée; car de la façon dont il envisage l'action dans les deux problèmes qu'il a résolu, touchant le choc des corps tant élastiques que non élastiques, les plans qu'il introduit pour représenter le changement causé par le choc, ont une fonction active qui consiste à tirer le corps choqué & le corps choquant selon un certain espace & avec une certaine vitesse, dont le produit par la masse donne l'action: & sans l'aide de cette fiction, de quel nom M. *d'Arcy* veut-il qu'on nomme l'opération de la Nature, quand par quelque cause ce soit elle transporte un corps d'un lieu dans un autre avec une certaine vitesse?

L'attention scrupuleuse de M. *d'Arcy* à reprendre tout ce qui peut fournir matiere à sa critique, m'autorise à relever une faute, qui lui est échapée, dans son dernier paragraphe touchant la définition de *l'Action*. Après y avoir estimé suivant l'estime de M. *de Maupertuis*

les actions des corps B, & C, qu'il suppose s'être réciproquement réduits au repos, il conclut par le Principe de M. *de Maupertuis*, que les actions des corps B, & C, doivent être égales. M. *d'Arcy* aura voulu conclure par la définition, (car pour le Principe, il n'a pas du tout de connéxion avec la conclusion qu'on prétend en tirer.) Mais de la définition de *l'Action* de M. *de Maupertuis* il ne suit nullement, que toutes les fois que les vitesses & les masses de deux corps durs sont tellement combinées, que le repos suive du choc de ces corps, les Actions de ces corps sont égales : cela ne suit pas même de la définition de *l'Action* de M. *d'Arcy*, comme je l'ai fait voir plus haut.

Aprés cette attaque infructueuse de la définition que M. *de Maupertuis* donne de *l'Action*, M. le Chevalier *d'Arcy* s'accommodant au sens que M. *de Maupertuis* a attaché au mot *action*, forme contre le Principe même une seconde attaque qui semble annoncer quelque chose de plus que la premiere; il prétend renverser cette partie de l'énoncé général de M. *de Maupertuis* : *Que, la quantité d'Action nécessaire pour produire un changement dans la Nature est la plus petite qu'il soit possible; que c'est cette action qui est la vraie épargne de la Nature.* Voici comme il s'y prend. Il estime quelle est avant le choc *l'Action* de deux corps A, & B; il estime ensuite l'action de ces mêmes corps après le choc, prend la différence de ces actions, la pose = *minimum*, & conclut une absurdité. Le Principe de M. *de Maupertuis* est donc démontré faux, puisque cette absurdité en dérive. Cependant M. *de Maupertuis* ayant dit expressément, que non la différence des *Actions* avant & après le choc, mais la quantité d'action nécessaire pour produire le changement est la plus petite; M. *d'Arcy* ne prouve autre chose, si non que, si on estimoit l'action d'une maniere différente de celle que M. *de Maupertuis* propose, & qu'ensuite de cette estimation l'on raisonnât d'après son principe, l'on tomberoit dans de grandes erreurs.

La quantité d'Action nécessaire pour produire un changement, n'est pas la différence des actions avant & après le changement. Mais en

en tout changement la quantité d'action nécessaire pour le produire, est égale au produit de la Masse des Corps dont l'état est changé, par l'espace que ces corps parcourent ensuite du changement, & par la vitesse avec laquelle ils le parcourent, aussi ensuite du changement; & toutes les fois que M. *d'Arcy* n'estimera pas l'action sur ce pied-là, je crains fort que la vérité ne lui échape. C'est aussi sans doute pour s'en rapprocher qu'il passe immédiatement au Calcul de M. *de Maupertuis*, tel qu'il l'a posé & déduit, pour trouver la loy du choc des Corps durs. Car M. *d'Arcy*, loin de rendre ce calcul suspect, ce qui sans doute eut donné une grande atteinte au Principe de M. *de Maupertuis*, n'y trouve à redire que la trop grande évidence de la Conclusion. M. *d'Arcy* avoit besoin de cette réfléxion pour concilier cette contradiction apparente; savoir, comment il étoit possible que lui & M. *de Maupertuis*, étant tous deux partis du Principe de la moindre Action, fussent arrivés par des conséquences toutes mathématiques, lui M. *d'Arcy* à une absurdité, & M. *de Maupertuis* à une Vérité bien reconnuë. M. *d'Arcy* fait entendre, que M. *de Maupertuis* connoissant antérieurement que $A(a - x) = B(x - b)$, il lui avoit été facile de s'apperçevoir qu'on pouvoit obtenir la même équation en posant la formule $[A(a - x)^2 + B(x - b)^2] =$ *minimum*, quoy qu'elle ne fût pas la quantité d'action, M. *d'Arcy* venant de la trouver toute autre. Mais il est si clair que la quantité dont M. *de Maupertuis* a fait un *minimum*, est vrayement la quantité d'Action; & que la quantité que M. *d'Arcy* a prise pour l'action, y ressemble si peu, que je crois que nous concilierons tout, en disant, que tous les raisonnements de M. *d'Arcy* portent sur une idée fausse de l'action; d'où il suit que plus il aura raisonné juste, en partant de cette fausse idée, plus aussi sa derniere conséquence aura du être absurde.

Cependant il semble que M. *d'Arcy* n'a pas toujours eu une idée si claire de la grande évidence de cette conclusion: que lorsque $A(a - x) = B(x - b)$ la formule $[A(a - x)^2 + B(x - b)^2]$

 doit

doit être un *minimum*. Car voulant la rendre plus générale, il soutient que si $AZ = BX$, où Z & X marquent des fonctions de x, alors la formule $[AZZ + BXX]$ sera toujours un *minimum*, & *vice versa:* il se trompe fort dans cette généralisation, elle sera toujours fausse, excepté le seul cas où $dZ + dX = o$, c'. *a. d.* excepté le seul cas qu'il a voulu généraliser.

M. *d'Arcy* travailloit donc moins qu'il ne pensoit pour la Vérité, lorsqu'il s'efforçoit de prouver que M. *de Maupertuis* n'avoit pas eu la vraie idée de l'action ; & que dans l'application il s'étoit moins dirigé par la teneur de son principe, que par une connoissance antérieure du vrai ; du reste s'il veut continuer de trouver trop d'évidence dans les conclusions de M. *de Maupertuis*, peu de gens croiront que ce soit là une matiere à critique.

On trouvera aussi bien déplacée la réfléxion que fait M. *d'Arcy*, que l'accord du Principe avec le choc des corps ne sçauroit être regardé comme une démonstration métaphysique du Principe. Comme si ç'avoit été l'intention de M. *de Maupertuis* de démontrer métaphysiquement son Principe, en faisant voir son accord en résultat des faits avec la loi connuë du choc des corps. On ne peut supposer ici à M. *de Maupertuis*, que le dessein de donner une preuve assés convainquante de son Principe, fondée sur ce que les changements qui arrivent dans la Nature, y sont pour la plus part causés par le choc, en sorte que, dès qu'une fois il a montré que l'action requise pour les changements produits par le choc, est un *minimum*, on peut sans balancer étendre ce principe a touts les changements qui arrivent dans la Nature: & M. *d'Arcy* feroit fort peu de cas de la Vérité, s'il dédaignoit un Principe d'une application si universelle.

Le Principe pour déterminer les états d'équilibre, ne plait pas davantage à M. *d'Arcy*. Pour en faire voir le défaut, il continuë, suivant la méthode qu'il a employée jusques ici, d'en tirer une conclusion fausse ; mais cette fois-ci comme les autres, sa conclusion n'est fausse que parce qu'il n'a pas suivi l'esprit du Principe, & qu'il a introduit dans sa recherche une considération très défectueuse.

M.

M. d'*Arcy* ſuppoſe un levier dont la longueur ſoit c, aux extremités duquel ſoient attachés deux corps A, & B. Il poſe la diſtance d'A au point d'équilibre $= z$, celle de B $= c - z$. Il ſuppoſe enſuite, que le corps A ſe meut avec une petite viteſſe V, & qu'il parcourt un eſpace $= \alpha$, ce qui lui donne $\frac{V(c-z)}{z}$, pour la viteſſe de B, & $\frac{\alpha(c-z)}{z}$, pour l'eſpace parcouru par B; d'où il tire la quantité d'action de tout le ſyſtème $\left[AV\alpha + \frac{BV\alpha(c-z)^2}{zz}\right]$. Cela fait, avant de différentier, il ſuppoſe V & α conſtant: mais quelle prérogative de A ſur B, pour poſer conſtante la viteſſe & l'eſpace parcouru par l'un A, plutôt que la viteſſe & l'eſpace parcouru par l'autre B? N'eſt ce pas pécher contre une des régles générales de l'Analyſe; que les quantités qui entrent également dans le calcul, ne doivent pas s'y diſtinguer l'une de l'autre? Car, ſi telle eſt la nature de la queſtion, que l'on ne peut rien dire de l'une de ces quantités qui ne doive auſſi bien ſe dire de l'autre; que doit-on attendre d'une fiction qui s'efforce de les diſtinguer, ſinon ou qu'elle embrouïlle la queſtion, ou qu'elle la rende tout à fait contradictoire? Si M. *d'Arcy* eut fait attention à cette circonſtance, il ſe ſeroit rendu une meilleure raiſon qu'il n'a fait, de ce pourquoy Mr. *de Maupertuis* poſe conſtant l'angle que les corps A & B décrivent autour du point d'appui du levier; car cet angle étant le même pour l'un & pour l'autre corps, la ſuppoſition que cet angle eſt conſtant, n'affecte pas plus un des corps que l'autre, ainſi que la nature de la choſe l'exige.

Néanmoins cette ſuppoſition de Mr. *de Maupertuis* paroit tout à fait gratuite à M. *d'Arcy*; & la raiſon qu'il en donne, c'eſt qu'à chaque valeur de z, l'action ou le temps néceſſaire pour faire parcourir aux corps A, & B, l'angle ſuppoſé conſtant eſt différent. Or cette raiſon qu'il a crû apporter contre la ſuppoſition de M. *de Maupertuis*, fait en ſa faveur, on ne peut pas plus; car, ſi l'action néceſſaire pour faire dé-

crire à B, & A, l'angle ſuppoſé conſtant, n'étoit pas différente pour chaque valeur de z, il ſeroit bien ridicule de chercher laquelle de ces actions eſt la moindre, l'une ne différant pas de l'autre.

Au ſurplus, quand Mr. d'*Arcy* dans ſa recherche de l'état d'équilibre auroit évité le grand inconvénient, de ſuppoſer conſtante la viteſſe & l'eſpace parcouru par le corps A, plûtot que la viteſſe & l'espace parcouru par B, c'eſt une régle ſuivie par tout Lecteur qui cherche moins à critiquer qu'à s'inſtruire, que toutes les fois qu'un énoncé général eſt ſuivi d'une application, il faut chercher dans cette application la détermination plus exacte du ſens de cet énoncé; plûtot que de ſe plaire à en tirer des conſéquences abſurdes avant de l'avoir bien ſaiſi.

Ce que Mr. d'*Arcy* ajoute, que quelles que fuſſent les loix de la Nature, il ſeroit aiſé de trouver une fonction des viteſſes & des maſſes qui étant un *minimum* donneroit ces loix. Cela peut être vrai de pluſieurs cas particuliers, quoy qu'il ſe rencontrât bien des problèmes où il ſeroit fort difficile d'aſſigner la fonction qui étant poſée = *minimum*, donneroit la ſolution du problème. Mais quelle comparaiſon entre une découverte aſtreinte à un cas particulier, & un Principe général, qui réduit à une toutes les loix de la Nature, & qui dans l'infinie diverſité des effets qui varient le ſpectacle de l'Univers, demeure conſtamment inviolable! Certainement en quelque ſyſtème que ce fût, celui qui le premier en auroit découvert la loy univerſelle, y ſeroit glorieuſement diſtingué.

L'on ne doit pas être ſurpris que les objections de Mr. d'*Arcy* contre le principe de Mr. *de Maupertuis* ſoient ſi foibles; (l'amour de la Vérité à part.) Il n'étoit pas indifférent à Mr. d'*Arcy* que le principe de Mr. *de Maupertuis* fut vrai ou faux; il avoit lui même un principe général à propoſer, il étoit naturel qu'il voulut lui procurer l'honneur de la primauté. Ce Principe, dit Mr. d'*Arcy*, ne ſera ſujet à aucunes objections.

Ce

Ce Principe dans un certain ſens peut être admis, mais il ne conduira jamais à des découvertes importantes; encore moins nous montrera-t-il, pour ainſi dire, les vraies vuës de la Nature: circonſtances qui le mettent infiniment au deſſous de celui de Mr. *de Maupertuis*. Et ſi quelcun, à l'imitation de Mr. d'*Arcy*, faiſoit de ce principe une mauvaiſe application, il pourroit en tirer les conſéquences les plus abſurdes.

Mr. d'*Arcy* commence par une définition, & nomme l'action d'un corps autour d'un point, *la maſſe multipliée par la viteſſe, & par la perpendiculaire tirée de ce point ſur la direction des corps.* Si nous voulions ſuivre l'exemple de Mr. d'*Arcy*, que d'objections ne ferions-nous pas contre cette définition? En combien de manieres ferions-nous voir qu'elle eſt différente de toutes les idées que les Philoſophes ont attaché au mot *d'action*? Car quelle rélation d'un point arbitraire, abſolument étranger au mouvement d'un corps, avec l'action de ce corps? Cependant pour maintenir ſa définition, Mr. *d'Arcy* ſe fait fort de l'autorité de Mr. *d'Alembert*; & cite comme tout à fait d'accord avec la ſienne, la définition de l'action qui ſe trouve dans le Dictionnaire de l'Encyclopédie, où il eſt dit: *L'Action eſt le mouvement qu'un corps produit, ou qu'il tend à produire dans un autre corps.* Or, quelque vague que ſoit cette définition, & ſuſceptible de diverſes interprétations; c'eſt ſe moquer ouvertement du monde que de prétendre qu'elle ſoit parfaitement d'accord avec celle de Mr. *d'Arcy*. Mr. de *Maupertuis* pourroit l'alléguer en ſa faveur avec beaucoup plus de raiſon. Mais laiſſons cela, & voyons comment Mr. *d'Arcy* continuë; par conſéquent, dit-il, *ſi deux corps en mouvement agiſſent ſur un troiſième en repos, mais dans des ſens différents; le réſultat de l'action des deux corps ſera le mouvement produit dans le troiſième corps; & ce réſultat ſera égal à celui qui ſeroit produit par l'action d'un des corps, moins l'action de l'autre.* Si c'eſt une conſéquence de la définition, il faut bien de la pénétration pour y venir: & peut être M. *d'Arcy* ſera-t-il le ſeul qui en ſoit capable. Or, pourſuit-il, *ceci bien conſidéré*, (peu de

de personnes feront cette considération,) *mon principe général s'énonce ainsi. Toute l'action, (existante dans la Nature dans un instant quelconque,) autour d'un point donné, étant produite dans un seul corps donné, la quantité d'action de ce corps sera toujours la même autour de ce point.*

Cette application à un seul corps est bien peu de chose ; & de quelque maniére qu'on l'envisage, il n'en résulte rien, sinon que ce corps poursuivra son mouvement uniformément en ligne droite. Mais en l'appliquant duëment à plusieurs corps, on doit convenir que c'est une belle propriété, déjà connuë & remarquée par d'autres Philosophes. M. *Euler*, dans le premier volume de ses Opuscules, nomme la même chose *momentum motus gyratorii ;* il en a démontré la conservation, de même que celle des forces vives, & a fait voir que ce principe est d'un grand secours pour abréger la solution de quantité de Problèmes, quoiqu'il ne suffise pas pour donner en entier la solution.

Quand Mr. d'*Arcy* applique au choc des corps le Principe en question, la considération d'un point fixe est tout à fait étrangére, puis qu'elle s'en va d'abord par la division. Ce n'est pas non plus fort à propos que M. *d'Arcy*, quand il veut chercher la propriété du levier, imagine que les corps viennent frapper le levier : c'est un problème fort différent, lorsqu'on demande le point d'équilibre d'une verge chargée de poids, ou lorsqu'on cherche le point appuy d'une verge, tel que deux corps venant frapper cette verge avec la même vitesse, ces deux corps restent en repos après le choc. De plus M. *d'Arcy* n'allégue aucune raison de ce qu'il suppose les vitesses des corps les mêmes ; de sorte que tout ce qu'il rapporte de son Principe n'en donne pas une fort grande idée, & fait voir que lui même n'en a pas bien connu l'étenduë. On pourroit faire encore nombre de réfléxions sur l'insuffisance de ce Principe appliqué à la réfraction des rayons de lumiére ; mais il semble qu'il y auroit une sorte de mauvaise humeur à examiner si rigoureusement ce que M. *d'Arcy* paroit avoir voulu traiter cavaliérement.

RECHER-

RECHERCHES
SUR LA VERITABLE COURBE QUE DÉCRIVENT LES CORPS JETTÉS DANS L'AIR OU DANS UN AUTRE FLUIDE QUELCONQUE,

PAR M. EULER.

I.

Après la découverte de Galilée, que les corps jettés obliquement dans un espace vuide décrivent toujours une parabole, on s'est bien apperçu, qu'on n'en sauroit faire l'application pour déterminer le mouvement d'une bombe, ou d'un Boulet de Canon. Car, puisque la vitesse, dont ces corps traversent l'air, est si rapide, la résistance de l'air devient si grande par rapport à la pesanteur, que son effet détourne très considérablement ces corps d'une route parabolique; de sorte que les calculs fondés sur la nature de la parabole ne sont plus d'aucun usage dans ces occasions. C'est dequoi il ne faut pas être surpris; puisque Galilée dans sa recherche n'a tenu compte d'autres forces, qui agissent sur les corps, que de la seule force de gravité, n'ayant fait aucune attention à la résistance que les corps éprouvent de la part de l'air.

2. Il y a donc en effet deux forces, à l'action desquelles un corps, qui se meut dans un fluide, est assujetti. L'une est la force de gravité, ou la pésanteur du corps, sur laquelle il faut pourtant remarquer, qu'elle est moindre que la pesanteur naturelle du corps, étant diminuée du poids d'un égal volume du fluide, dans lequel le mouvement se fait. L'autre force est celle de la résistance, qu'on sait être proportionelle aux quarrés de la vitesse du corps; & quand le corps est un globe, comme on le suppose ordinairement, la direction de cette

force eſt diamètralement oppoſée à celle du mouvement du corps. Cette force change donc continuellement tant de quantité que de direction, au lieu que la premiere demeure toujours la même. Il s'agit donc de déterminer la courbe, qu'un corps jetté obliquement doit décrire, étant ſollicité par ces deux forces, dont je viens de parler.

3. Quoique cette queſtion ſe réduiſe aiſément à un problème purement analytique, le grand *Newton* y a inutilement travaillé malgré des recherches très ingénieuſes pour arriver à ſa ſolution. Il étoit même le premier qui l'eut entrepriſe ; & ayant ſi bien réüſſi dans la ſuppoſition, que la réſiſtance ſoit proportionnelle à la viteſſe même, il eſt presque inconcevable, qu'il ne ſoit pas venu à bout, lorsque la réſiſtance eſt ſuppoſée proportionelle aux quarrés de la viteſſe, après avoir réſolu quantité de queſtions incomparablement plus difficiles. C'eſt donc feu M. *Jean Bernoulli*, qui a donné le premier la ſolution de ce problème, d'où il a même tiré une conſtruction de la courbe par le moyen des quadratures de quelques courbes transcendantes, dont la deſcription n'eſt cependant pas fort difficile.

4. Voilà donc ce grand probléme réſolu, & même très bien réſolu, il y a longtems. Cependant la ſolution, quelque bonne qu'elle ſoit dans la Théorie, eſt pourtant telle, qu'on n'en a pû tirer jusqu'ici le moindre ſecours pour la Pratique, & pour en corriger la fauſſe Théorie fondée ſur la parabole, à laquelle les Artilleriſtes ſont encore obligés de s'en tenir, quoiqu'ils n'en connoiſſent que trop l'inſuffiſance. Ainſi il eſt certain que cette ſolution n'a apporté aucun avantage réel à l'avancement de l'Artillerie, & il ſemble qu'elle n'a ſervi qu'à mieux aſſeurer les gens du mêtier de la fauſſeté de leurs principes tirés de la nature de la parabole, auxquels ils ne laiſſent pas d'être réduits encore. C'eſt bien quelque choſe que de ſavoir, que les régles ordinaires trompent; mais à moins qu'on ne ſache aſſés préciſément, de combien elles trompent en chaque cas, l'avantage ſe réduit à fort peu de choſe.

5. Il

5. Il ſemble auſſi d'abord, que ce ſeroit un ouvrage ſans fin que d'entreprendre d'etablir de nouvelles régles pour le jet des bombes & des boulets de canon, qui ſoient conformes à la véritable courbe, que ces corps décrivent dans l'air. Car comme l'hypotheſe de Galilée ne demande que l'élévation du mortier avec la viteſſe, dont la bombe en ſort, il n'a pas été difficile de calculer des Tables, qui marquent pour tous les cas poſſibles, tant la hauteur à laquelle la bombe arrive, que le point, où elle doit retomber en terre. Mais, ſi l'on vouloit faire de ſemblables Tables, qui ſoient d'accord avec la vérité, il faudroit outre les deux élémens mentionnés encore avoir égard, tant au diamètre de la bombe ou bouler, qu'à ſon poids : & partant on ſeroit dans la néceſſité de calculer de telles tables pour chaque diamètre, & tous les poids qui lui pourroient convenir : ce qui rendroit ſans doute impraticable l'exécution d'un tel ouvrage.

6. Cependant ayant bien peſé toutes ces difficultés, je ne les trouve pas tout à fait inſurmontables ; car j'ai remarqué qu'une infinité de cas, qui ſemblent différens, peuvent être compris dans une même Table ; & quoique, ce nonobſtant, le nombre des cas ne laiſſe pas d'être encore infini, comme ils tiennent un certain ordre entr'eux, il ſuffira d'en calculer un certain nombre, pour en pouvoir tirer enſuite tous les autres par la voye d'interpolation. Tout l'ouvrage ſera donc réduit à un certain nombre de Tables calculées, & à une inſtruction, qui en enſeigne l'uſage ; & cela ſera ſuffiſant pour calculer tous les cas, qui ſe peuvent préſenter dans l'Artillerie, & on ſera en état de les expédier presque auſſi promtement, que dans l'hypotheſe vulgaire de Galilée.

7. Pour mieux expliquer mes idées, je commencerai par tirer la ſolution de cette queſtion des premiers principes de la Mécanique. D'abord donc je conſidére le vrai poids du globe, dont il s'agit de déterminer le mouvement ; & poſant ce poids $= P$, ſoit Π le poids d'un volume égal de l'air, ou du fluide, dans lequel le mouvement ſe fait : cela poſé, on ſait que le poids de ce globe dans le fluide ſera $= P - \Pi$;

 ce

ce qui étant la force qui sollicite le globe actuellement en bas, la force accélératrice de la gravité, qui agit sur ce globe, sera $= \frac{P - \Pi}{P}$ $= 1 - \frac{\Pi}{P}$. Cette force accélératrice se trouvera donc en retranchant de l'unité la fraction $\frac{\Pi}{P}$, qui marque le rapport de la gravité spécifique du fluide à celle du globe. Donc, lorsque le mouvement se fait dans l'air, à moins que le globe ne soit d'une matiere extrèmement legere, on voit bien, qu'on pourra supposer sans erreur cette force accélératrice $= 1$: cependant pour rendre mes recherches générales, j'exprimerai par α dans la suite cette force accélératrice de la gravité, de sorte que $\alpha = 1 - \frac{\Pi}{P}$.

8. Pour découvrir la résistance de ce globe, soit d son diamètre, & v la hauteur, d'où un corps grave dans le vuide acquiert en tombant la même vitesse, dont nous supposons, que le globe se meut dans le fluide. Posant donc le rapport du diamètre à la circonference $= 1 : \pi$, l'aire du plus grand cercle de ce globe sera $= \frac{1}{4} \pi d d$; donc sa surface $= \pi d d$, & la solidité du globe même $= \frac{1}{6} \pi d^3$, qui exprimera donc le volume d'une masse du fluide, dont le poids est $= \Pi$; ainsi que nous venons de supposer. Ensuite, si un plan égal au grand cercle $\frac{1}{4} \pi d d$ se mouvoit directement dans le fluide avec la vitesse du globe, on sait que la résistance seroit égale au poids d'un cylindre du fluide, dont la base seroit $= \frac{1}{4} \pi d d$, & la hauteur $= v$: & la solidité par conséquent $= \frac{1}{4} \pi d d v$. Or on sait aussi que la résistance du Globe ne vaut que la moitié de celle du grand cercle; donc la résistance du globe sera égale au poids d'une masse du fluide, dont le volume $= \frac{1}{8} \pi d d v$.

9. Or le poids d'un volume de ce fluide $\frac{1}{6} \pi d^3$ étant $= \Pi$, le poids du volume que nous venons de trouver $\frac{1}{8} \pi d d v$ sera

$=$

$= \frac{3v}{4d}\Pi$; qui exprime la force de la résistance, & si nous la divisons par la masse, ou le poids du globe P, nous aurons la force retardatrice, qui resulte de la résistance, $= \frac{3v}{4d} \cdot \frac{\Pi}{P}$; & dont la direction est contraire au mouvement du globe. Or, puisque tant le diamètre du globe d, que le rapport de sa gravité spécifique à celle du fluide, ou P à Π, est supposé être connu, je poserai pour abréger $\frac{4d}{3} \cdot \frac{P}{\Pi} = c$, pour avoir la force retardatrice de la résistance $= \frac{v}{c}$. Or l'on voit que pour l'air, la valeur de la fraction $\frac{P}{\Pi}$ sera toujours un nombre très grand; car si le globe n'étoit pas plus pesant qu'un égal volume d'eau, il y auroit $\frac{P}{\Pi} = 850$ ou environ.

10. Le rapport de la gravité specifique du globe & du fluide se trouve le plus aisément par le moyen de l'eau; car sachant le poids P du globe, on aura d'abord le volume d'une masse d'eau, dont le poids est aussi $= P$, puisqu'on connoit le poids d'un pied cubique d'eau. Soit donc e^3 le volume de cette masse d'eau dont le poids $= P$, & que la gravité spécifique de l'eau soit à celle du fluide, dans lequel se fait le mouvement comme 1 à μ, & $\frac{1}{\mu} e^3$ sera le volume de ce fluide, dont le poids est $= P$. Or Π marque le poids d'une masse du même fluide, dont le volume est $= \frac{1}{6}\pi d^3$, d'où nous tirons P: $\Pi = \frac{1}{\mu} e^3 : \frac{1}{6}\pi d^3$, ou $\frac{P}{\Pi} = \frac{6 e^3}{\mu \pi d^3}$: donc nous aurons $c = \frac{8 e^3}{\mu \pi d d}$. Et

 partant

partant si le mouvement se faisoit dans l'eau, à cause de $\mu = 1$, on auroit $c = \frac{8 e^3}{\pi d d}$; or, lorsque le mouvement se fait dans l'air, on aura à peu près $c = \frac{6666 e^3}{\pi d d}$, ou $c = \frac{2133 e^3}{d d}$.

11. Cette formule aura lieu, lorsque le mouvement du globe n'est pas trop vite, pour que l'air puisse aussitôt librement remplir l'espace, que le globe vient de quitter. Mais si le mouvement est si rapide, que l'air ne sauroit occuper dans le même instant l'espace, que le globe laisse après soi, de sorte que cet espace demeure vuide, du moins pour un instant, alors le globe soutenant sur sa partie d'avant toute la pression de l'atmosphère, qui n'étant pas contrebalancée par une pression égale de derriére, il est clair que la résistance sera augmentée de toute la pression de l'atmosphère sur la partie anterieure du globe. Donc, posant k pour la hauteur d'une colonne d'eau, qui est en équilibro avec l'atmosphère, cette pression sera égale au poids d'une masse d'eau, dont le volume $= \frac{1}{4} \pi d d k$; & partant au poids d'une masse d'air dont le volume $= 213 \pi d d k = 669 d d k$ à peu près.

12. La résistance entiere du globe dans l'air sera donc dans ce cas égale au poids d'une masse d'air, dont le volume $= \frac{1}{4} \pi d d v + 213 \pi d d k$. Donc le poids du globe étant égal au poids d'un volume d'air $= 850 e^3$, la force retardatrice de la résistance sera $= \frac{\pi d d v}{6666 e^3} + \frac{\pi d d k}{4 e^3}$. Or nous venons de poser $c = \frac{6666 e^3}{\pi d d}$, où bien $\pi d d = \frac{6666 e^3}{c}$; donc la force retardatrice de la résistance sera $= \frac{v}{c} + \frac{6666 k}{4 c} = \frac{v + 1666 k}{c}$.

13. Cette force aura donc lieu, lorsque la vitesse du globe est plus grande, que celle dont l'air en vertu de son ressort entreroit dans un

un espace vuide. Or le ressort étant égal au poids d'une colomne de même air, dont la hauteur $= 850k$, la vitesse dont l'air entrera dans un espace vuide sera duë à la hauteur $850k$; donc, toutes les fois que $v > 850k$, la force retardatrice de la résistance de l'air sera $= \frac{v + 1666k}{c}$. Or pour l'état ordinaire de l'air, on sait qu'il est environ $k = 33$ pieds; de sorte que ce cas aura lieu, lorsque $v > 28050$ pieds, ou que le globe parcourt dans une seconde un espace plus grand que de 1325 pieds.

14. De là on comprend aisément, que quand même v sera plus petit que $850\,k$, la force retardatrice de la résistance ne sera pas subitement réduite à $\frac{v}{c}$; & que la pression de l'atmosphère sera toujours plus petite sur la partie de derrière du globe que sur celle d'avant: d'où résultera une augmentation de la résistance. Ainsi s'il étoit $v = \frac{1}{2} . 850\,k$, la force retardatrice de la résistance sera $= \frac{v + \frac{1}{2} . 1666\,k}{c}$; & en général lorsque $v = \frac{1}{n} . 850\,k$, cette force deviendra à peu près $= \frac{v + \frac{1}{n} . 1666\,k}{c}$; où bien $= \frac{3v}{c}$. Cependant il s'en faut bien, que cette détermination soit assés exacte, vu qu'elle dépend de la pression de l'atmosphère sur le derrière du globe. Or il faut aussi remarquer que cette recherche n'est pas susceptible d'une entiere rigueur de Geometrie, & qu'il faut se contenter d'une approximation convenable.

15. Par cette raison nous ne nous tromperons gueres, quand nous supposerons la force retardatrice de la résistance $= \frac{3v}{c}$, quoi-

qu'elle

qu'elle devienne fausse, lorsque $v > 850\,k$. Car, puisque cela ne sauroit arriver que dans les mouvemens les plus rapides, & que ceux-ci sont bientôt réduits à une valeur de v au dessous de $850\,k$, l'erreur qui en résulte ne sera pas considérable. Donc, au lieu de $c = \frac{6666\,e^3}{\pi\,dd}$ si nous supposons $c = \frac{2222\,e^3}{\pi\,dd}$, ou bien $c = 707 \cdot \frac{e^3}{dd}$, la force retardatrice de la résistance sera $= \frac{v}{c}$: & nous nous servirons de cette formule à l'avenir pour la commodité du calcul : où il faut se souvenir, que d marque le diamètre du globe, & e^3 le volume d'eau dont le poids est égal à celui du globe.

16. Donc, pour déterminer le mouvement d'un globe lancé dans l'air, il faut commencer par mesurer exactement tant son diamètre d que son poids, auquel on cherchera un volume d'eau également pesant, qui soit $= e^3$; & alors on en tirera la valeur de $c = 707 \cdot \frac{e^3}{dd}$: sur laquelle le calcul doit être fondé. D'où l'on voit déjà que le calcul sera le même pour tous les globes, dont le poids aura au quarré de leur diamètre le même rapport. Cependant on ne sauroit nier, que le nombre 707 n'est pas trop bien constaté, & qu'il est même variable à cause de la diverse température de l'air. Mais ce sera une affaire à laquelle il faut avoir égard dans l'application du calcul aux expériences; & dans le calcul même on regardera la quantité c comme connue, sans se soucier, comment elle dépend de la grandeur & du poids du globe. Quand on passe ensuite à la pratique, on cherchera par quelque expérience, quelle valeur doit être donnée à la quantité c pour chaque globe proposé & pour chaque état de l'air.

Fig. 1. 17. Soit donc CNAMH la courbe décrite par un globe dans un fluide quelconque, que α marque la force accélératrice de la gravité, &

& que c soit la quantité mentionnée, d'où dépend la résistance. Soit A le point le plus haut de cette courbe, & la horizontale BAE la tangente à ce point; CNA sera donc la partie de cette courbe, par laquelle le globe est monté, & AMH celle par laquelle il descend. Considerons séparément le mouvement de la montée & de la descente, & soit pour celle-cy une abscisse quelconque prise sur la horizontale $AP = x$, l'appliquée verticale qui y répond $PM = y$; & que v soit la hauteur duë à la vitesse du globe en M; de sorte que la force retardatrice de la résistance y sera $= \frac{v}{c}$.

18. Décomposant le mouvement du corps selon les directions horizontale AP & la verticale PM, celui cy sera premièrement accéléré par la force accélératrice de la gravité $= \alpha$. Ensuite la force retardatrice de la résistance $\frac{v}{c}$ agissant selon la direction de la tangente MT, si nous posons l'élément de la courbe $Mm = ds$, il en résultera une force, qui s'oppose au mouvement horizontal, $= \frac{v\,dx}{c\,ds}$; & une qui s'oppose au mouvement vertical, $= \frac{v\,dy}{c\,ds}$. Donc si nous posons l'élément du tems $= dt$, de sorte que $dt = \frac{ds}{\sqrt{v}}$, & que nous prenions cet élément dt pour constant, les principes mécaniques de l'accélération nous fourniront ces deux égalités:

$$\frac{2\,ddx}{dt^2} = -\frac{v\,dx}{c\,ds} \quad \& \quad \frac{2\,ddy}{dt^2} = \alpha - \frac{v\,dy}{c\,ds}.$$

19. Puisque $dt = \frac{ds}{\sqrt{v}}$, nous aurons $v = \frac{ds^2}{dt^2}$, d'où nos deux équations deviendront:

$$\frac{2\,ddx}{dt^2} = -\frac{dx\,ds}{c\,dt^2} \quad \& \quad \frac{2\,ddy}{dt^2} = \alpha - \frac{dy\,ds}{c\,dt^2}$$

Suppofons de plus $dy = p\,dx$, de forte que p exprime la tangente de l'angle PTM, ou de l'inclinaifon du mouvement du corps à l'horizon, & à caufe de $ds = dx\sqrt{(1+pp)}$, & de $ddy = pddx + dxdp$, nous aurons ces deux équations :

$$\frac{2ddx}{dt^2} = -\frac{dx^2\sqrt{(1+pp)}}{c\,dt^2} \quad \& \quad \frac{2pddx}{dt^2} + \frac{2dxdp}{dt^2} = a - \frac{pdx^2\sqrt{(1+pp)}}{c\,dt^2}.$$

& fi nous retranchons de celle-cy la premiere multipliée par p, il reftera $\frac{2\,dx\,dp}{dt^2} = a$, ou bien $a\,dt^2 = 2\,dx\,dp$; or la premiere donne $-\frac{2\,ddx}{dx^2} = \frac{\sqrt{(1+pp)}}{c}$. Enfin on aura $v = \frac{dx^2\,(1+pp)}{dt^2} = \frac{a\,dx\,(1+pp)}{2\,dp}$.

20. Parce que $2\,dp = \frac{a\,dt^2}{dx}$; l'autre équation $-\frac{2\,ddx}{dx^2} = \frac{\sqrt{(1+pp)}}{c}$, multipliée par dp fe réduira à celle-cy $-\frac{2a\,dt^2\,ddx}{dx^3} = \frac{2\,dp\,\sqrt{(1+pp)}}{c}$ dont l'intégrale à caufe de l'élément dt conftant eft

$$\frac{a\,dt^2}{dx^2} = \frac{2\,dp}{dx} = 2\,C + \frac{2}{c}\int dp\,\sqrt{(1+pp)}$$

d'où nous tirons :

$$dx = \frac{dp}{C + \frac{1}{c}\int dp\,\sqrt{(1+pp)}} \quad \& \quad dy = \frac{p\,dp}{C + \frac{1}{c}\int dp\,\sqrt{(1+pp)}}$$

donc $ds = dx\sqrt{(1+pp)} = \frac{dp\,\sqrt{(1+pp)}}{C + \frac{1}{c}\int dp\,\sqrt{(1+pp)}}$

Enfuite

Ensuite à cause de $\alpha dt^2 = 2dxdp$, nous obtiendrons

$$\tfrac{1}{2}\alpha dt^2 = \frac{dp^2}{C + \frac{1}{c}\int dp\sqrt{(1+pp)}} \quad \& \quad dt\sqrt{\tfrac{1}{2}\alpha} = \frac{dp}{\sqrt{(C + \frac{1}{c}\int dp\sqrt{(1+pp)})}}$$

& enfin pour la vitesse du corps nous aurons :

$$v = \frac{\frac{1}{2}\alpha(1+pp)}{C + \frac{1}{c}\int dp\sqrt{(1+pp)}}.$$

21. Pour la formule intégrale $\int dp\sqrt{(1+pp)}$, qui entre dans ces expressions, il est évident qu'elle exprime un arc parabolique : ou bien on le pourra assigner par les logarithmes, puisque $\int dp\sqrt{(1+pp)} = \frac{1}{2}p\sqrt{(1+pp)} + \frac{1}{2}l(p + \sqrt{(1+pp)})$; prenant l'intégrale en sorte qu'il évanouisse au cas de $p = 0$, ce qui arrive au sommet A de la courbe, où la tangente est horizontale. Ainsi regardant l'inclinaison du mouvement du corps à l'horizon, dont la tangente est $= p$, comme connuë, pour l'endroit M, où cela arrive, nous pourrons déterminer l'abscisse $AP = x$, l'appliquée $PM = y$; l'arc $AM = s$; la hauteur duë à la vitesse en M, & enfin le tems, que le corps a mis à parcourir l'arc AM.

22. Posons pour la constante C, qui a été introduite par l'intégration, cette fraction $\frac{n}{c}$, & il est clair que n désignera un nombre absolu. Ensuite mettons pour abréger $\int dp\sqrt{(1+pp)} = P$. vu que pour chaque valeur de p on peut aisément trouver celle de P; & pour la branche AMH, par laquelle le corps descend, nous aurons les formules suivantes :

$$x = c\int\frac{dp}{n+P}; \quad y = c\int\frac{pdp}{n+P}; \quad s = c\int\frac{dp\sqrt{(1+pp)}}{n+p}$$

$$dt\sqrt{\tfrac{1}{2}\alpha} = \frac{dp\sqrt{c}}{\sqrt{(n+P)}} \quad \text{ou} \quad t = \frac{\sqrt{2c}}{\sqrt{\alpha}}\int\frac{dp}{\sqrt{(n+P)}}$$

$$\& \quad v = \frac{\frac{1}{2}\alpha c(1+pp)}{n+P}.$$

 Ces

Ces intégrales doivent être prises en sorte, qu'elles évanouissent dans le cas $p = 0$; d'où l'on voit que la hauteur duë à la vitesse en A sera $= \frac{\alpha c}{2n}$.

23. Ces mêmes formules servent aussi à exprimer la nature de l'autre branche ANC, que le corps aura décrite en montant ; car on n'a qu'à prendre négative la valeur de p. Ainsi, si la direction du mouvement en N fait avec l'horizon un angle dont la tangente $= p$, on aura :

$$AQ = c\int \frac{dp}{n-P}\,;\ QN = c\int \frac{p\,dp}{n-P};\ \&\ AN = c\int \frac{dp\sqrt{(1+pp)}}{n-P},$$

le tems par l'arc AN $= \frac{\sqrt{2c}}{\sqrt{\alpha}} \int \frac{dp}{\sqrt{(n-P)}}$

la hauteur duë à la vitesse en N $= \frac{\frac{1}{2}\alpha c(1+pp)}{n-P}$.

D'où l'on voit que dans la branche ascendante ANC l'inclinaison de ses tangentes à l'horizon ne sauroit nulle part devenir si grande, qu'il fût $P > n$: & là où $P = n$, la vitesse du corps est infinie.

24. Le mouvement du corps, & la courbe qu'il décrit CNAMH, dépend donc de trois constantes α, c, & n : dont il faut savoir les valeurs pour chaque cas proposé. La premiere α est déterminée par la gravité specifique du fluide à l'égard de celle du globe ; & comme elle n'entre pas dans les formules qui déterminent la nature de la courbe, on la connoitra indépendamment de α : ce n'est que le tems & la vitesse qui en dépendent. La quantité c est déterminée par le diamètre & le poids du globe, & comme elle ne fait que multiplier les formules trouvées, elle ne cause aucun embarras dans le calcul. Or la troisième quantité n, qui dépend de la vitesse imprimée au corps, affecte tellement nos formules, qu'on est obli-

gé

gé d'en calculer les valeurs à part pour toutes les différentes valeurs de n.

25. Pour développer mieux la nature de cette courbe, il sera bon d'avoir aussi égard au rayon de sa dévelopée qui mesure sa courbure dans chacun de ses points. Or on sait que posant $dy = pdx$, le rayon de courbure est $= \frac{dx(1+pp)\sqrt{(1+pp)}}{dp}$. Donc, puisque $\frac{dx}{dp} = \frac{c}{n+P}$ pour la branche descendante, le rayon de courbure en M sera $= \frac{c(1+pp)\sqrt{(1+pp)}}{n+P}$. Or pour la branche ascendante en N, où est aussi $dy = pdx$, le rayon de courbure sera $= \frac{c(1+pp)\sqrt{(1+pp)}}{n-P}$. Ainsi là où $P = n$, & la vitesse du corps est infinie, le rayon de courbure devient aussi infiniment grand: & l'on voit que dans les deux branches, où leurs tangentes sont également inclinées à l'horizon, le rayon de courbure, de même que les autres quantités, x, y, s, t, & v, sont plus grandes dans la branche ascendante que dans la descendante.

26. Donc dans un milieu résistant, les deux branches de la courbe décrite par un corps, sont dissemblables, en sorte que la branche descendante est plus courbée que l'ascendante, & le mouvement par celle-cy plus rapide que par celle-là. Or dans le vuide les deux branches sont, comme on sait, égales & semblables, & le mouvement aussi le même: ce que nos formules déclarent aussi évidemment; car pour le vuide la quantité c devient infinie, de même que le nombre n, puisque $\frac{ac}{2n}$ marque la hauteur duë à la vitesse en A. Donc

P évanouit par rapport à n, & puisque $\alpha = 1$, si nous posons $\frac{c}{2n} = b$; nous aurons pour le vuide :

$x = 2bp$; $y = bpp$; $s = 2b\int dp\sqrt{(1+pp)}$; $t = 2bp$; & $v = b(1+pp)$, & le rayon de courbure $= 2b(1+pp)^{\frac{3}{2}}$, d'où il est évident, que la courbe est une parabole, & le mouvement tel, qu'il est connu.

27. C'est donc de la quantité $P = \int dp\sqrt{(1+pp)}$, que résulte la différence entre les trajectoires dans le vuide & dans un fluide; & l'on voit que cette différence sera d'autant plus grande, plus sera grande la quantité P par rapport au nombre n. Or la quantité P évanoüit au sommet A; & de là de part & d'autre elle croit avec l'angle MTP, que la tangente de la courbe fait avec l'horizon; en sorte que lorsque cet angle devient droit, la quantité P sera même infinie. Par conséquent quelque petite que soit la résistance, la courbe CNAMH s'ecarte enfin à l'infini de la parabole; puisqu'en continuant ses branches il doit arriver nécessairement, que la quantité P devienne enfin égale au nombre n, quelque grand qu'il soit, & qu'elle le surpasse même infiniment.

28. Mais, lorsqu'on veut seulement connoitre une telle partie de la courbe comme NAM, que l'inclinaison des tangentes à ses extrémités M & N soit si petite, que la quantité P qui en résulte, soit fort petite par rapport au nombre n, alors on pourra trouver des approximations assés commodes pour décrire cette portion de la courbe. Car, puisque P est fort petite par rapport à n, on aura $\frac{1}{n+P} = \frac{1}{n} - \frac{P}{nn}$ & $\frac{1}{n-P} = \frac{1}{n} + \frac{P}{nn}$; & $\frac{1}{\sqrt{(n+P)}} = \frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{P}{2n\sqrt{n}}$; & $\frac{1}{\sqrt{(n-P)}} = \frac{1}{\sqrt{n}} + \frac{P}{2n\sqrt{n}}$. Donc pour la branche descendante

AM

AM nous aurons:

$$AP = x = \frac{c}{n}\left(p - \frac{1}{n}\int P\,dp\right) = \frac{c}{n}\left(p - \frac{1}{n}Pp + \frac{1}{3n}\left((1+pp)^{\frac{3}{2}} - 1\right)\right)$$

$$PM = y = \frac{c}{n}\left(\tfrac{1}{2}pp - \frac{1}{n}\int Pp\,dp\right) = \frac{c}{n}\left(\tfrac{1}{2}pp - \frac{1}{2n}Ppp - \frac{1}{8n}P + \frac{1}{8n}p(1+pp)^{\frac{1}{2}}\right)$$

$$AM = s = \frac{c}{n}\left(P - \frac{1}{n}\int P\,dp\sqrt{(1+pp)}\right) = \frac{c}{n}\left(P - \frac{1}{2n}PP\right)$$

le tems par $AM = t = \frac{\sqrt{2c}}{\sqrt{an}}\left(p - \frac{1}{2n}Pp + \frac{1}{6n}\left((1+pp)^{\frac{3}{2}} - 1\right)\right)$

la hauteur duë à la viteſſe en M, $v = \frac{ac(1+pp)}{2n}\left(1 - \frac{P}{n}\right)$

Et prenant p & P négatifs ces mêmes expreſſions ſerviront pour la branche aſcendante AN.

29. Or ces approximations n'auront lieu, que tandis que la quantité P demeure extrémement petite par rapport au nombre n. Donc, plus le nombre n ſera grand, plus ſera auſſi grande la portion de la courbe MAN, qu'on connoitra au juſte par le moyen de ces formules. Mais, dès qu'on en veut connoitre une plus grande portion, ces approximations ne ſont plus d'aucune uſage; & alors, puisqu'il n'y a pas moyen d'intégrer les formules trouvées pour x, y, & le tems t, on ſera réduit à en chercher la valeur par la voye des quadratures. Or, avant que d'entreprendre cet ouvrage, il ſera bon de remarquer quelques phènomenes, que nous decouvre la conſidération de cette courbe.

30. Et d'abord je remarque, que l'arc de la courbe $AM = s$ ſe peut exprimer par un logarithme; car, puisque $dp\sqrt{(1+pp)} = dP$, on aura $s = c\int \frac{dP}{n+P}$, & partant $s = c\,l\,\frac{n+P}{n}$, puisque en A où $s = 0$, il eſt $P = 0$; & cette formule eſt dèjà fort commode pour

pour décrire la courbe; car calculant pour un grand nombre de valeurs de p, celle de s, on trouvera autant de portions de la courbe, & sachant de chacune l'inclinaison à l'horizon, on en tirera aisément les portions de l'abscisse & de l'appliquée, qui leur conviennent; lesquelles étant ajoutées ensemble donneront tant l'abscisse que l'appliquée entiere, qui répondent à chaque point de la courbe. Ensuite, ayant la vitesse à chaque point de la courbe par la formule $v = \frac{\frac{1}{2} ac(1+pp)}{n+P}$, chaque particule de la courbe divisée par $\sqrt{v}$ donnera le tems, que le corps met à la parcourir: & pourvu qu'on prenne les particules de la courbe assés petites, on obtiendra assés exactement tant la figure de la courbe, que le mouvement du corps.

31. Puisque pour la branche descendante nous venons de trouver $s = c\,l\,\frac{n+P}{n}$, nous voyons que cette courbe approche de plus en plus de la direction verticale, qu'elle n'atteint pourtant qu'à l'infini. Car l'arc s ne devient infini, que lorsque P est infini, ce qui arrive, quand p est pris infini, ou que la tangente de la courbe devient verticale. Or pour la branche ascendante ANC, nous aurons l'arc $AN = -c\,l\,\frac{n-P}{n} = c\,l\,\frac{n}{n-P}$; donc cet arc sera infini, lorsque $P = n$: de là on obtiendra une certaine valeur pour p, d'où l'on connoitra l'inclinaison de la tangente de cette courbe à l'infini, qui sera son asymtote.

32. Ayant pour la branche ascendante $v = \frac{\frac{1}{2} ac(1+pp)}{n-P}$ nous voyons qu'à l'infini où $P = n$, la vitesse du corps est infinie, & qu'en montant jusqu'en A elle devient continuellement plus petite; car en diminuant p, le numérateur $\frac{1}{2} ac(1+pp)$ en devient plus petit, & le dénominateur $n - P$ plus grand; l'un & l'autre contribuant à diminuer

diminuer la vitesse. Or pour la branche descendante ayant $v = \frac{\frac{1}{2}ac(1+pp)}{n+P}$; on aura pour le sommet A, $v = \frac{ac}{2n}$; or de là il ne s'ensuit pas, que plus le corps descend, plus aussi son mouvement sera accéléré; mais plutôt après que le corps aura passé par le sommet A, son mouvement ne laissera pas de souffrir encore quelque diminution, jusqu'à ce qu'il parvienne à un certain point I, où sa vitesse sera la plus petite.

33. Ce point I où le corps aura la moindre vitesse, se trouvera donc en supposant le differentiel de $\frac{1+pp}{n+P}$ égal à zéro; d'où l'on aura $2p(n+P) = (1+pp)\sqrt{(1+pp)}$. Or ayant $P = \frac{1}{2}p\sqrt{(1+pp)} + \frac{1}{2}l(p+\sqrt{(1+pp)})$, nous aurons

$$2np + pl(p+\sqrt{(1+pp)}) = \sqrt{(1+pp)}$$

Comme cela arrive ordinairement fort près du point A, la valeur de p sera fort petite, & partant à peu près:

$P = p + \frac{1}{6}p^3$, & $(1+pp)\sqrt{(1+pp)} = 1 + \frac{3}{2}pp + \frac{3}{8}p^4$.

donc: $2np + 2pp + \frac{1}{3}p^4 = 1 + \frac{3}{2}pp + \frac{3}{8}p^4$, où $2np = 1 - \frac{1}{2}pp + \frac{1}{24}p^4$

d'où, à moins que le nombre n ne soit très petit, on tirera $p = \frac{1}{2n} - \frac{1}{16n^3}$ pour le point I; & partant la hauteur duë à la plus petite vitesse en I sera à peu près $v = \frac{ac}{2n}\left(\frac{4nn+1}{4nn+2}\right)$ ou $v = \frac{ac}{2n}\left(1 - \frac{1}{4nn}\right)$.

34. Depuis ce point I le mouvement du corps sera de nouveau accéléré; mais quoique l'accélération continuë à l'infini, la vitesse ne surpassera jamais une certaine limite; car à l'infini de cette courbe où $p = \infty$, on aura $v = \frac{\frac{1}{2}acpp}{P}$, puisque n evanouït par rapport à P, dont la valeur

 sera

sera aussi infinie. Mais à cause de $p = \infty$, le nombre $l(p + \sqrt{(1+pp)})$ quoiqu'infini, évanouït par rapport à $p\sqrt{(1+pp)}$, de sorte que dans ce cas $P = \frac{1}{2}pp$, & partant $v = ac$; qui sera donc la hauteur duë à la vitesse, de laquelle le corps en descendant par l'arc IMH approche de plus en plus, & qu'il n'atteint qu'à l'infini.

35. Il est aussi à remarquer, que le rayon de courbure en M étant $= \frac{c(1+pp)^{\frac{3}{2}}}{n+P}$, la plus grande courbure ne se trouvera pas au sommet même A, mais à un autre point K dans l'arc descendant, qu'on trouvera par la résolution de cette équation

$$3p(n+P) = (1+pp)\sqrt{(1+pp)}, \text{ ou bien}$$

$$3np + \tfrac{1}{2}pp\sqrt{(1+pp)} + \tfrac{3}{2}pl(p+\sqrt{(1+pp)}) = \sqrt{(1+pp)}.$$

Donc, à moins que le nombre n ne soit trés petit, il y aura à peu près $p = \frac{1}{3n}$; d'où l'on voit que ce point K sera plus prés du sommet A, que le point I, où la vitesse du corps est la plus petite.

36. Mais pour la nature de la branche descendante AMH, c'est encore une question bien importante, si elle a une asymtote verticale comme EF, ou non? c'est à dire, si en faisant $p = \infty$ l'abscisse x devient infinie, ou si elle obtient une valeur finie comme AE, qui donneroit par conséquent l'asymtote EF. Il s'agit donc de chercher la valeur de la formule intégrale $\int \frac{dp}{n+P}$ au cas de $p = \infty$; car pour la valeur de l'appliquée $c\int \frac{pdp}{n+P}$, il n'y a aucun doute, qu'elle ne devienne infinie en posant $p = \infty$. Mais aucune des méthodes, qui seroient assés propres pour nous marquer ces valeurs, tandis que P est plus petit que n, ne sauroit être employée ici avec succès.

37.

37. Je crois donc, que le plus seur moyen sera de recourir à des limites, en donnant à P successivement deux telles valeurs, dont l'une seroit trop grande & l'autre trop petite; en sorte qu'on puisse pour l'un & l'autre cas exprimer l'intégrale $\int \frac{dp}{n+P}$. Or il est évident que $\int dp\sqrt{(1+pp)}$, ou P, est toujours plus petit que $p\sqrt{(1+pp)}$; & certainement plus grand que p ou $p\sqrt{(1+0pp)}$. Posons donc pour avoir des limites plus proches;

$$P = \int dp\sqrt{(1+pp)} = p\sqrt{(1+\delta pp)}$$

& prenant les différentiels nous aurons:

$$\sqrt{(1+pp)}\,(1+\delta pp) = 1+2\delta pp \quad \text{ou bien}$$

$$(1-3\delta)\,pp+\delta(1-4\delta)\,p^4 = 0$$

d'où l'on voit, que si $\delta = \frac{1}{3}$, cette formule est < 0, & si $\delta = \frac{1}{4}$, elle est > 0. Donc nous aurons ces deux limites assés approchantes:

$$P < p\sqrt{(1+\tfrac{1}{3}pp)} \quad \& \quad P > p\sqrt{(1+\tfrac{1}{4}pp)}$$

38. Par là nous sommes asseurés, que dans la branche descendante il y aura toujours:

$$x > c\int \frac{dp}{n+p\sqrt{(1+\frac{1}{3}pp)}} \quad \& \quad x < c\int \frac{dp}{n+p\sqrt{(1+\frac{1}{4}pp)}}$$

Dévelopons donc ces deux limites, & pour qu'une seule opération y suffise, posons $x = c\int \frac{dp}{n+p\sqrt{(1+\delta pp)}}$, & soit pour dégager l'irrationalité $\sqrt{(1+\delta pp)} = p\sqrt{\delta}+q$, & nous aurons $p = \frac{1-qq}{2q\sqrt{\delta}}$; $\sqrt{(1+\delta pp)} = \frac{1+qq}{2q}$, & $p\sqrt{(1+\delta pp)} = \frac{1-q^4}{4qq\sqrt{\delta}}$

de plus $dp = -\frac{dq(1+qq)}{2qq\sqrt{\delta}}$, & partant:

$$x = -2c\int \frac{dq\,(1+qq)}{1+4nqq\sqrt{\delta}-q^4}.$$

39. Ce dénominateur ayant deux facteurs réels, posons les $ff+qq$ & $gg-qq$; & on aura $ffgg = 1$ & $gg-ff = 4n\sqrt{\delta}$

 ou

ou bien $ff = \frac{1}{gg}$ & $4n\sqrt{\delta} = \frac{g^4 - 1}{gg}$. De là notre expression deviendra :

$$x = -2c\left(\frac{1-ff}{ff+gg}\int\frac{dq}{ff+qq} + \frac{1+gg}{ff+gg}\int\frac{dq}{gg-qq}\right).$$

& prenant les intégrales :

$$x = \frac{-2c(1-ff)}{f(ff+gg)}\text{A tang}\frac{q}{f} - \frac{c(1+gg)}{g(ff+gg)}\,l\frac{g+q}{g-q} + \text{Const.}$$

Or puisque $x = 0$; lorsque $p = 0$ & partant $q = 1$, nous aurons :

$$x = \frac{2c(1-ff)}{f(ff+gg)}\left(\text{A tang}\frac{1}{f} - \text{A tang}\frac{q}{g}\right) + \frac{c(1+gg)}{g(ff+gg)}\,l\frac{(g+1)(g-q)}{(g-1)(g+q)}$$

ou bien à cause de $f = \frac{1}{g}$;

$$x = \frac{2cg(gg-1)}{1+g^4}(\text{A tang}\,g - \text{A tang}\,gq) + \frac{cg(1+gg)}{1+g^4}\,l\frac{(g+1)(g-q)}{(g-1)(g+q)}$$

40. Maintenant on n'a qu'à poser $q = 0$, pour avoir le cas de $p = \infty$; & l'abscisse qui répond à l'arc infini AMH sera

$$\text{AE} = \frac{2cg(gg-1)}{1+g^4}\text{A tang}\,g + \frac{cg(1+gg)}{1+g^4}\,l\frac{g+1}{g-1}$$

où il faut remarquer que $gg = 2n\sqrt{\delta} + \sqrt{(1+4\delta nn)}$. Donc prenant $\delta = \frac{1}{3}$, nous aurons $gg = 2n\sqrt{\frac{1}{3}} + \sqrt{(1+\frac{4}{3}nn)}$ & partant l'intervalle AE sera ou plus grand ou plus petit que cette expression

$$\frac{2cg(gg-1)}{1+g^4}\text{A tang}\,g + \frac{cg(1+gg)}{1+g^4}\,l\frac{g+1}{g-1}$$

selon qu'on prenne

ou $gg = 2n\sqrt{\frac{1}{3}} + \sqrt{(1+\frac{4}{3}nn)}$

ou $gg = n + \sqrt{(1+nn)}$

41.

41. Lorsque n est un nombre très grand, g en sera un aussi, & A tang g deviendra $= \frac{\pi}{2}$, prenant π pour la mesure de deux angles droits : donc à cause de $l\frac{g+1}{g-1} = \frac{2}{g}$, notre formule sera $\frac{\pi c}{g} + \frac{2c}{gg}$. Donc ayant ou $gg = 4n\sqrt{\frac{1}{3}}$ ou $gg = 2n$; les limites entre lesquels l'intervalle AE est compris, seront

$$\frac{\pi c \sqrt{\sqrt{3}}}{2\sqrt{n}} + \frac{c\sqrt{3}}{2n} \quad \& \quad \frac{\pi c \sqrt{2}}{2\sqrt{n}} + \frac{c}{n}$$

Mais, lorsque n est une fraction très petite, nous aurons, ou $gg = 1 + 2n\sqrt{\frac{1}{3}}$, ou $gg = 1 + n$; donc à cause de A tang $1 = \frac{\pi}{4}$ les limites de l'intervalle A E seront :

$$\frac{\pi nc}{2\sqrt{3}} + c\, l\, \frac{2\sqrt{3}}{n} \quad \& \quad \frac{\pi nc}{4} + c\, l\, \frac{4}{n}$$

43. La courbe trajectoire donc dans un fluide aura deux asymtotes, l'une verticale qui est convergente avec la branche descendante, & l'autre inclinée à l'horizon, pour la branche ascendante, & qui sera tellement inclinée à l'horizon, que posant la tangente de l'inclinaison $= p$, on aura $P = n$, ou

$$n = \tfrac{1}{2} p \sqrt{(1 + pp)} + \tfrac{1}{2} l (p + \sqrt{(1 + pp)})$$

Pour le cas du vuide cette derniere asymtote devient aussi verticale, de même que la premiere, & l'une & l'autre sera infiniment éloignée du sommet A. Or pour trouver le point L, où l'asymtote de la branche ascendante coupe la ligne horizontale BAE, posant $P = n$, on aura

$$AL = x - \frac{y\,dx}{dy} = c\left(\int \frac{dp}{n - P} - \frac{1}{p}\int \frac{p\,dp}{n - P}\right)$$

43. Après ces remarques générales, venons au fait pour voir, comment on pourroit tirer quelque fruit des formules trouvées pour

la pratique. Et d'abord il eſt évident qu'on ne ſauroit ſe paſſer d'une Table, qui répréſente pour chaque valeur de p celle de P. Donc, puisque p exprime la tangente de l'angle d'inclinaiſon de la courbe à l'horizon, poſons cet angle $= \phi$, de ſorte quo $p =$ tang ϕ; & à cauſe de $\sqrt{(1+pp)} =$ ſec. ϕ, nous aurons:

$$P = \tfrac{1}{2} \text{ tang } \phi . \text{ sec. } \phi + \tfrac{1}{2} l (\text{tang } \phi + \text{sec. } \phi) \text{ ou bien}$$

$$P = \tfrac{1}{2} \text{ tang } \phi . \text{ sec. } \phi + \tfrac{1}{2} l \text{ tang } (45^\circ + \tfrac{1}{2} \phi)$$

où il faut prendre les logarithmes hyperboliques de la tangente des angles $45^\circ + \frac{1}{2} \phi$, qu'on trouve dans l'Ouvrage de Neper ſur les logarithmes.

44. C'eſt donc le contenu de la Table premiere, où la premiere colomne renferme tous les angles d'inclinaiſon à l'horizon de degré en degré depuis 0° jusqu'à 90°: la ſeconde colomne en contient les tangentes, qui ſont les valeurs de la lettre p. La troiſième colomne fournit les valeurs de la formule tang ϕ. ſec. ϕ ou de $p\sqrt{(1+pp)}$, & la quatrième celles de la formule l tang $(45^\circ + \frac{1}{2} \phi)$, ou de $l(p + \sqrt{(1+pp)})$; qui eſt la même que la Table des degrés des latitudes croiſſantes dans l'Hydrographie. Enfin la cinquième colomne contient les valeurs correſpondantes de la formule intégrale $P = \int dp\sqrt{(1+pp)}$, dont nous avons beſoin dans nos expreſſions.

45. Or, pour connoitre les courbes, qu'un corps peut décrire dans un fluide, il faut remarquer, qu'il y en a une infinité d'eſpeces differentes, qui ſont déterminées par les diverſes valeurs du nombre n. Car, tandis que le nombre n demeure le même, les courbes ſeront toujours ſemblables entr'elles, ou bien de la même eſpece, quelle que ſoit la difference entre les quantités a & c; puisque celles-cy n'entrent dans le calcul, que pour déterminer la grandeur de la courbe, ſans en changer l'eſpece, & outre cela le mouvement même du corps.

46. Le caractère de ces diverſes eſpeces ſera l'angle OLB, dont l'aſymtote de la branche aſcendante eſt inclinée à l'horizon. Pour connoitre cet angle, on n'a qu'à chercher la valeur du nombre n dans

la

la cinquième colomne de notre table, & la premiere colomne indiquera cet angle. Ainsi, si $n = 0$, l'angle OLB évanouira, ou bien l'asymtote OL sera horizontale; & le sommet A se trouvera à l'infini. Dans ce cas donc la branche ascendante de la courbe évanouit, & le corps descendra toujours, en approchant de plus en plus de l'autre asymtote verticale EF : ce sera donc la premiere espece des trajectoires décrites dans un fluide. Fig. 2.

47. Pour les autres especes, on les aura en donnant à n des valeurs affirmatives. Or, quoique le nombre soit infini, il sera bon pour la pratique d'en fixer un certain nombre en donnant à l'angle OLB des valeurs, qui croissent de 5 à 5 degrés. Ainsi la seconde espece sera, si $n = 0,0876001$, où l'angle OLB devient de 5 degrés. Voilà donc les diverses especes, qu'on pourroit établir. Fig. 1.

Espece.	L'angle OLB	valeur du nombre n	Espece.	L'angle OLB	valeur du nombre n
1	0°	0,0000000	10	45°	1,1477934
2	5	0,0876001	11	50	1,432362
3	10	0,1772365	12	55	1,822067
4	15	0,2711218	13	60	2,390330
5	20	0,3718537	14	65	3,290396
6	25	0,4826944	15	70	4,884250
7	30	0,6079863	16	75	8,223570
8	35	0,7538161	17	80	17,54793
9	40	0,9291380	18	85	67,12291

L'espece suivante ou la dix-neuvième renfermeroit les cas, où le globe est lancé verticalement en haut : or, puisque ces cas sont suffisamment expliqués ailleurs, je n'en tiendrai pas compte ici.

48. On pourroit encore établir autant d'especes, en donnant à n les mêmes valeurs, mais prises négativement ; mais, puisque dans ces

ces cas les courbes sont destituées de la branche ascendante, elles ne sauroient avoir lieu, que lorsque le globe seroit d'abord lancé en bas. Or, comme dans l'Artillerie il n'arrive guères souvent, qu'on baisse les canons ou les mortiers au dessous de l'horizon, il seroit superflu de calculer ces especes; & puisque la direction des canons & mortiers est toujours, ou horizontale, ou élevée au dessus de l'horizon, on peut même se passer de la premiere espece, vu qu'elle n'a jamais lieu dans la pratique.

49. Le plus sur moyen de calculer chacune des ces especes sera de partager toute la courbe en plusieurs morceaux, & d'en calculer chacun à part: car alors on n'aura qu'à rassembler les calculs de tous ces morceaux. Soit donc Mm un tel morceau de la courbe, & soit la tangente de l'inclinaison en M $= p$ & en $m = q$: & posant $\int dq \sqrt{(1+qq)} = Q$, de même que $\int dp \sqrt{(1+pp)} = P$; on aura AM $= cl \frac{n+P}{n}$ & A$m = cl \frac{n+Q}{n}$; donc la portion de l'arc Mm sera $= cl \frac{n+Q}{n+P}$. Ensuite prenant un milieu entre les inclinaisons en M & m, qui soit $= \eta$, on aura pour la portion de l'abcisse qui répond à cet arc P$p = c \cos \eta . l \frac{n+Q}{n+P}$; & pour la portion de l'appliquée $pm - PM = c \sin \eta . l \frac{n+Q}{n+P}$; pourvu que que la difference entre p & q soit assés petite.

50. Ensuite pour le mouvement même du corps, la hauteur duë à la vitesse en M sera $= \frac{\frac{1}{2} ac (1+pp)}{n+P}$, & en $m = \frac{\frac{1}{2} ac (1+qq)}{n+Q}$. Prenant donc un milieu entre les vitesses, qu'on tire de ces formules, qui soit $= \sqrt{u}$, le tems, que le corps employe à par-

parcourir l'espace Mm sera $= \frac{M m}{\sqrt{u}}$. Ou bien on prendra un milieu entre les valeurs $\frac{\sqrt{(1+pp)}}{\sqrt{(n+P)}}$ & $\frac{\sqrt{(1+qq)}}{\sqrt{(n+Q)}}$ qui soit $= \mu$, & à cause de $\sqrt{u} = \mu \sqrt{\frac{1}{2} a c}$, le tems par l'arc M$m$ sera $= \frac{\sqrt{2c}}{\sqrt{a}} \cdot \frac{1}{\mu} \, l \frac{n+Q}{n+P}$. Et pour avoir ce tems exprimé en minutes secondes, soit g la hauteur par laquelle un corps tombe dans une seconde, & le nombre des secondes sera $= \frac{\sqrt{c}}{\sqrt{2ag}} \cdot \frac{1}{\mu} \, l \frac{n+Q}{n+P}$. On pourra de la même maniere exprimer les vitesses par l'espace, qu'elles sont capables de parcourir dans une seconde, & sur ce pied la vitesse en M est $= \sqrt{2acg} \cdot \frac{\sqrt{(1+pp)}}{\sqrt{(n+P)}}$.

51. Quoiqu'on dût ici prendre les logarithmes hyperboliques, on peut pourtant se servir des logarithmes communs, pourvu qu'on multiplie ensuite les coëfficiens de ces termes par le nombre 2, 302585092994, dont le logarithme commun est $= 0,3622156$. Ainsi, en se servant des logarithmes communs, un arc quelconque de la courbe sera $2,302585\, c \cdot l \frac{n+Q}{n+P}$, & ce coëfficient conviendra aussi aux abscisses & appliquées. Ensuite la vitesse en M sera exprimée par l'espace $\sqrt{2acg} \cdot \frac{\sqrt{(1+pp)}}{\sqrt{(n+P)}}$, qui se parcourt dans une seconde avec cette vitesse; & le tems par l'arc Mm sera de

$$\frac{2,302585\sqrt{c}}{\sqrt{2ag}} \cdot \frac{1}{\mu} \, l \frac{n+Q}{n+P} \text{ secondes,}$$

où μ est la valeur moyenne entre $\frac{\sqrt{(1+pp)}}{\sqrt{(n+P)}}$ & $\frac{\sqrt{(1+qq)}}{\sqrt{(n+Q)}}$

& g marque la hauteur, d'où un corps tombe dans une seconde dans le vuide, & on sait que $g = 15,625$ pieds de Rhin.

52. Sur ce pied je calculerai une Table pour l'espece douzième où $n = 1,822067$, qui contiendra deux parties l'une pour la branche ascendante ANC, l'autre pour la branche descendante AMH; elle pourra servir de modele pour calculer pareillement des Tables semblables pour les autres especes; & à l'aide de 18 Tables de cette forme on sera en état de résoudre toutes les questions, qui peuvent se rencontrer dans l'Artillerie.

53. Par le moyen de cette Table, qui est calculée de 5 à 5 degrés, on construira aisément la forme de la trajectoire de la douzième especе; comme elle est exprimée dans la troisième figure. Et lorsqu'on sait la valeur de la quantité e & de α, on connoitra par cette Tabelle la vitesse du corps dans chaque point de la courbe, & encore le tems, par chaque partie de la courbe. Ainsi, si la direction, ou l'élévation du canon ou du mortier est donnée, d'où l'on tire le globe, on cherchera l'élévation dans la premiere colomne de la table pour la branche ascendante, & la colomne Vme montrera la vitesse, qui doit être imprimée au globe, pour qu'il décrive une trajectoire de la douzième éspece.

Fig. 3.

54. Prenons pour exemple une bombe, dont le diamètre soit $\frac{1}{2}$ pied, & le poids de 64 livres, ou bien égal au poids de $\frac{9}{10}$ pied cubique d'eau. Ayant donc $d = \frac{1}{2}$ & $e^3 = \frac{9}{10}$, nous aurons (15) $e = 707.\ \frac{18}{5} = 2544$ pieds; & pour α nous prendrons l'unité. Que cette bombe soit jettée sous une élévation de 45° en C, & pour qu'elle décrive une trajectoire de la XIIme especе, il faut que sa vitesse en C soit de $1,7222525.\ \sqrt{2\alpha gc}$ pieds par seconde, ou qu'elle soit capable de parcourir avec cette vitesse un espace de $434\frac{9}{10}$ pieds par seconde. Quand sa vitesse seroit plus grande, la trajectoire appartiendroit à une especе antérieure; mais, si elle étoit plus petite, à une especе

espece suivante; & dans ces cas il faudroit avoir calculées les Tables de ces autres especes.

55. Supposons donc que la vitesse initiale de la bombe en C soit de $434\frac{9}{10}$ pieds par seconde, & qu'elle soit jettée sur une plaine horizontale, où elle retombe en E. Soit le sommet en A, d'où l'on baisse la perpendiculaire AD, & la Table pour la branche ascendante nous donnera

l'intervalle	CD = AB	=	2139, 2 pieds
la hauteur	AD	=	1234, 8 pieds
la courbe même	CA	=	2529, 0 pieds
la vitesse au sommet	A	=	$208\frac{8}{9}$ pieds par seconde
le tems de la montée par	CA	=	8, 18 secondes.

56. Pour la branche descendante il faut chercher par interpolation le point où l'appliquée est = 0, 2108126 dans la Table pour cette branche, & on voit que cela arrive entre 60° & 65°, & précisément à 60°, 13′. Ainsi la bombe tombera en E sur l'horizon sous un angle de 60°, 13′: Or de là on trouvera

l'intervalle	DE	=	1640, 1 pieds
la courbe	AE	=	2153, 6 pieds
la vitesse en	E	=	$275\frac{2}{3}$ pied par seconde
le tems de la descente par	AE	=	9, 50 secondes

Ainsi la bombe restera dans l'air pendant 17, 68 ou $17\frac{2}{3}$ secondes, & l'amplitude du jet sera CE = $3779\frac{1}{3}$ pieds. Cet Exemple sera suffisant à montrer l'usage de ces Tables dans la resolution de toute sorte de problèmes, qu'on propose ordinairement dans l'Artillerie.

ESPECE XII.

Pour le branche ascendante

Inclin. en N	L' arc AN $=2,302585c$ mult. par	L'abscisse AQ $=2,302585c$ mult. par	L'appliquée QN $=2,302585c$ mult. par	La vitesse en N $=\sqrt{2agc}$ mult. par	Le tems par AN $=\frac{2,302585\sqrt{c}}{\sqrt{2ag}}$ mult. par
0°	0,0000000 213983	0,0000000 213779	0,0000000 9334	0,7408247 213820	0,0000000'' 284763
5	0,0213983 230448	0,0213779 228477	0,0009334 30080	0,7622067 295427	0,0284763 296594
10	0,0444431 255349	0,0442256 249296	0,0039414 55268	0,7917494 395510	0,0581357 314747
15	0,0699780 291646	0,0691552 278148	0,0094682 87699	0,8313004 523866	0,0896104 340273
20	0,0991426 345303	0,0969700 319018	0,0182381 132142	0,8836870 697094	0,1236377 376196
25	0,1336729 426536	0,1288718 377472	0,0314523 196952	0,9533964 945651	0,1612573 426723
30	0,1763265 555745	0,1666190 468711	0,0511475 298602	1,0479615 1331725	0,2039296 499521
35	0,2319010 778564	0,2134901 617676	0,0810077 473960	1,1811330 2003240	0,2538817 609504
40	0,3097574 1219806	0,2752577 899335	0,1284037 824089	1,3814570 3407955	0,3148321 790812
45	0,4317380 2381005	0,3651912 1608581	0,2108126 1755460	1,7222525 7698425	0,3939133 1149287
50	0,6698385	0,5260493	0,3863586	2,4920950	0,5088420

ESPECE

ESPECE XII. Pour la branche descendante.

Inclin. en M	L'arc AM $=2,302585c$ mult. par	L'abscisse AP $=2,302585c$ mult. par	L'appliquée PM $=2,302585c$ mult. par	La vitesse en M $=\sqrt{2ag}\,c$ mult. par	Le tems par M $=\frac{2,302585\sqrt{c}}{\sqrt{2ag}}$ mult. par
0°	0,000000	0,0000000	0,0000000	0,7408247	0,0000000
	203933	203739	8895	— 144229	277997
5	0,0203933	0,0203739	0,0008895	0,7264018	0,0277997
	199209	197505	26002	— 82616	275814
10	0,0403142	0,0401244	0,0034897	0,7181402	0,0553811
	199299	194575	43136	— 25 702	278019
15	0,0602441	0,0595819	0,0078033	0,7155700	0,0831830
	204125	194677	61381	+ 28920	284687
20	0,0806566	0,0790496	0,0139414	0,7184620	0,1116517
	214049	197755	81913	83320	296214
25	0,1020615	0,0988251	0,0221327	0,7267940	0,1412731
	229898	203922	106155	139390	313328
30	0,1250513	0,1192173	0,0327482	0,7407330	0,1726059
	253104	213465	135993	198950	337196
35	0,1503617	0,1405638	0,0463475	0,7606280	0,2063255
	285969	226875	174086	263895	369608
40	0,1789586	0,1632513	0,0637561	0,7870175	0,2432863
	332130	244872	224384	336125	413278
45	0,2121716	0,1877385	0,0861945	0,8206300	0,2846141
	397389	268470	292985	417430	472492
50	0,2519105	0,2145855	0,1154930	0,8623730	0,3318633
	491194	299018	389688	509230	553474
55	0,3010299	0,2444873	0,1544618	0,9132960	0,3872107
	629347	338148	530786	681670	667116
60	0,3639646	0,2783021	0,2075404	0,9744630	0,4539223
	841010	388335	745985	720310	832818
65	0,4480656	0,3171356	0,2821389	1,0464940	0,5372041
	1178537	451007	1088830	825390	1084230
70	0,5659193	0,3622363	0,3910219	1,1290330	0,6456271
	1754921	527715	1673697	900010	1495880
75	0,7414114	0,4150078	0,5584916	1,2190340	0,7952151
	2851538	617186	2783950	894400	2257818
80	1,0265652	0,4767264	0,8367866	1,3084740	1,0209969
	5513732	719686	5466560	733500	4[illegible]500
85	1,5779384	0,5486950	1,3834426	1,3818240	1,4[illegible]0469

TABLE

TABLE Subsidiaire.

ang. Φ	p = tang Φ	tag Φ sec. Φ	tg(45° − ½Φ)	P
0°	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000
1	0,0174551	0,0174577	0,0174541	0,0174559
2	0,0349208	0,0349420	0,0349136	0,0349278
3	0,0524078	0,0524797	0,0523838	0,0524318
4	0,0699268	0,0700976	0,0698698	0,0699837
5	0,0874887	0,0878229	0,0873773	0,0876001
6	0,1051042	0,1056832	0,1049116	0,1052974
7	0,1227846	0,1237068	0,1224783	0,1230926
8	0,1405408	0,1419220	0,1400823	0,1410022
9	0,1583844	0,1603587	0,1577296	0,1590442
10	0,1763270	0,1790471	0,1754259	0,1772365
11	0,1943803	0,1980185	0,1931766	0,1955976
12	0,2125566	0,2173052	0,2109876	0,2141464
13	0,2308682	0,2369410	0,2288650	0,2329030
14	0,2493280	0,2569609	0,2468144	0,2518877
15	0,2679492	0,2774014	0,2648421	0,2711218
16	0,2867454	0,2983010	0,2829544	0,2906277
17	0,3057307	0,3197000	0,3011576	0,3104288
18	0,3249197	0,3416408	0,3194582	0,3305495
19	0,3443276	0,3641680	0,3378626	0,3510153
20	0,3639702	0,3873290	0,3563784	0,3718537
21	0,3838640	0,4111741	0,3750122	0,3930932
22	0,4040262	0,4357564	0,3937709	0,4147637
23	0,4244748	0,4611325	0,4126623	0,4368974
24	0,4452287	0,4873633	0,4316947	0,4595290
25	0,4663077	0,5145136	0,4508752	0,4826944
26	0,4877326	0,5426522	0,4702126	0,5064324
27	0,5095254	0,5718538	0,4897151	0,5307845
28	0,5317094	0,6021983	0,5093921	0,5557952
29	0,5543091	0,6337714	0,5292525	0,5815120
30	0,5773503	0,6666666	0,5493059	0,6079863

TA-

TABLE Subsidiaire.

ang. Φ	p = tang Φ	tag Φ sec. Φ	tg(45° + ½Φ)	P
30°	0,5773503	0,6666666	0,5493059	0,6079863
31	0,6008606	0,7009840	0,5695625	0,6352732
32	0,6248694	0,7368323	0,5900326	0,6634325
33	0,6494076	0,7743300	0,6107273	0,6925287
34	0,6745085	0,8136044	0,6316578	0,7226311
35	0,7002075	0,8547958	0,6528363	0,7538161
36	0,7265425	0,8980560	0,6742752	0,7861656
37	0,7535541	0,9435520	0,6959879	0,8197699
38	0,7812856	0,9914657	0,7179875	0,8547266
39	0,8097840	1,0419980	0,7402898	0,8911439
40	,08390996	1,0953666	0,7629093	0,9291380
41	0,8692867	1,1518160	0,7858627	0,9688398
42	0,9004040	1,2116130	0,8091670	1,0103900
43	0,9325151	1,2750535	0,8328403	1,0539469
44	0,9656888	1,3424655	0,8569026	1,0996840
45	1,0000000	1,4142136	0,8813732	1,1477934
46	1,0355303	1,4907040	0,9062752	1,1984896
47	1,0723687	1,5723920	0,9316313	1,2520116
48	1,1106125	1,6597842	0,9574664	1,3086253
49	1,1503684	1,7534530	0,9838076	1,3686303
50	1,1917536	1,8540400	1,0106827	1,4323614
51	1,2348972	1,9622710	1,0381231	1,5001970
52	1,2799416	2,0789700	1,0661613	1,5725657
53	1,3270448	2,2050705	1,0948332	1,6499519
54	1,3763819	2,3416410	1,1241768	1,7329189
55	1,4281480	2,4899000	1,1542341	1,8220670
56	1,4825610	2,6512520	1,1850503	1,9181512
57	1,5398650	2,8273130	1,2166746	2,0219938
58	1,6003345	3,0199590	1,2491603	2,1345596
59	1,6642795	3,2313720	1,2825662	2,2569691
60	1,7320508	3,4641020	1,3165572	2,3903296

TA-

TABLE Subsidiaire.

Ang. Φ	p = tang Φ	tang Φ sec. Φ	tg(45° + ½Φ)	P
60°	1,7320508	3,464102	1,3165572	2,390330
61	1,8040478	3,721147	1,3524042	2,536776
62	1,8807265	4,006050	1,3889854	2,697518
63	1,9626105	4,323721	1,4267876	2,874904
64	2,0503038	4,677095	1,4659075	3,071501
65	2,1445069	5,074337	1,5064535	3,290396
66	2,2460368	5,522093	1,5485467	3,535320
67	2,3558524	6,029344	1,5923233	3,810834
68	2,4750869	6,607161	1,6379381	4,122549
69	2,6050891	7,269313	1,6855678	4,477441
70	2,7474774	8,033085	1,7354146	4,884250
71	2,9042109	8,920438	1,7877114	5,354075
72	3,0776835	9,959592	1,8427293	5,901161
73	3,2708526	11,187310	1,9007861	6,544048
74	3,4874144	12,652184	1,9622566	7,307220
75	3,7320508	14,419540	2,0275887	8,223570
76	4,0107809	16,578823	2,0973231	9,338073
77	4,3314759	19,255193	2,1721209	10,713657
78	4,7046301	22,628020	2,2528019	12,440411
79	5,1445540	26,961800	2,3403999	14,651100
80	5,6712818	32,65962	2,4362452	17,54793
81	6,3137515	40,36036	2,5420894	21,45123
82	7,1153697	51,12605	2,6603052	26,89318
83	8,1443464	66,82850	2,7942178	34,81136
84	9,5143645	91,02174	2,9486992	46,93522
85	11,4300520	131,11452	3,1313001	67,12291
86	14,300666	205,0084	3,3546723	104,1815
87	19,081137	364,5898	3,6425320	184,1162
88	28,636253	820,5348	4,0481241	412,2915
89	57,289962	3282,639	4,7413471	1643,690
89° 30′	114,58865	13131,06	5,4345129	6568,250
89° 44′	214,85762	45164,31	6,0631256	23085,19
89° 52′	429,71757	184657,7	6,7562739	92332,30
89° 56′	859,43630	738631,4	7,4494211	369319,4
89° 58′	1718,8732	2954526,	8,1425680	1477267,

ME'MOI-

Tab. I.

ad pag. 153.

Fig. 1.

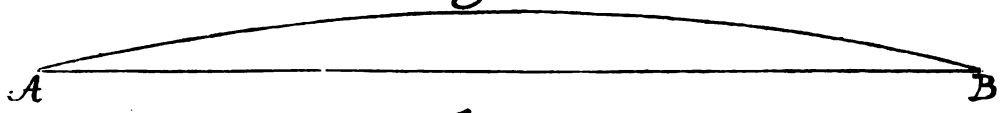


Fig. 2.

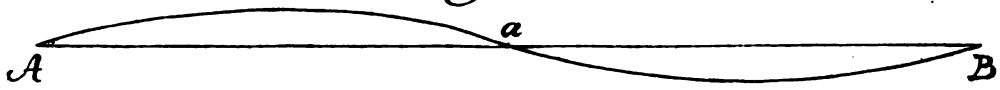


Fig. 3.

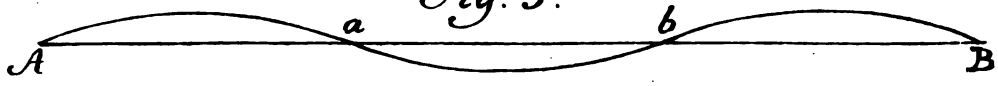


Fig. 4.

Fig. 5.

Fig. 6.

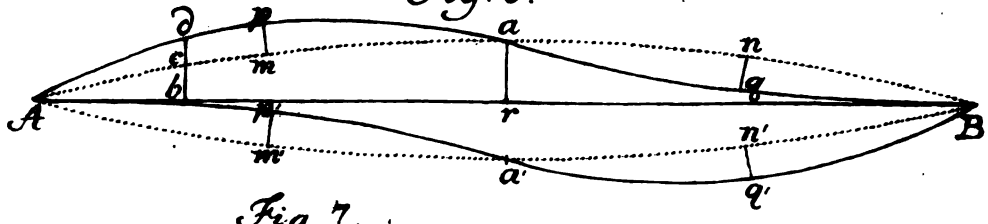


Fig. 7.

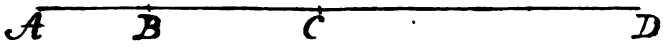
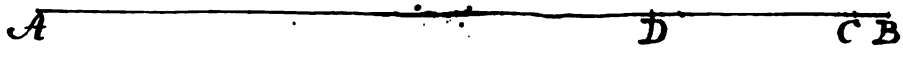


Fig. 8.



Mem. de l'Acad. Tom. IX pag. 352

F.H. Frisch sc. Berl

Tab. II. ad pag. 174.

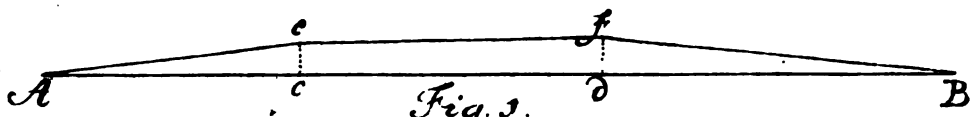


Fig. 1.

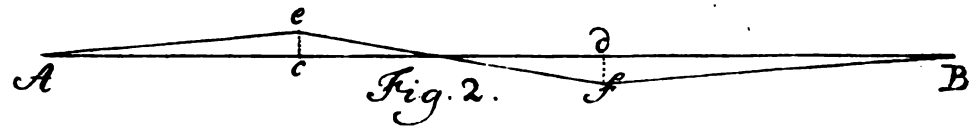


Fig. 2.

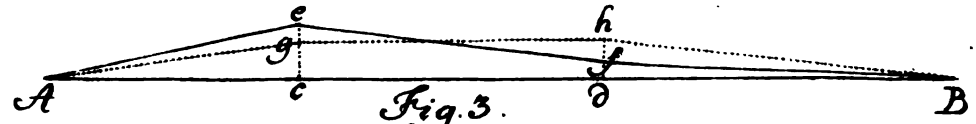


Fig. 3.

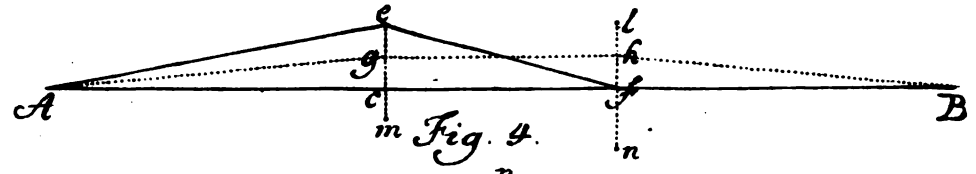


Fig. 4.

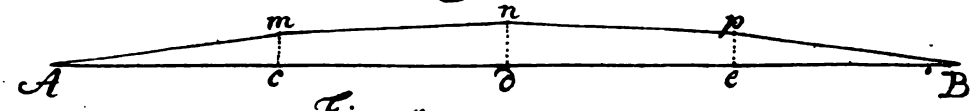


Fig. 5.

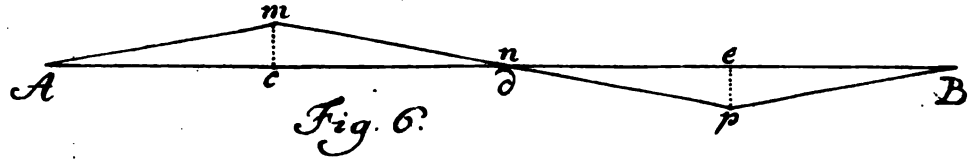


Fig. 6.

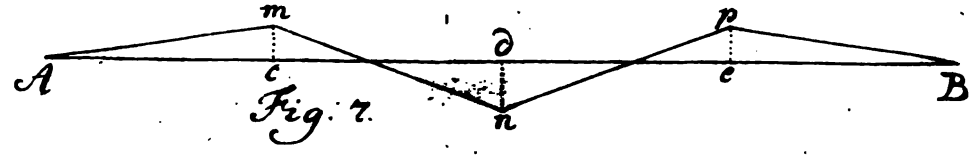
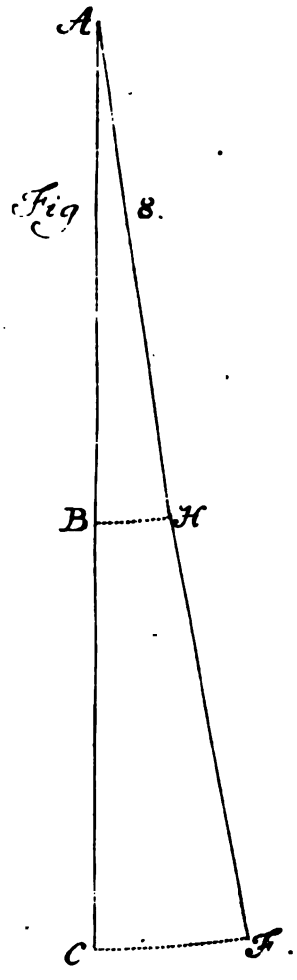


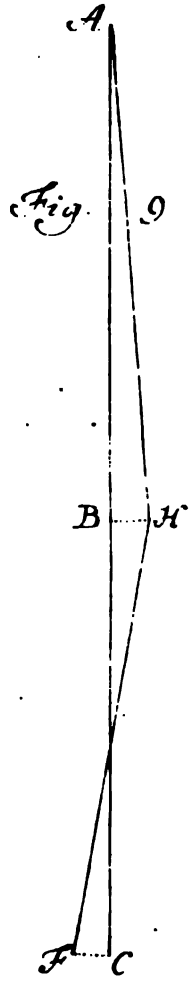
Fig. 7.

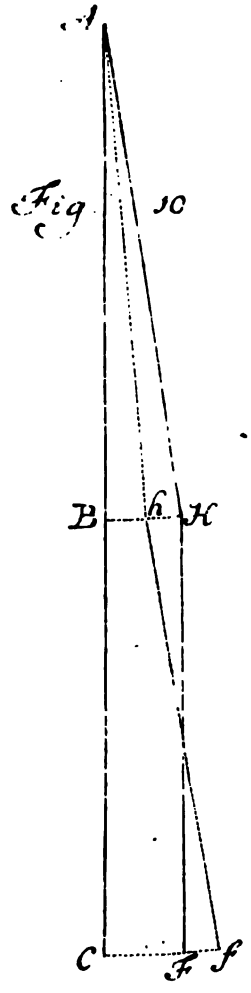
Mem. de l'Acad. Tom. IX pag. 352. F.H. Frisch sc. Berl.

Tab III.

ad pag 300.







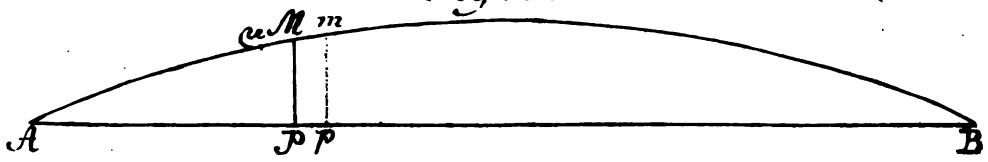
Mem. de l'Acad. Tom IX pag. 352.

F.W. Frisch sc. Berl

ad pag. 203.

Tab. IV.

Fig. 1.



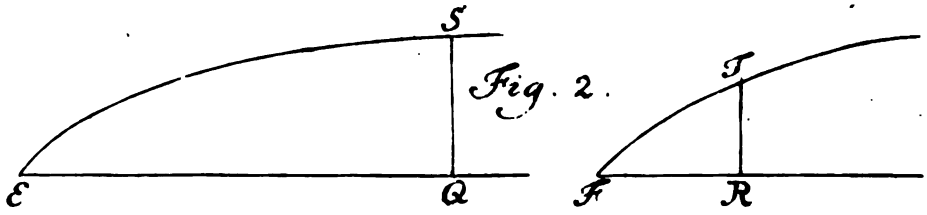
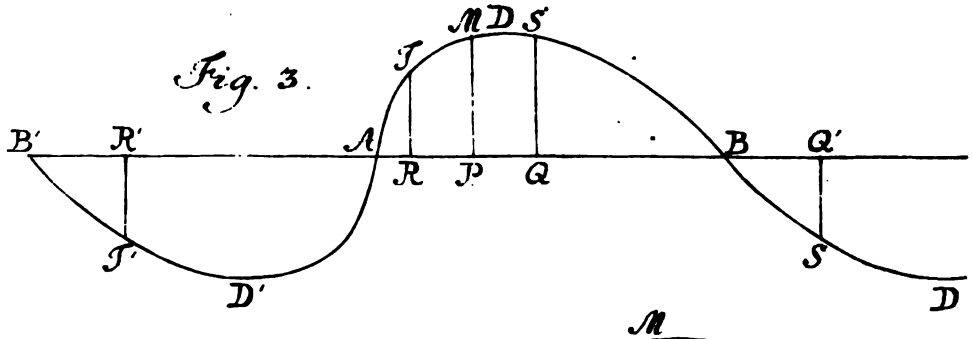


Fig. 2.

Fig. 3.



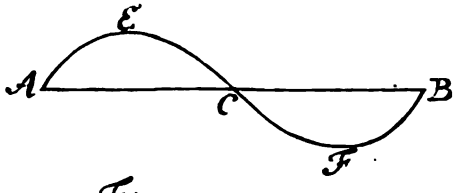


Fig. 5.

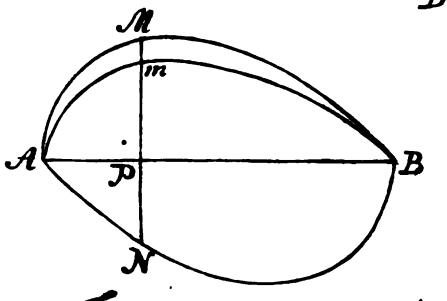


Fig. 4.

Mem. de l'Acad. Tom. IX pag. 352.

J.H. Frisch sc. Berl.

ESPECE XII. Pour la branche descendante.

Inclin. en M	L'arc AM $=2,302585c$ mult. par	L'abscisse AP $=2,302585c$ mult. par	L'appliquée PM $=2,302585c$ mult. par	La vitesse en M $=\sqrt{2ag\,c}$ mult. par	Le tems par M $=\frac{2,302585\sqrt{c}}{\sqrt{2ag}}$ mult. par
0°	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,7408247	0,0000000
	203933	203739	8895	— 144229	277997
5	0,0203933	0,0203739	0,0008895	0,7264018	0,0277997
	199209	197505	26002	— 82616	275814
10	0,0403142	0,0401244	0,0034897	0,7181402	0,0553811
	199299	194575	43136	— 25 702	278019
15	0,0602441	0,0595819	0,0078033	0,7155700	0,0831830
	204125	194677	61381	+ 28920	284687
20	0,0806566	0,0790496	0,0139414	0,7184620	0,1116517
	214049	197755	81913	83320	296214
25	0,1020615	0,0988251	0,0221327	0,7267940	0,1412731
	229898	203922	106155	139390	313328
30	0,1250513	0,1192173	0,0327482	0,7407330	0,1726059
	253104	213465	135993	198950	337196
35	0,1503617	0,1405638	0,0463475	0,7606280	0,2063255
	285969	226875	174086	263895	369608
40	0,1789586	0,1632513	0,0637561	0,7870175	0,2432863
	332130	244872	224384	336125	413278
45	0,2121716	0,1877385	0,0861945	0,8206300	0,2846141
	397389	268470	292985	417430	472492
50	0,2519105	0,2145855	0,1154930	0,8623730	0,3318633
	491194	299018	389688	509230	553474
55	0,3010299	0,2444873	0,1544618	0,9132960	0,3872107
	629347	338148	530786	601670	667116
60	0,3639646	0,2783021	0,2075404	0,9744630	0,4539223
	841010	388335	745985	720310	832818
65	0,4480656	0,3171356	0,2821389	1,0464940	0,5372041
	1178537	451007	1088830	825390	1084230
70	0,5659193	0,3622363	0,3910219	1,1290330	0,6456271
	1754921	527715	1673697	900010	1495880
75	0,7414114	0,4150078	0,5583916	1,2190340	0,7952151
	2851538	617186	2783950	894400	2257818
80	1,0265652	0,4767264	0,8367866	1,3084740	1,0209969
	5513732	719686	5466560	733500	4100500
85	1,5779384	0,5486950	1,3834426	1,3818240	1,4310469

TABLE Subsidiaire.

ang. Φ	p = tang Φ	tag Φ sec. Φ	tg(45° + ½Φ)	P
30°	0,5773503	0,6666666	0,5493059	0,6079863
31	0,6008606	0,7009840	0,5695625	0,6352732
32	0,6248694	0,7368323	0,5900326	0,6634325
33	0,6494076	0,7743300	0,6107273	0,6925287
34	0,6745085	0,8136044	0,6316578	0,7226311
35	0,7002075	0,8547958	0,6528363	0,7538161
36	0,7265425	0,8980560	0,6742752	0,7861656
37	0,7535541	0,9435520	0,6959879	0,8197699
38	0,7812856	0,9914657	0,7179875	0,8547266
39	0,8097840	1,0419980	0,7402898	0,8911439
40	,08390996	1,0953666	0,7629093	0,9291380
41	0,8692867	1,1518160	0,7858627	0,9688398
42	0,9004040	1,2116130	0,8091670	1,0103900
43	0,9325151	1,2750535	0,8328403	1,0539469
44	0,9656888	1,3424655	0,8569026	1,0996840
45	1,0000000	1,4142136	0,8813732	1,1477934
46	1,0355303	1,4907040	0,9062752	1,1984896
47	1,0723687	1,5723920	0,9316313	1,2520116
48	1,1106125	1,6597842	0,9574664	1,3086253
49	1,1503684	1,7534530	0,9838076	1,3686303
50	1,1917536	1,8540400	1,0106827	1,4323614
51	1,2348972	1,9622710	1,0381231	1,5001970
52	1,2799416	2,0789700	1,0661613	1,5725657
53	1,3270448	2,2050705	1,0948332	1,6499519
54	1,3763819	2,3416410	1,1241768	1,7329189
55	1,4281480	2,4899000	1,1542341	1,8220670
56	1,4825610	2,6512520	1,1850503	1,9181512
57	1,5398650	2,8273130	1,2166746	2,0219938
58	1,6003345	3,0199590	1,2491603	2,1345596
59	1,6642795	3,2313720	1,2825662	2,2569691
60	1,7320508	3,4641020	1,3165572	2,3903296

TA-

Tab. I.

ad pag. 353.

Fig. 1.

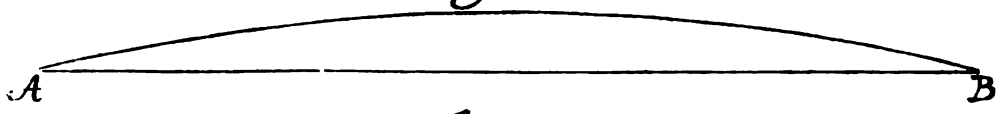


Fig. 2.

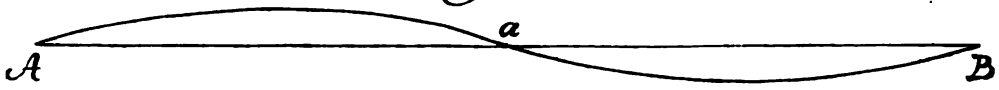


Fig. 3.

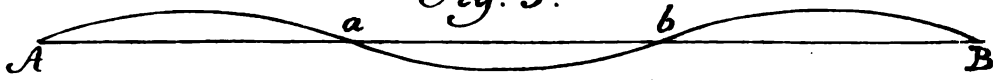


Fig. 4.

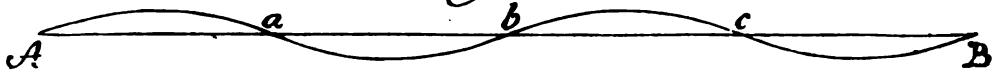


Fig. 5.

Fig. 6.

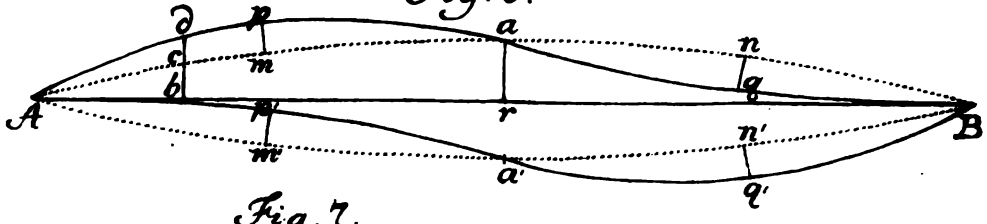


Fig. 7.

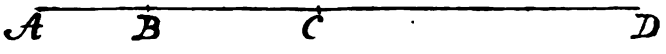
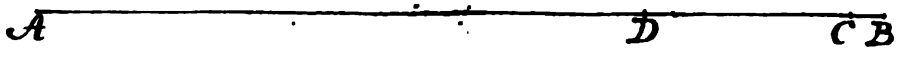


Fig. 8.



Mem de l'Acad. Tom. IX pag. 352

F.H. Frisch sc. Berl

Tab. II. ad pag. 174.

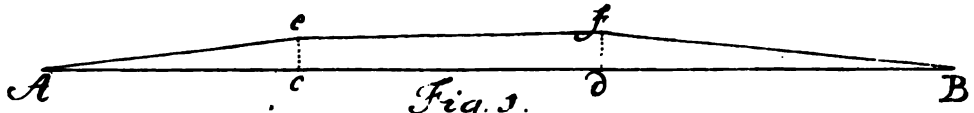


Fig. 1.

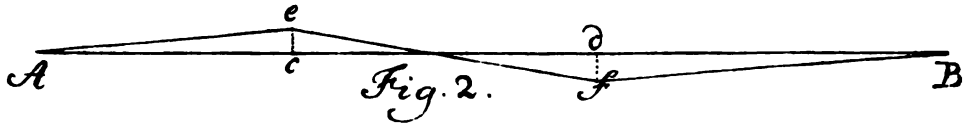


Fig. 2.

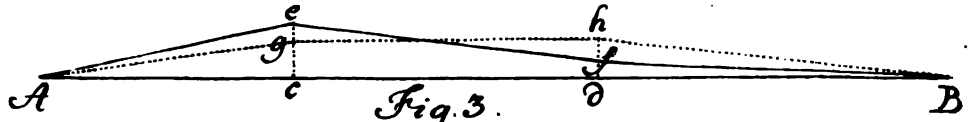


Fig. 3.

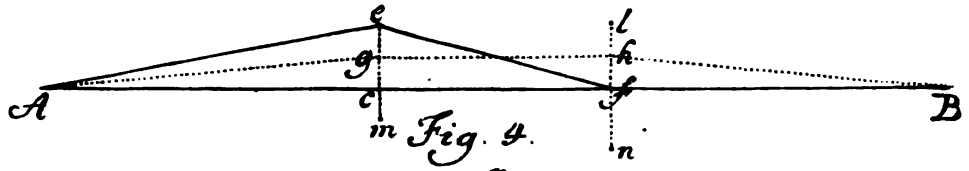


Fig. 4.

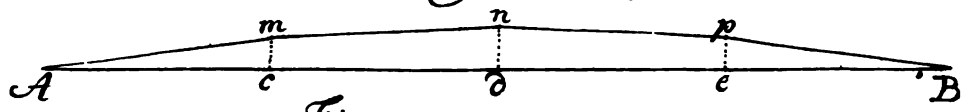


Fig. 5.

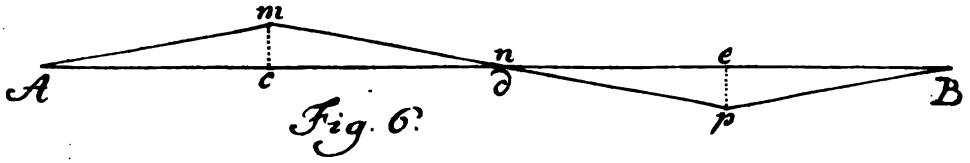


Fig. 6.

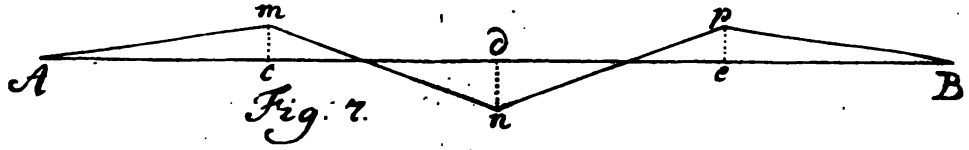
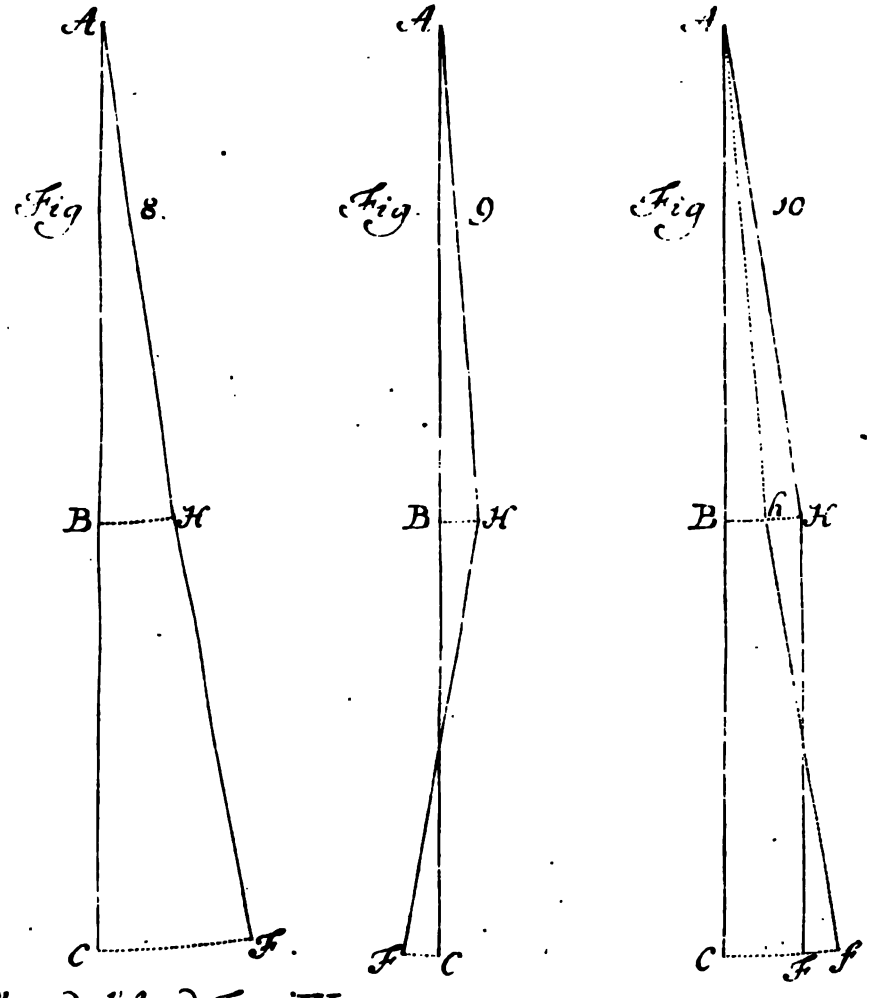


Fig. 7.

Mem. de l'Acad. Tom. IX pag. 352. F.H. Frisch sc. Berl.

Tab III.

ad pag 300.



F.M. Frisch Sc. Berl

ad pag. 203.

Tab. IV.

Fig. 1.

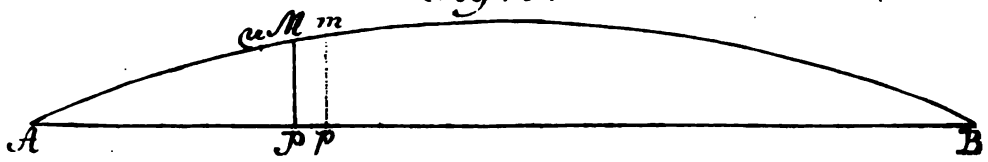


Fig. 2.

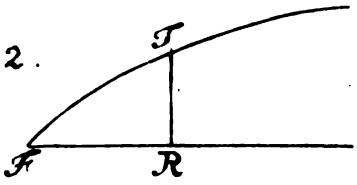
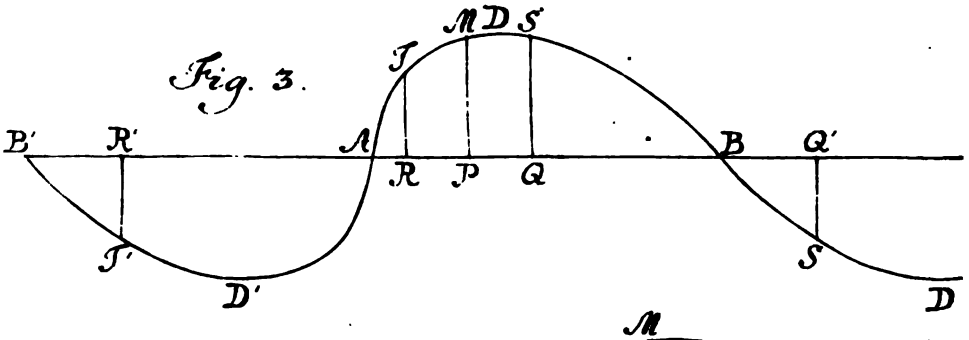


Fig. 3.



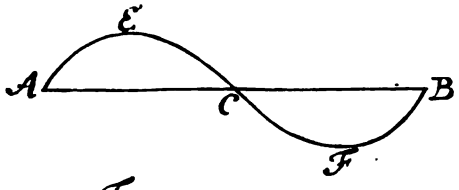


Fig. 5.

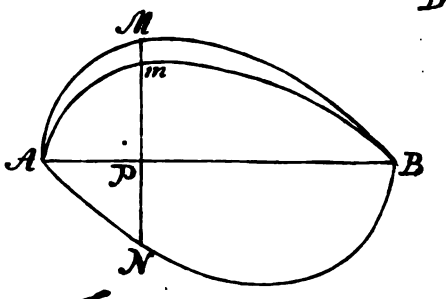


Fig. 4.

Mem. de l'Acad. Tom. IX pag. 352.

J.H. Frisch sc. Berl.

Tab. VI.

ad pag. 259.

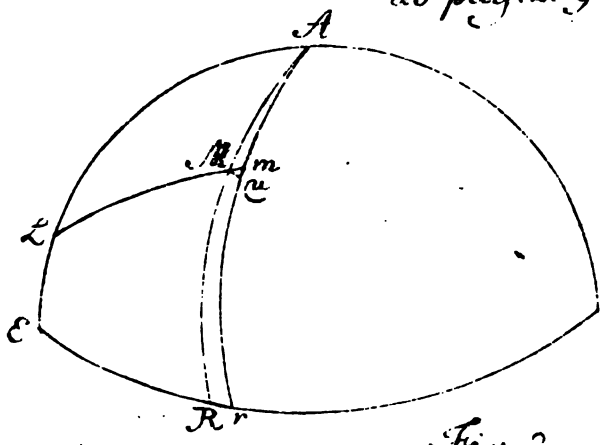


Fig. 2

Fig. 1.

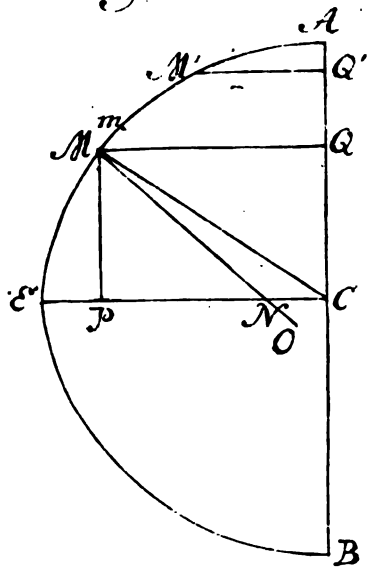
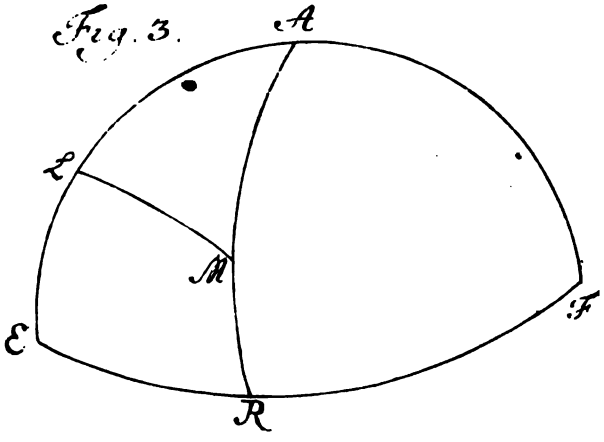


Fig. 3.

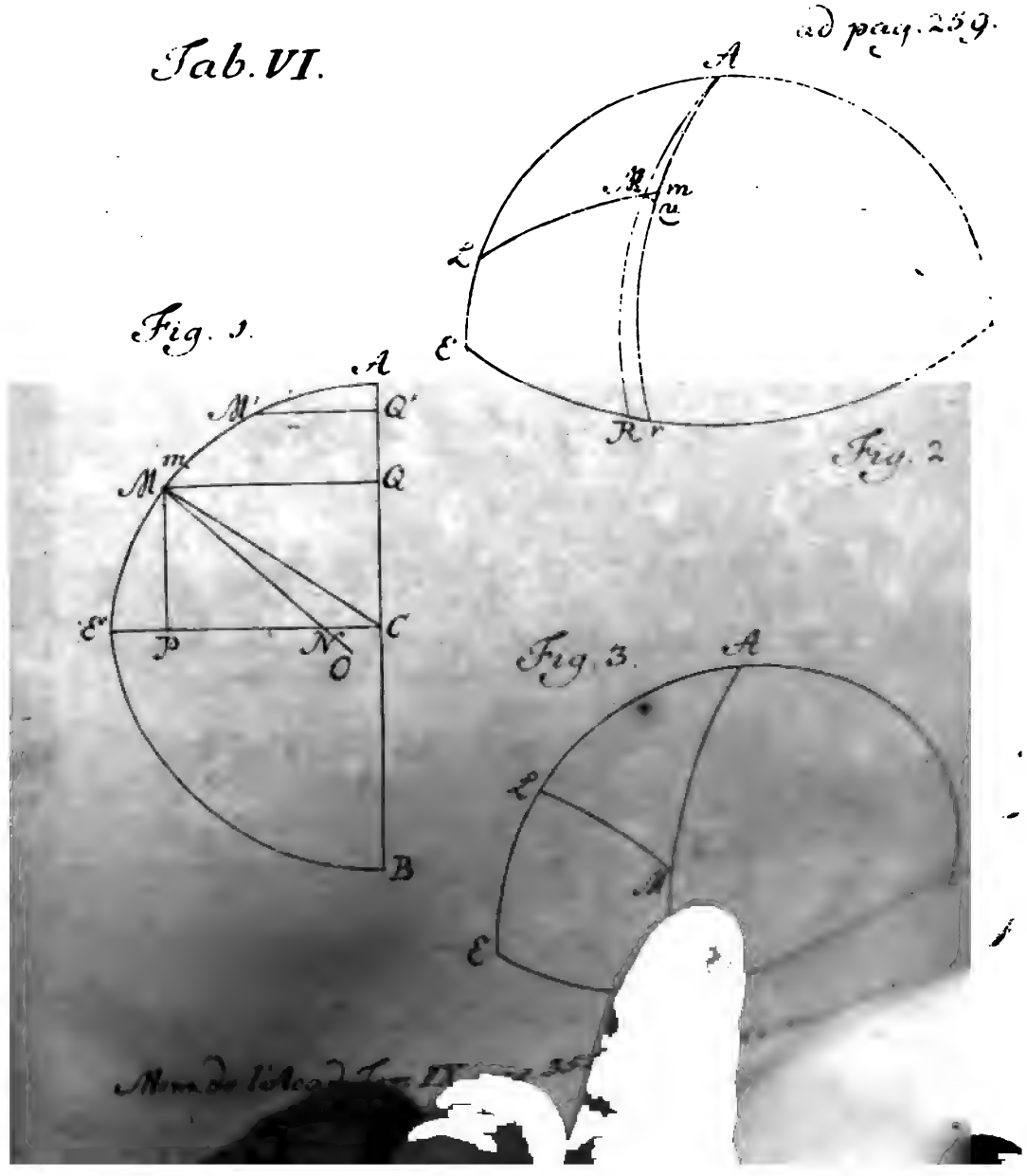


Mem. de l'Acad. Tom IX pag. 352.

F.H. Frisch sc.

Tab. VI.

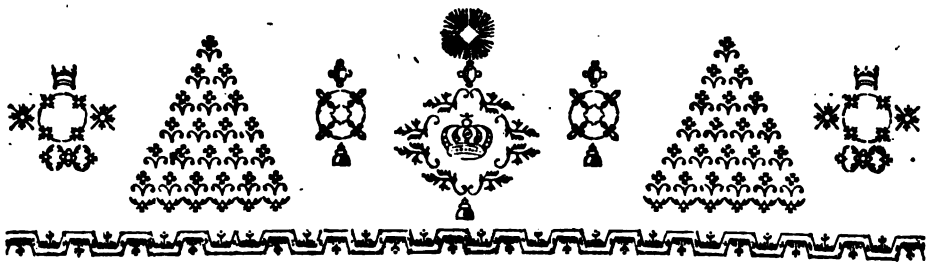
ad pag. 259.



MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES-LETTRES.

CLASSE DE PHILOSOPHIE SPECULATIVE.

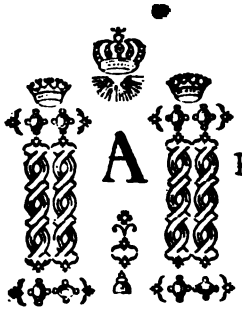
* * *



DES ECRITS ET DE LA DOCTRINE D'ANAXAGORE,

PAR M. HEINIUS.

Traduit du Latin.



I.

Après avoir examiné en détail les circonſtances de la Vie du célébre Philoſophe *Anaxagore* (a), nous allons apporter le même ſoin à rendre compte de ſes Ouvrages & de ſes opinions. L'importance & la variété des matieres que nous ſerons appellés à diſcuter, nous paroiſſent propres à rendre ce Mémoire digne de l'attention de ceux, qui ſe plaiſent à l'étude de l'Hiſtoire ancienne de la Philoſophie.

II. Nous commencerons par un paſſage de *Diogene Laërce*, ſur le véritable ſens duquel les Savans ne ſont pas d'accord. Cet Auteur dit

(a) Voyez le Mémoire inſéré dans le Tome précédent, p. 313 & ſuiv.

dit, qu'Anaxagore *fut le premier qui mit au jour un Ouvrage de sa façon* (b). Que veut-il dire par là ? Avant *Anaxagore*, on avoit déjà les Ecrits de divers Poëtes ; on avoit ceux de *Pherecyde*, d'*Anaximandre*, & de quelques autres, pour ne rien dire des Pythagoriciens. *Casaubon* avoit conjecturé d'après *Plutarque*, qu'il y avoit un mot omis dans le passage de *Diogene*, sçavoir *de la Lune*, & que cet Ecrivain avance simplement qu'*Anaxagore* est le premier qui ait écrit sur cet Astre. En effet *Plutarque* dit, que ce Philosophe est le premier qui ait exposé par écrit les raisons des Phases & des Eclipses de la Lune. Mais ce Critique, après avoir pésé un passage de *Clement* d'Alexandrie, aima mieux retenir l'ancienne leçon. Comme on voit dans ce passage quelle sorte de Livre avoit écrit *Anaxagore*, nous l'allons mettre ici tout entier. „Un certain *Alcmeon*, fils de *Peritha*, Crotoniate, écri„ vit le premier un Ouvrage sur la Physique, ou sur la Nature (d). „ Mais d'autres prétendent qu'*Anaxagore*, fils d'*Hegesibule*, Clazo„ menien, est le premier qui ait mis un Ouvrage au jour (e). „ Mais sur quoi ? Sur la Physique sans doute, comme l'exigent expressément les paroles qui précédent. On ne doit pas former une Objection de ce qui est dit dans la Vie d'*Anaximandre* par *Diogene*, que ce Philosophe fit une exposition abrégée (f) de ses dogmes, ou si l'on aime mieux traduire ainsi, qu'il digéra ses opinions philosophiques en courts Chapitres, en Aphorismes. Un semblable Abrégé ne doit point être comparé à un Ouvrage, où l'on traite les matieres de Physique avec étenduë, & en rapportant les raisons des phénomenes. Soit donc : disons qu'*Anaxagore* est le premier qui ait composé une Physique ; & *Diogene*

(b) Πρῶτος Αναξαγόρας βιβλίον ἐξέδωκε συγγραφῆς.

(c) Πρῶτος περὶ Σελήνης καταυγασμῶν καὶ σκιᾶς λόγον εἰς γραφὴν κατέθετο.

(d) Πρῶτος Φυσικὸν λόγον συνέταξεν.

(e) διὰ γραφῆς ἐκδοῦναι ἱστοροῦσι.

(f) κεφαλαιώδη ἔκθεσιν.

Diogene donne d'extrêmes louanges à cet Ouvrage, disant que les graces & le sublime s'y trouvoient réünis (g). *Athenée* le cite *, en l'appellant *Physica* au pluriel, ou *Physice* au singulier. Eusebe lui donne le titre de *Dissertation sur les principes.* „On prétend (h), dit-il, „ qu'*Anaxagore*, le plus distingué des Philosophes Grecs, dans sa „ *Dissertation sur les Principes*, a établi l'Esprit pour cause univer- „ selle.„ Nous tirerons de ce Livre dans la suite quelques fragmens de la Philosophie d'*Anaxagore*. *Platon*, ou *Socrate*, l'avoit lû, comme nous l'apprenons par le *Phedon* †. La Physique d'*Aristote* * fait voir de même qu'il étoit parvenu à sa connoissance.

* L. II. p. 8

† §. 61.
* L. I. c.

III. *Anaxagore* doit aussi être rangé parmi les Mathématiciens distingués, comme nous l'enseigne *Proclus* sur *Euclides*. „ Après „ *Pythagore*, dit-il, *Anaxagore* de Clazomene traita plusieurs sujets „ de Geométrie (i), & *Oenopidas* de Chio - - & *Theodore* de Cy- „ rene, peu après *Anaxagore*. *Platon*, dans ses *Rivaux*, parle de „ tous ces Philosophes, comme de gens qui se sont acquis beaucoup „ de réputation dans les Mathematiques. „ J'ai fait ailleurs l'Histoire d'*Oenopidas* de Chio. (k) *Theodore* de Cyrene enrichit considérablement la Geométrie. De là vient que *Socrate*, dans *Xenophon*, † demande à *Euthydeme*; s'il veut devenir aussi bon Geométre que *Theodore*. *Platon* l'avoit aussi entendu; car *Apulée* dit, qu'il s'étoit rendu à Cyrene auprès de *Theodore*, pour apprendre la Geométrie. Consultez aussi *Diogene Laërce*. * *Plutarque* fait mention des travaux

† *Memorab* L. IV. c. 10.

* L. III. §. 6

 Philo-

(g) σύγγραμμα ἡδέως καὶ μεγαλοφρόνως ἡρμηνευμένον.

(h) Μόνος ὁ ἔν-πρῶτος Αναξαγόρας Ελλήνων μνημονύεται, ἐν τοῖς περὶ ἀρχῶν λόγοις, Νοῦν πάντων αἴτιον ἀποφήνασθαι. *Prepar. Evang.* p. 750.

(i) Μετὰ δε τοῦτον (Πυθαγόραν) Αναξαγόρας ὁ Κλαζομένιος πολλῶν ἐφήψατο κατὰ Γεωμετρίαν, &c. L. II. p. 19.

(k) Voyez Tome III. de ces *Mémoires*, p. 401 & suiv.

Geométriques d'*Anaxagore*, dans son livre de l'Exil, où il dit, que ce Philosophe, étant en prison, écrivit sur la Quadrature du Cercle, (*l*) question si agitée parmi les Mathématiciens. *Gassendi*, dans sa Morale, en parlant du courage que le Sage conserve dans les adversités, parle avec admiration d'*Anaxagore*, qui écrivit dans sa prison sur un sujet tel que la Quadrature du Cercle, qui demande les méditations les plus profondes & l'esprit le plus libre. (*m*) On ne sçait au reste ce que contenoit cet Ecrit. Mr. *Fabricius* † en tire seulement à bon droit la conséquence, que *Diogene Laërce* se trompe, lorsqu'il met *Anaxagore* au nombre des Auteurs qui n'ont fait qu'un seul Ouvrage. *

† *Biblioth. Grac.* Tom. I. p. 814.

* *Proem.* §. 16.

IV. Mais cet homme si versé dans la Littérature a-t-il été lui-même exemt d'erreur, lorsqu'il ajoute au même endroit, que c'est à cet Ouvrage de la Quadrature du Cercle, que *Vitruve* fait allusion en loüant *Anaxagore* dans la Préface de son VII. Livre. En lisant attentivement le passage de *Vitruve*, tel que nous le rapportons au bas de la page, (*n*) on n'y trouve rien qui se rapporte à la Quadrature; mais il ne faut pas beaucoup de pénétration, pour voir que *Vitruve* y parle de cette partie de l'Optique, à laquelle on donne communément le nom de *Perspective*. Quelques Auteurs à la vérité, & surtout Mr. *Perrault*

(*l*) Αναξαγόρας μὲν ἐν τῷ δεσμωτηρίῳ τὸν τοῦ κύκλου τετραγωνισμὸν ἔγραψε. p. 607.

(*m*) *Annon celebre est, Anaxagoram carcere detentum egregium conscripsisse Librum de Quadratura Circuli; quæ quidem speculatio, ut subtilissima est, ita profecto animum expeditissimum poscit?*

(*n*) *Namque primum Agatharchus, Æschylo docente, Tragœdiam scenam facit, & de ea Commentarium reliquit. Ex eo moniti Democritus & Anaxagoras de eadem rescripserunt, quemadmodum oporteat ad aciem oculorum*, radiorumque extensionem, certo loco centro constituto, ad lineas ratione naturali respondere; *uti de incerta re certæ imagines ædificiorum in scenarum picturis redderent speciem*; & quæ in directis planisque frontibus sunt figuratæ, alia abscedentia, alia prominentia esse videantur.

Perrault, ont prétendu que les Anciens n'avoient aucune connoissance de la Perspective; mais le contraire a été solidement prouvé par Mr. l'Abbé *Sallier*; (o) & la seule inspection du passage de *Vitruve* suffit pour lever tous les doutes à cet égard.

V. Passons à un autre endroit de *Diogene Laërce*, où ce qu'il dit d'*Anaxagore* mérite un moment d'examen: voici ses propres termes. „ Il paroit qu'*Anaxagore*, (suivant le témoignage de *Phavorin* „ dans son Histoire universelle,) est le premier qui ait dit, que le Poë- „ me d'*Homere* a pour objet la Vérité & la Justice; & *Metrodore* de „ Lampsaque, son Ami, a beaucoup contribué à établir cette opi- „ nion. „ Il est aussi constant que celui-ci s'appliquoit à l'étude des Poësies d'*Homere*, rélativement aux traits d'Histoire Naturelle qu'elles contiennent. (p) *Phavorin*, qui se rendit célébre sous *Adrien*, avoit fait plusieurs Ouvrages Philosophiques & Historiques, & entr'autres un Recueil d'Histoire Universelle, sur lequel on peut recourir à *Vossius*, dans son Traité des Historiens Grecs, & à Mr. de *Tillemont*, dans la Vie de l'Empereur *Adrien*. *Metrodore*, ami d'*Anaxagore*, ne doit pas être confondu avec *Metrodore* l'Epicurien, quoique celui-ci fut pareillement surnommé de *Lampsaque*, comme *Strabon* nous l'apprend. † Ainsi, *Anaxagore*, si l'on en croit *Phavorin*, rapportoit la Mythologie d'Homère à la *Vérité* & à la *Justice*, c'est à dire, à la Morale; & il suivoit en cela principalement les directions de son Ami *Metrodore*. *Tatien*, dont le nom est illustre parmi les Pères de l'Eglise, répandra du jour là-dessus. „ Assurément, dit-il, * ce *Me-* „ *trodore* de Lampsaque, est tout à fait ridicule dans son Livre sur „ *Homere*, où il convertit tout en allégories. Il ne veut point que „ Junon, Minerve, ou Jupiter, soient ce que s'imaginent ordinaire- „ ment ceux qui leur ont assigné des lieux, & bâti des Temples; mais „ il prétend que ce sont certaines choses dans la Nature, certaines com- „ binai-

† Geog. p. 589.

* Orat. ad Graecos, cap. 27.

(o) Dans les *Mémoires de l'Acad. Royale des Inscriptions*, Tom. XI. p. 152.

(p) περὶ τὴν φυσικὴν πραγματείαν.

„ binaisons des élémens. Il va plus loin encore, & porte le même „ jugement d'Hector, d'Achille, d'Agamemnon, d'Helene, de Paris, „ & de tous les personnages, tant Grecs que Barbares, qui se trou- „ vent dans ce Poëme. „ Mais Anaxagore & son Ami n'étoient pas les seuls de ce sentiment; car *Empedocle*, & *Heraclide* de Pont, que Mr. *Gesner* a traduit en Latin, rapportoient tout le Poëme d'*Homere* à des notions de physique; & le Commentaire de *Proclus*, dont le même Savant nous a donné une Traduction, explique les Fables de ce Poëte par des Allégories Physiques, Theologiques, ou Morales. *Gesner* a aussi donné un petit Livre d'un Auteur incertain, traduit du Grec, où les Voyages d'Ulysse sont considérés comme une source de préceptes de Morale destinés à former l'homme. On peut trouver de plus grands détails là-dessus dans la savante *Apotheose* d'*Homere*, par Mr. *Cuper*.

VI. L'Antiquité a donné à *Anaxagore* un surnom qui rend sa Mémoire illustre: c'est celui de Νοῦς, ou d'*Esprit*. *Diogene* (q) & *Strabon* (r) en sont garans. Il avoit écrit l'Ouvrage dont nous avons parlé §. II. & il le commençoit par ces mots: *Tout étoit confondu; ensuite vint l'ESPRIT, qui mit les choses en ordre.* (s) Comme ce mot se trouvoit répété fort souvent dans sa Philosophie, le surnom lui en demeura. *Plutarque* rapporte la chose encore plus au long dans sa vie de *Pericles*. „ *Anaxagore* de Clazomene, dit-il, le Maître de „ *Pericles*, fut surnommé par ses contemporains *l'Esprit*, (t) soit à „ cause de la haute idée qu'ils se faisoient de sa pénétration admirable „ dans l'étude de la Nature, soit parce qu'il fut le premier qui ne fit „ pas dépendre l'Univers de la Fortune, ou du Hazard, comme d'un „ Prin-

(q) Νοῦς ἐπεκλήθη. *Schmidii* Anaxag. §. XIII.

(r) Νοῦς ἐπεκαλεῖτο.

(s) Πάντα χρήματα ἦν ὁμοῦ, εἶτα ΝΟΥΣ ἐλθὼν αὐτὰ διεκόσμησε.

(t) ὅι τότ' ἄνθρωποι ΝΟΥΝ προσηγόρευον.

„ Principe qui eut réglé tout ce qui s'y passe, (*) mais qu'il établit un „ *ESPRIT* pur, répandu partout, & mêlé à tous les êtres, qui séparoit & digéroit les ressemblances des parties, ou *homoeomeries*. „ C'est ici qu'il faut rapporter les *Silles* de *Timon*, que *Diogene* nous a conservés. Ce *Timon*, célébre entre les Philosophes Pyrrhoniens, & cher à *Ptolemée Philadelphe*, est cité par *Aulu-Gelle*, comme un Ecrivain plein de fiel, qui avoit écrit un Livre des plus mordans, sous le titre de *Silles*, où il traitoit fort mal les Philosophes. Les *Silles* sont un genre de vers piquans, dans le goût de ce que les Romais ont nommé *Satire*. On peut consulter l'Ouvrage, que *Casaubon* a écrit sur la Satire Romaine. Voici les *Silles* que *Timon* avoit faits contre *Anaxagore*:

Καί που Αναξαγόρην φασ' ἔμμεναι ἄλκιμον ἥρω,
Νῶν, ὅτι δὴ νόος αὐτῷ, ὃς ἐξαπίνης ἐπαγείρας
Πάντα συνεσφήκωσεν ὁμῶ τεταραγμένα πρόσθεν.

Les vers Latins qu'on donne ordinairement pour la traduction de ceux-ci, en rendent mal le sens, que *Perizonius* a mieux saisi, de la maniere suivante: „ Et où disent-ils qu'est *Anaxagore*, cet illustre Héros, „ surnommé l'*ESPRIT*, parce qu'un Esprit existoit dans celui qui „ rassemblant toutes les choses qui étoient auparavant dans un état de „ desordre & de confusion, les a réünies & réduites en systême. „ (*)

VII. Nous avons dit tout ce qui est connu des Ouvrages d'*Anaxagore*; il faut passer présentement à ses dogmes. Et, avant que d'entrer dans leur discussion, il y a quelques remarques préliminaires à faire. D'abord, on ne doit pas s'attendre que nous puissons donner un

(*) ἀρχὴν διακοσμήσεος.

(*) *Et ubi Anaxagoram esse ajunt, strenuum Heroem, MENTEM dictum, quia Mens ipsi fuit, ille qui repente conjungens omnia compegit in certa rerum Systemata, cum antea fuissent confusa, Chaos quoddam indigestaque moles.* Perizonius ad Ælianum V. H. Lib. VIII. c. 19.

un Systême de la Philosophie *Anaxagoréenne*. Ses Ouvrages étant perdus, il ne nous reste que des fragmens décousus, & de simples débris, qui ne suffisent pas pour construire un édifice complet & régulier. Il s'y trouve nécessairement des vuides & des choses incohérentes, que le tems nous met hors d'état de remplir & de lier. Mais c'est un sort commun à presque tous les autres Philosophes de l'Antiquité; leurs opinions sont comme envelopées dans la plus grande obscurité. Ensuite, sachant bien que de très habiles gens ont déjà travaillé sur la doctrine d'*Anaxagore*, nous ne voulons entrer avec eux dans des Controverses, qui nous meneroient fort au delà des bornes d'un Mémoire Académique. Nous aurions à disputer avec *Platon* & *Aristote*, avec *Aquilien*, *Gassendi*, & *Bayle*; & nous rencontrerions encore une foule d'Anciens & de Modernes, qui ont critiqué, ou entierement condamné les opinions d'*Anaxagore*. Nous ne voulons pas de notre côté les adopter & les défendre toutes, par prévention & avec partialité. La tâche que nous nous proposons, c'est de tirer des anciens Monumens tout ce qui reste des Dogmes de ce Philosophe, & d'en mettre le véritable sens dans un aussi grand jour, qu'il nous sera possible. Au reste, comme après les Mathématiques c'étoit surtout la science de la Nature qu'on enseignoit dans l'Ecole Jonique, *Anaxagore* a aussi été très versé dans cette étude, & en a reçu par excellence le surnom de *Physicien*, exprimé même, suivant *Sextus Empiricus*, au superlatif. (y) C'est donc à cette Science qu'il faut rapporter les opinions qui vont faire le sujet du reste de ce Mémoire, aussi bien que les connoissances Astronomiques du même Philosophe, que nous pourrons considérer séparément dans une autre occasion.

VIII. Nous avons déjà rapporté les termes par lesquels *Anaxagore* commençoit son Traité de Physique, cité par *Diogene*. *Tout étoit confondu*, disoit-il, *ensuite vint l'ESPRIT, qui mit les choses en ordre*. C'est ici plutôt une Théologie Physique, qu'une simple Physique;

(y) Φυσικώτατος. *Adv. Mathem.* L. VII. §. 90. Not. L.

ſique; & *Anaxagore* a la prérogative d'être le premier Philoſophe Payen, qui ait fait intervenir en termes exprés un *Eſprit*, ou une *Divinité*, pour la production du Monde. *Il eſt le premier*, dit *Diagene*, *qui ait ajouté l'Eſprit à la Matiere.* (z) *Ciceron* exprime la même choſe en ces termes. „ *Anaxagore*, éleve d'*Anaximene*, fut „ l'auteur de cette opinion, que le ſyſtème & l'arrangement de l'Uni- „ vers ſe doivent à la puiſſance & à la ſageſſe d'un Eſprit infini. „ (a) *Plutarque* y joint ſon témoignage. „ *Anaxagore*, dit-il, † donna à „ la matiere du monde le nom d'*Homoeomerie*; & il crut qu'un Eſprit „ eſt la cauſe efficiente qui a tout diſpoſé. Car il commence ainſi; „ *Tout étoit confondu; mais l'Eſprit débrouilla* (b) *& arrangea tout.* „ Et plus bas; „ *Anaxagore* mérite d'être approuvé (c) pour avoir „ joint à la Matiere un Ouvrier. (d) „ Dans le même endroit *Plutarque* en prend occaſion de rejetter la doctrine d'*Anaximene*, Maître d'*Anaxagore*, qui n'admettoit qu'un Principe. „ *Anaximene* eſt dans „ l'erreur, dit-il; . . . car il eſt impoſſible de regarder la Matiere „ comme l'unique principe des choſes, d'où tout procede, mais il faut „ ſuppoſer auſſi une cauſe efficiente. Tout comme pour faire une „ Coupe, l'argent ne ſuffit pas, s'il n'exiſte auſſi une cauſe efficiente, „ c'eſt à dire, l'*Orfévre*; il en eſt de même de l'airain, du bois, & de „ toute autre matiere. „ L'Auteur des *Philoſophumena* tient le même langage: „ *Anaxagore*, dit-il, poſa pour Principes de l'Univers „ l'*Eſprit* & la *Matiere*; l'Eſprit comme agent, & la Matiere comme „ ſujet paſſif. (e) „ Au reſte l'*Eſprit* qu'enſeignoit *Anaxagore*, ne

† *De placit. Philoſ.* L. I. c. 3.

 diffe-

(z) Πρῶτος τῇ ὕλῃ Νοῦν ἐπέζησεν.

(a) *De Nat. Deor.* I. II. de la Traduction de M. l'Abbé d'*Olivet*. Voici le Texte. *Anaxagoras qui accepit ab Anaximene disciplinam primus omnium rerum descriptionem & modum Mentis infinitæ vi ac ratione designari & confici voluit.* Voyez auſſi *Schmid. Anax. Phyſiol.* §. IV.

(b) διῆρε. (c) ἀποδεκτέον. (d) τεχνίτην.

(e) τὸν μὲν Νοῦν ποιοῦντα, τὴν δὲ ὕλην γινομένην. *Philoſ.* c. VIII.

differoit point de la Divinité. Aussi lisons-nous dans *Plutarque*: „ *Anaxagore* dit qu'au commencement les corps étoient sans mouve- „ ment, mais que l'*Esprit de Dieu* les mit en ordre. „ *Themistius* a rendu la même idée en ces termes: „ Il employa le premier l'Esprit „ & la Divinité dans la fabrique du monde; (*f*) & il ne dériva pas „ tout de la Nature des Corps. „ Cela s'accorde avec ce que dit *Sextus Empiricus*: * „ *Anaxagore* fait un principe actif de l'Esprit, „ qui suivant sa pensée est *DIEU*. „ *Hermias*, Auteur assez connu par l'Ouvrage où il tourne en ridicule les Gentils, expose avec netteté le sentiment d'*Anaxagore* dans le passage qu'on va lire. „ *Anaxagore* „ m'enseigne, que l'Esprit est le principe de toutes choses, la cause & „ le maître de tout, qui fait régner l'ordre où se trouvoit la confusion, „ qui donne le mouvement aux choses inanimées, & qui embellit cel- „ les qui étoient sans ornement. (*g*) J'aime *Anaxagore* lorsqu'il „ parle ainsi, & j'entre tout à fait dans ses idées. „ (*h*) Si nous voulons savoir ce qu'il faut entendre par l'*Esprit*, *Aristote* nous l'apprendra dans les paroles suivantes. † „ *Anaxagore* dit que tout est d'une „ nature mixte, excepté l'Esprit, (*i*) qui seul est exempt de mêlange „ & pur. (*k*) C'est ce qui fait, ajoute *Aristote*, qu'il appelle Princi- „ pes, & cette Unité, simple & sans mêlange, & cet autre Etre, (la „ Matiere,) que nous considérons comme indéterminé, avant qu'il „ ait reçu les déterminations qui le rapportent à quelque espece. „ *Aristote* entre ensuite dans une Controverse avec *Anaxagore*, à laquelle nous ne nous arrêterons pas, parce qu'elle est étrangere à notre but. Il vaut mieux écouter l'excellente description que *Simplicius* fait de cet *Esprit*. „ Il n'y a, dit-il, absolument aucun mêlange dans cet

* L. IX. §. 6.

† *Metaph.* „ I. c. 7.

(*f*) τῇ κοσμοποιΐᾳ. *Them. Orat.* XV.

(*g*) κόσμον τοῖς ἀκόσμοις.

(*h*) *Hermias*, dans son Livre *de irrisione Gentilium*, §. VI. Joignez-y *Euseb. Præp. Evang.* p. 504.

(*i*) πλὴν τοῦ Νοῦ. (*k*) ἀμιγῆ καὶ καθαρόν.

„ cet *Esprit*: il existe seul, par soi-même, & séparément. Car si „ l'Esprit n'étoit pas distinct par lui-même de la Matiere, mais qu'il „ fut assujetti à quelque composition, il participeroit à toutes choses, „ parce que dans chaque individu il entre quelque chose de tous les „ êtres: Or, si ces choses étoient ajoutées à l'Esprit, elles lui seroient „ en obstacle, & l'empêcheroient de rien obtenir, ou acquérir par lui-„ même. *L'Esprit est de toutes les choses la plus subtile & la plus „ pure; il a la Science universelle, jointe au pouvoir suprême.* (l)

IX. Après avoir posé un Dieu, Auteur & Directeur de toutes choses, il faut se servir de cette notion pour expliquer, comment les choses sont, & pourquoi elles sont ainsi, plutôt qu'autrement. Il ne suffit pas de recourir ici à une volonté arbitraire de Dieu. Cet Etre suprême possédant la Raison au plus haut degré, on doit reconnoître qu'il ne veut jamais rien sans y être déterminé par la raison du *meilleur*. C'est ce meilleur qui est la Raison universelle de toutes les choses qui sont, ou qui arrivent; ce qui est, est toujours meilleur que ce qui n'est pas, & ce qui arrive vaut mieux que ce qui n'arrive pas. La seule raison du meilleur peut être prépondérante dans l'Entendement de Dieu; & par conséquent c'est elle qui a déterminé sa Volonté à produire le Monde, & à le produire tel qu'il est, & non autrement. La pénétration de *Socrate* ne lui avoit pas permis de méconnoître cette Vérité. C'est pourquoi lorsque l'Ouvrage d'Anaxagore parut, & que *Socrate*, après y avoir jetté les yeux, se fut apperçu qu'il n'avoit point eu égard à la raison du meilleur, il commença à faire moins de cas de sa Philosophie. Le passage mérite d'être rapporté; il se trouve dans le *Phedon* de *Platon*. (m) *Socrate* y parle en ces termes. „ A-

 „ yant

(l) Εἰ γὰρ λεπτότατόν τε πάντων χρημάτων καὶ καθαρώτατον, καὶ γνώμην γε περὶ παντὸς πᾶσαν ἴσχει, καὶ ἰσχύει μέγιστον. *Simplic.* in *Arist. Phys.* Lib. I. apud *Cudworth.* p. 459.

(m) Ch. 63. Ajoutez-y *Eusebe*, *Præpar. Evang.* p. 750. & suiv.

„ yant un jour entendu quelcun qui lisoit dans le Livre d'*Anaxagore*, le
„ passage où il affirme, que *c'est l'Esprit qui a tout arrangé, & qui*
„ *est la cause de toutes choses*, (*) cette idée me plût infiniment, & il
„ me paroissoit que tout alloit bien, en admettant l'Esprit, ou la Rai-
„ son pour cause des choses; cela menoit selon moi à conclurre, que
„ si l'Esprit arrangeoit le tout, il dirigeoit de même chaque chose en
„ particulier, de façon qu'il n'y en eut aucune qui ne fut *le mieux*
„ qu'il étoit possible. Ainsi, pour découvrir la cause qui fait que les
„ choses naissent, périssent, ou en général existent, je ne voyois pas
„ qu'il falut trouver autre chose, sinon quelle est la meilleure raison
„ de leur existence, ou des actions & passions quelconques dont elles
„ sont susceptibles. D'où résultoit encore que l'homme n'a d'autre
„ objet à considérer, tant par rapport à soi-même qu'à l'égard des
„ autres, sinon ce qui est *le plus excellent*, ou *le meilleur*; & que ce-
„ lui qui est parvenu à cette connoissance, ne sçauroit non
„ plus ignorer ce qui est le pire; puisque ces deux Sciences revien-
„ nent à la même. En faisant toutes ces réfléxions, je me réjouissois,
„ croyant avoir trouvé un Maître qui m'expliqueroit les raisons des
„ choses d'une maniere conforme à mes desirs. Je m'attendois, par
„ exemple, qu'*Anaxagore* examineroit d'abord, si la terre est plat-
„ te ou ronde; qu'ensuite il donneroit la raison de sa *figure*, &
„ en prouveroit la nécessite, par la raison du *meilleur*, & en
„ faisant voir qu'il convenoit mieux qu'elle fut telle qu'elle est; &,
„ si elle est placée au centre de l'Univers qu'il feroit voir pourquoi
„ il convenoit mieux qu'elle occupât cette place. Après avoir été in-
„ struit de ces choses, je me préparois à n'admettre plus que des cau-
„ ses de la même espece. Je l'aurois interrogé sur le Soleil, la Lune,
„ & les autres Astres, sur leur cours, leurs révolutions, & leurs au-
„ tres affections, & je comptois d'en recevoir des réponses toujours
„ propres à convaincre, que chacune de ces choses, tant dans ses
„ actions que dans ses passions, est le mieux qu'elle peut être. Car
„ je

(*) ὡς ἄρα Νοῦς ἐστιν ὁ διακοσμῶν καὶ πάντων αἴτιος.

„ je ne me ferois jamais imaginé, qu'après avoir posé pour principe, „ que l'ordre & l'arrangement des choses vient de l'Esprit, il auroit „ assigné d'autre cause de tout ce qui est, sinon qu'il est meilleur que „ chaque chose soit, & soit ainsi, que si elle n'étoit pas, ou étoit „ autrement . . . . Je n'aurois pas donné mes espérances pour „ beaucoup, & n'ayant point eu de repos que je ne me fusse procuré „ cet Ouvrage, je me mis à le lire avec tout l'empressement imaginable, „ brûlant d'impatience de sçavoir en quoi consistoit le meilleur, & „ ce qui faisoit le pire. Mais je fus bientôt frustré de cette merveil- „ leuse attente. Car en continuant ma lecture, je trouvai un homme „ qui ne faisoit pas le moindre usage de son Principe de l'Esprit, & „ qui n'alléguoit aucune cause propre à expliquer l'état des choses, „ mais qui recouroit à des natures aëriennes, éthériennes, à des „ eaux, & à d'autres causes semblables, & tout aussi extraordinaires. „ On peut lire le reste dans *Platon* même; la suite fournit encore quelques idées qui répandent du jour sur la matiere, mais qui ne regardent pas de si près notre sujet. Nous découvrons par là pourquoi *Aristote* a aussi repris *Anaxagore*, en disant *qu'il s'étoit servi de l'Esprit, comme d'une Machine, pour la production du Monde;* (o) car, ajoute-t-il, tout l'usage qu'il en fait, c'est de l'appeller à son secours, de le *tirer à soi*, (p) lorsqu'il est en suspens sur la cause pour laquelle quelque chose arrive nécessairement. Dans tout le reste, il met l'*Esprit* entierement à l'écart, & employe plutôt toute autre cause que celle-là. *Cudworth*, qui étoit d'ailleurs un Savant profond, ne porte pas un jugement assez équitable d'*Anaxagore*, & de quelques Philosophes modernes, dans l'endroit de son excellent *Systême intellectuel*, * où il rapporte le passage du *Phedon* qu'on vient de lire. Car, après avoir dit qu'*Anaxagore* étoit continuellement occupé à courir après les causes physiques, & qu'il lui arrivoit très rarement d'employer la sagesse & la volonté de Dieu dans l'explication des phénomenes de la Nature, le

* *Edit. Mosheim.* p. 461

(o) μηχανῇ χρῆται τῷ Νῷ πρὸς κοσμοποίαν.

(p) τότε ἕλκει αὐτὸν.

le ſavant Anglois ajoute; „ Je me ſuis plus étendu dans l'expoſition de „ la doctrine & des principes de ce Philoſophe, que dans celle des „ autres opinions, principalement parce que de tous les Anciens, c'eſt „ celui dont le génie reſſemble le plus à celui de quelques Philoſophes „ de notre Siecle. Car nous en avons auſſi aujourd'hui, qui font ſem- „ blant de conſerver la Divinité, mais qui n'ont rien plus à coeur que „ de bannir toute idée de raiſon, de deſſein, & de plan, de la fabri- „ que de l'Univers, en rapportant l'origine de toutes choſes aux Loix „ éternelles de la néceſſité & du mouvement, & en ſubſtituant à la „ ſageſſe divine, des tourbillons, des globules, des particules ſtriées, „ & d'autres choſes ſemblables. Quoique ces Philoſophes ſe diſent „ diſciples de Jeſus Chriſt, je ne fais pas difficulté de les mettre au „ deſſous d'*Anaxagore*, qu'*Ariſtote* & *Platon* ont transmis à la poſté- „ rité noté d'infamie. „ C'eſt aux Cartéſiens que *Cudworth* en veut, comme Mr. *Mosheim* l'a déjà remarqué, ou plutôt comme on le voit dans ſes propres paroles. Nous ne prendrons point ici la défenſe du Cartéſianisme. Mais il faut rendre à la mémoire de *Cudworth* cette juſtice, qu'il joignoit à ſes hautes lumieres une véritable piété. L'enthouſiasme de ſon ſyſtème l'à jetté dans quelques écarts. Mais d'ailleurs, bien loin que l'examen de la Nature, de ſes Loix, & de ſes forces, ſoit préjudiciable à la ſageſſe Divine, rien n'eſt au contraire plus propre à en développer l'immenſité & la profondeur. Un Etre ne peut paroitre ſage qu'aux yeux d'un autre Etre doüé de quelque ſageſſe; de même l'Art merveilleux que Dieu déploye dans les Ouvrages de la Nature, ne peut être apperçu que par ceux qui ont quelques notions de l'art & du méchaniſme en général. Mais, ſans pouſſer plus loin ces réfléxions, ce que nous avons rapporté jusqu'ici, fait aſſez connoître qu'*Anaxagore* reconnoiſſoit Dieu pour l'Auteur du Monde, (q) & le Monde à ſon tour pour un véritable Ouvrage de Dieu; (r) ce qui ſuffit

(q) Voyez les *Mémoires de l'Académie Royale des Inſcriptions*, Tom. XIV. p. 21.

(r) ποίημα τοῦ Θεοῦ.

suffit pour le tirer de la Classe des Athées. * D'autres Savans distingués ont déjà pris soin de le laver de cette imputation; & nous n'avons rien à ajouter à ce qu'ils ont dit. Nous renvoyons ceux qui en souhaitent davantage à l'*Histoire de l'Atheïsme* par Mr. *Reimman*. † † Cap. XIX pag. 146

X. Attachons-nous présentement à considérer cette fameuse *Homeomerie* d'*Anaxagore*, dont on a tant parlé, & que la plûpart des Savans ont mis au rang des absurdités. En mettant à l'écart tout ce qui est étranger à nos vuës, nous expliquerons d'abord, ce qu'*Anaxagore* a entendu par l'*Homéomerie*; & nous rechercherons ensuite sur quels fondemens sa doctrine pouvoit être appuyée. Le mot d'*Homéomerie* est Grec, Ὁμοιομέρεια, & signifie la division de la *matiere en parties similaires*. *Lucrece*, cet ardent & ingénieux défenseur d'*Epicure*, dont le Poëme est antérieur aux Ecrits de *Ciceron*, est le premier qui nous donnera une idée de l'*Homéomerie*, qu'il chante dans les Vers suivans: * * Lib. I v. 830.

Nunc & Anaxagoræ scrutemur Homoeomerian,
Quam Græci memorant, nec nostra dicere lingua
Concedit nobis patrii sermonis egestas.
Sed tamen ipsam rem facile est exponere verbis,
Principium rerum, quam dixit Homoeomerian.
Ossa videlicet e pauxillis atque minutis
Ossibus; sic & de pauxillis atque minutis
Visceribus viscus gigni, sanguenque creari,
Sanguinis inter se multis coeuntibus guttis,
Ex aurique putat micis consistere posse
Aurum, & de terris terram concrescere parvis,
Ignibus ex ignem, humorem ex humoribus esse.
Cætera consimili fingit ratione, putatque.
Nec tamen esse ulla parte idem in rebus inane,
Concedit, neque corporibus finem esse secandis.

Ecoutons à présent l'Ami de *Lucrece*, *Ciceron*, qui s'exprime en ces termes. „ *Anaxagore* disoit, que la matiere d'où toutes les choses tirent „ leur origine est infinie, ajoutant que ses plus petites parties sont „ semblables entr'elles, qu'elles étoient d'abord dans un état de con- „ fusion, mais qu'en suite elles furent mises en ordre par l'*Esprit* „ *Divin*. (*) „ N'oublions pas ce passage de *Plutarque*. * „ *Ana-* „ *xagore* posa pour principes des choses les *Homéomeries*, ou parties „ semblables. En effet il ne lui paroissoit pas qu'on pût expliquer, „ comment quelque chose peut se faire de ce qui n'est pas, ou se dé- „ truire en ce qui n'est pas. Nous prenons, par exemple, conti- „ nuoit-il, une nourriture simple & uniforme, nous mangeons du „ pain de froment, nous bûvons de l'eau; & ces alimens servent à „ nourrir également les cheveux, les veines, les artères, les nerfs, „ les os, & les autres parties du corps; ce qui ne sçauroit arriver, si „ l'on n'avouë que toutes ces choses se trouvent dans celles dont nous „ nous nourrissons, & que c'est de là que procéde l'accroissement des „ parties de notre corps. Les alimens que nous avons indiqué, ren- „ ferment par conséquent les parties procréatrices du sang, (*) des „ nerfs, des os, & des autres choses dont notre corps est composé, „ lesquelles sont connuës de l'Esprit seul, (*) ou ne peuvent être „ découvertes que par le Raisonnement. En effet on ne doit pas tout „ rapporter au jugement des sens, & s'imaginer que ce soient le pain „ & l'eau qui forment ces choses; mais il faut plutôt convenir qu'il „ y dans ces alimens des parties que l'Esprit seul peut appercevoir & „ prendre. De cette idée donc, qu'il y a dans les alimens des parties „ semblables à celles qui s'engendrent dans le corps, il tira le nom „ d'*Homo-*

* *Placit.* I. c. 3.

(*) *Anaxagoras materiam infinitam dixit esse, ex qua omnia gignerentur: sed ex ea particulas similes inter se minutas; eas primum confusas, postea in ordinem adductas* Mente divina. L. IV. Acad. c. 37.

(*) μόρια αἵματος γεννητικά.

(*) ἃ ἦν λόγῳ θεώρητα μόρια.

„ d'*Homoeomeries*, qu'il donna aux principes des choses. Il fit de ces „ *Homoeomeries*, la Matiere, & de l'Esprit qui a tout arrangé, la „ *Cause efficiente*. (x) „ Recourons aussi au témoignage de *Diogene*. „ Il (*Anaxagore*) dit, que les principes des choses étoient des *choses* „ *semblables* Et que, comme l'or étoit composé de très petites par- „ celles d'or, de même ce Tout résultoit de l'assemblage de petits „ corps dont les parties étoient semblables; & que l'Esprit étoit le „ principe du mouvement. „ (y) Les passages que nous venons d'alléguer font assez voir en quoi consistoit l'*Homoeomerie* d'*Anaxagore*, & nous dispensent d'en rapporter d'avantage. Cette doctrine a non seulement été autrefois vivement attaquée par *Aristote* & par *Lucrece*; mais dans ces derniers tems elle l'a été, après plusieurs autres, par *Bayle*, qui a employé la force peu commune de son esprit, & tout l'art de faire des objections dans lequel il excelloit, pour détruire le fondement de l'*Homoeomerie*. Nous sommes surpris que *Lucrece* ne se soit pas accommodé de cette doctrine, puisque son Maître *Epicure* admettoit une vraye *Homoeomerie* dans ses Atomes, & n'avoit point d'autre caractère pour les distinguer, comme *Plutarque* le déclare expressément. * *Epicure*, dit-il, pose quatre Natures in- „ corruptibles, les Atomes, le vuide, l'infini, & *les ressemblances*, „ qu'il apelle aussi *Homoeomeries*, & élémens. „ (z) Si nous en croyons le même Auteur, † *Empedocle* n'a pas eu le même éloignement pour ce dogme. A' l'égard d'*Aristote*, & de *Bayle*, nous nous écarterions trop de notre but, si nous voulions discuter leurs Objections contre l'*Homoeomerie*, & les soumettre à un examen détaillé. Nous aimons mieux tourner cet examen sur l'*Homeomerie* même, & tâcher de nous en former une juste idée, pour voir en quoi elle consis-

* *Placit.* L. 1

† *Ibid.* L. 1

 toit

(x) ὕλην . . . . Νοῦν, τὸ ποιοῦν αἴτιον.

(y) καὶ Νοῦν ἀρχὴν κινήσεως. Voyez aussi *Sextus Empiricus*, *Hypot. Pyrrh.* L. III. c. 3. Not. U. & *adv. Math.* L. X. c. 5.

(z) αὗται δὲ λέγονται ὁμοιομέρεια καὶ στοιχεῖα.

toit proprement, & si l'on peut y trouver quelque réalité, qui engage à l'admettre dans l'Univers. C'est ce que nous allons faire fort succintement.

XI. Que l'existence de l'*Homéomerie* soit possible, c'est ce qu'il est facile de prouver. Soit donnée une ligne infinie, ou d'une grandeur quelconque, qu'on la coupe dans des points innombrables, ou en parties inégales, ou de façon que plusieurs parties soient égales les unes aux autres. Si elles different toutes en longueur, il n'y aura point d'*Homoeomerie*; & de lignes inégales on ne pourra jamais construire des figures égales. Mais, si plusieurs de ces lignes se trouvent être de la même grandeur, il est manifeste qu'il peut en résulter des figures égales & inégales, ou semblables & dissemblables, des triangles équilatéraux, isosceles, scalenes, des quarrés, des rhomboïdes, des trapezes, &c. qui forment autant de classes différentes rélativement à leur ressemblance. La même chose arrivera si vous supposez un plan infini, ou une matiere d'une étenduë immense; car, en la divisant en parties égales & semblables, il en naîtra des corps aussi semblables. Or qui est-ce à présent qui pourroit nier, que le Monde soit composé par voye d'*Homoeomerie*, puisque toutes les choses que nous y observons, les plus grandes, les moindres, & les plus petites, se divisent en differentes classes d'individus, qui forment les especes & les genres. C'est ainsi que les Astres, les Planetes, les grands Corps du Ciel, sont rangés sous des notions communes. Et ce Globe de terre & d'eau que nous habitons, fournit des exemples d'*Homoeomeries* innombrables. On ne sçauroit en effet appeller autrement toutes ces especes d'animaux, de chevaux, de chiens, de lions, d'oiseaux, de poissons, d'insectes; il en est de même des arbres & des plantes: cela s'étend aux métaux & aux minéraux; & l'on ne sçauroit s'empêcher d'y joindre les particules d'air, d'eau, de feu, des rayons de lumiere, d'éther, de matiere magnetique, dans lesquelles, si vous refusez d'admettre l'*Homoeomerie*, vous ne viendrez jamais à bout d'expliquer, pourquoi

une

une goutte d'eau est si semblable à une autre, un cheveu à un cheveu, un oeuf à un oeuf. On conviendra peut-être de tout ce que nous venons d'avancer. Mais, ce qu'on reproche surtout à *Anaxagore*, c'est d'avoir soutenu, par exemple, que les os se forment de petits os, la chair de parcelles de chair, les cheveux de petits cheveux, un oeuf de petits oeufs, un oeil de petits yeux, & ainsi à l'infini. Nous ne sçaurions nous persuader qu'*Anaxagore* ait philosophé aussi pitoyablement. L'Expérience s'oppose trop fortement à ces assertions. Est-ce donc qu'un édifice est composé d'autres petits édifices, ou un lion de petits lions, un homme de petits hommes? Où est l'homme de bon sens qui donneroit dans une pareille chimère? Assurément les choses qui entrent dans un composé ne sont pas de même nature que le composé; autrement un troupeau seroit composé de troupeaux, & une essain d'abeilles d'essains. Ainsi nous n'attribuons pas à *Anaxagore* d'avoir admis de pareilles suppositions, ni d'avoir crû que d'une chose quelconque peut se faire toute autre chose; ce qui entraîne la ruïne du Principe de la raison suffisante.

Tum variæ eludent species, atque ora ferarum.
Fiet enim subito sus horridus, atraque tigris,
Squamosusque draco, & fulva cervice leæna,
Aut acrem flamma sonitum dabit. . . . .

De semblables transformations hetérogenes sont assez réfutées par l'Expérience. Y a-t-il quelcun qui soit en état de changer la matiere magnetique, ou les rayons de la lumiere, dans une autre espece de corps? *Ciceron* se trompe certainement, lorsqu'il dit: „Et comme „ il y a quatre sortes de corps, leurs changemens réciproques font la „ continuité de la Nature. Car l'eau se forme de la terre, l'air de „ l'eau, le feu de l'air: & après en rétrogradant du feu se forme l'air, „ de l'air l'eau, & de l'eau la terre, qui est le plus bas de ces quatre „ élémens, dont tous les êtres sont composés. Ainsi, comme sans

„ cesse ils se meuvent, & se rejoignent, en haut, en bas, à droite, à „ gauche; par là toutes les parties de l'Univers demeurent liées. „ (a) Nous laisserons passer ces idées à *Ciceron* pour son siècle; mais on ne conviendra pas dans le notre, que l'ether puisse à la fin se réduire en terre, puisqu'il n'y a rien de plus éloigné que l'activité de l'ether, & la pesanteur de la matiere terrestre.

XII. Cependant une chose qu'on met en question, & qui paroit favoriser le sentiment d'*Anaxagore*, c'est comment il seroit possible, si tout ne se trouvoit pas dans tout, que de l'herbe, du foin, & de l'eau, produisissent du lait, du sang, des nerfs, des artères, des glandes, des membres, des ongles, de la peau, du poil, &c. Il faut avouër sans doute que les particules de tous ces corps existent invisiblement dans l'herbe & dans l'eau. En effet les plus habiles Physiciens de nos jours ayant fait voir, que les animaux parviennent enfin à un degré de petitesse qui les soustrait entierement à notre vuë, & qui les rélegue dans ce qu'*Hippocrate* appelle la région invisible, (b) d'où, quand ils ont pris un certain accroissement ils se montrent à la lumiere; à beaucoup plus forte raison la même chose peut-elle arriver dans des corpuscules non-organisés, qui sont réduits à une tenuité, qui les fait à la fin disparoitre entierement. Quand le bois, par exemple, est dissous en pourriture, ou consumé par le feu, la structure du bois périt à la vérité; mais les particules qui le constituent, ne souffrent aucune atteinte. Une Maison qu'on rase jusqu'aux fondemens, perd la forme d'un édifice, mais les differens matériaux dont elle avoit été composée, subsistent,

(a) De la Nat. des Dieux, L. II. c. 33. p. 73. du Tome II. de la Traduction de M. l'Abbé d'*Olivet*. Voici le Texte. *Et cum quatuor sint genera corporum, vicissitudine eorum Mundi continuata natura est. Nam ex terra aqua, ex aqua oritur aer, ex aere æther : deinde retrorsum vicissim ex æthere aer, ex aere aqua, ex aqua terra infima. Sic Natura his, ex quibus omnia constant, sursum, deorsum, ultro citroque commeantibus, Mundi partium conjunctio continetur.*

(b) ἐν ἀΐδῃ.

tent, & peuvent entrer dans la composition d'une autre Maison. Si l'on veut quelque preuve particuliere de la conservation des premiers principes élémentaires dans les corps dissous, le papier seul peut la fournir, qui, après avoir subi toutes sortes de préparations, après avoir été cent fois pilé, bouilli, lavé, donne encore, quand on le brûle, la même huile que fournit la semence de lin. A' l'égard de l'accroissement des Plantes, ce n'est pas seulement l'eau qui y contribuë, mais l'air, le nitre, le souffre, & une infinité de particules, qui voltigent de toutes parts, concourent à leur nutrition. *Dickinson*, célébre Médecin Anglois, pense comme nous, lorsqu'il réfléchit sur l'opinion d'*Anaxagore*, en ces termes. * „ Ce Philosophe, pour ne pas se ren-
„ dre moins intelligible à ses Disciples, & se distinguer, en leur four-
„ nissant des idées plus dévelopées sur la Nature des choses, que celles
„ de ses Prédécesseurs, introduisit dans son Ecole l'*Homoeomerie*, c'est
„ à dire, la ressemblance des parties; par laquelle il enseignoit non
„ seulement que les corpuscules sont la matiere de toutes choses, mais
„ encore qu'ils existent d'une maniere *homoeomerique*, qu'ils sont sem-
„ blables entr'eux; non qu'il crût que tous les corpuscules ayent eu
„ une entiere ressemblance dans leur état de chaos, ou qu'ils ayent dé-
„ jà renfermé toutes les formes & les qualités des choses, en sorte
„ que les choses chaudes doivent leur origine à des atomes chauds,
„ les choses vertes à des atomes verts, les os à des atomes osseux, la
„ chair à des atomes de chair, l'or à des atomes d'or, (comme *Aris-*
„ *tote* l'expose avec beaucoup d'injustice, & pour en prendre occasion
„ de décrier la doctrine de cet excellent Philosophe;) mais il étoit dans
„ l'idée, que la premiere combinaison par laquelle les atomes même
„ avoient été formés, & qu'il supposoit antérieure à la formation des
„ élémens, avoit eu pour principes des choses semblables. Car con-
„ cevant, (comme raisonnent ordinairement les partisans des atomes,)
„ qu'il se trouvoit dans le Chaos des particules de diverses grandeurs
„ & de diverses figures; il lui paroissoit tout naturel d'en conclurre,
„ qu'aussi-tôt que cette énorme masse des corpuscules avoit été mise

* *Physic. Vet. & Nov.* p. 33

„ en

„ en mouvement par l'Esprit Divin, & agitée par diverses secousses, „ les particules semblables s'étoient réünies les unes aux autres, de „ maniere qu'elles avoient formé les unes des parties terrestres, les „ autres des parties aqueuses ; celles-ci des parties ignées, celles-là „ des parties aëriennes, desquelles ensuite par la séparation générale „ avoient été faits tous les élémens, & toutes les especes des choses. „ *Dickinson* lui-même a presque tiré tout ce qu'on vient de lire de l'Auteur des *Philosophumenes*, * dont nous ne rapporterons que ces paroles. „ Toutes choses ont été mises en mouvement par l'Esprit „ Divin, & de ce mouvement commun est résultée l'union des choses semblables. L'ordre des choses celestes procéde du mouvement „ circulaire. Tout ce qui étoit grossier, humide, ténébreux & froid, „ & en général toutes les choses pesantes se sont rassemblées au milieu, „ & la Terre s'est formée de leur concrétion. Les élémens contraires, le chaud, le lumineux, le sec & le leger, ont gagné la région supérieure de l'air. „ (c) Voilà d'où *Anaxagore* tiroit son explication de l'origine & de la naissance du Monde ; (d) & s'il vivoit aujourd'hui, & qu'il entendit les Objections de nos Physiciens, ou bien si nous avions ses Ecrits que le tems a détruits, nous ne doutons pas que cela ne fut suffisant pour lever tous les doutes. Assurément la formation Cartésienne du Monde ne diffère que peu ou point de l'Anaxagorèenne. Qu'on jette seulement les yeux sur la troisième Partie des *Principes* de *Descartes*. Ajoutons un seul mot. *L'Esprit* d'*Anaxagore*, Νοῦς, ou si l'on veut, son *Dieu*, possédant dans le degré le plus éminent toute sorte de perfection, ou, pour ainsi dire, de réalité ; cette idée revient à celle du *DIEU* que nous reconnoissons, dont l'essence infinie embrasse toutes ces perfections, & qui, en limitant cette force infinie, a produit, par le moyen de son Entendement souverainement parfait, les idées des choses finies ; après quoi le même Entendement, ou la Raison suprême, a distribué ces idées innombrables en différen-

* p. 68.

tes

(c) ἐις τὸ πρόσω τῦ ἀιθέρος ἐρμῆσαι.

(d) Consultez aussi *Hist. Univers.* Tom. I. p. 47.

tes Classes, ensuite il les a réünies & combinées, d'une maniere qui a donné l'existence à ce Monde magnifique, & le meilleur de tous, que nous voyons. C'est dans ce Monde que les individus sont ramenés à leurs especes, & les especes à leurs genres : & qu'est-ce là autre chose, sinon l'*Homoeomerie*. Mais passons aux autres opinions de notre Philosophe.

XIII. *Anaxagore*, en expliquant ses idées sur la *Nature*, disoit ; *Que la génération & la corruption des corps n'étoit autre chose que leur aggrégation & leur dissolution, & que c'est à cela qu'on donnoit le nom de NATURE.* (e) Ce dogme étoit opposé à celui des Philosophes, qui prétendoient que les choses tiroient leur origine du Néant, & y rétournoient en périssant, & qui donnoient en conséquence le nom de *Nature* à cette génération par laquelle les choses qui sont, viennent de celles qui ne sont point. (f) C'est ce que nioit *Anaxagore*, s'appuyant sur le principe commun & véritable, que *rien ne se fait de rien.* Il ne pouvoit raisonner autrement dans son Systême, qui établissoit une Matière increée & éternelle ; & la Création de rien étoit une Vérité qu'il ignoroit comme tout le reste des Gentils. Il avoit d'ailleurs pour lui *Empedocle*, avec la plûpart des Philosophes. En effet, au rapport de *Plutarque*, * *Empedocle* disoit que la Nature n'est autre chose que *le mélange & la séparation des élémens ;* (g) en sorte que les productions naturelles existoient, lorsque les élémens se réünissoient de quelque maniere que ce fut, & qu'elles périssoient, lorsqu'ils venoient à se séparer.

* *Placit.* I. 30.

XIV. *Diogene* nous fait entrevoir ce qu'*Anaxagore* pensoit du Globe de la Terre. Il enseignoit que, „l'Esprit ayant imprimé le mouve-

(e) Τὴν φύσιν εἶναι σύγκρισιν, καὶ διάκρισιν, τουτέςι γένεσιν καὶ φθοράν. *Placit.* I. 30.

(f) γένεσιν ἐξ οὐκ ὄντων, φύσιν τινὲς καλοῦσι.

(g) μίξιν τῶν ςοιχείων καὶ διάςασιν.

„ comme un sédiment salé & amer. „ *Origine* ajoute dans les *Philosophumenes*, „ que l'origine de tout ce qu'il y a d'humeur dans la terre „ doit être tirée de la mer; „ (n) ce qui s'accorde exactement avec le récit de Moïse. Il continuë en disant, „ que les eaux de la mer se changent à la vérité en vapeurs, mais que le concours des fleuves qui y „ aboutissent, répare cette perte. Qu'à l'égard des fleuves, ils tirent „ leur source, en partie des pluyes, en partie des eaux renfermées „ dans le sein de la Terre. „ On ne comprend pas bien comment cette derniere idée pouvoit se concilier avec la figure applanie qu'on attribuoit à la Terre.

XVI. L'origine des Vents trouvoit son explication dans le systême d'*Anaxagore*. Il disoit, au rapport de *Diogene Laërce*; „ que „ les Vents étoient produits, lorsque le Soleil raréfioit l'air. „ (o) Sur quoi *Aldobrandin* fait la remarque suivante: „ Le sentiment d'*Anaxagore* sur les vents paroit avoir beaucoup d'affinité avec celui d'*Hippocrate*, qui prétendoit que le vent n'étoit autre chose que l'agitation de l'air. En effet l'air atténué par le Soleil devient plus propre „ au mouvement, parce qu'il est rendu plus subtil. „ Nous y ajoutons, que la chaleur du Soleil augmente la force élastique de l'air. On peut encore emprunter de l'Auteur des *Philosophumenes*, quelque chose qui répand du jour là dessus. Il dit, „ que les vents naissent de l'air „ atténué par le moyen du Soleil, & de ces particules qui, étant comme embrasées, se retirent & sont portées vers les Poles. „ (p) Le froid & la glace dominent aux environs des Poles. L'air étant donc mis en feu, & enflammé dans la Zone Torride autour de l'Equateur, les parties aëriennes sont poussées vers les régions polaires, qui se trouvent

(n) τῶν δὲ ἐπὶ γῆς ὑγρῶν τὴν μὲν θάλασσαν ὑπάρξαι.

(o) Ἀνέμους γίνεσθαι λεπτομένου τοῦ ἀέρος ὑπὸ τοῦ ἡλίου.

(p) τῶν ἐκκαιομένων πρὸς τὸν πόλον ὑποχωρουμένων καὶ ἀποφερομένων.

vent plus froides. Mais, lorsque cette grande chaleur vient à cesser, & que le froid prend le dessus, l'air s'en retourne, & il en résulte un vent contraire, de sorte que ces mouvemens alternatifs régnent continuellement dans l'air.

XVII. Venons aux causes du Tonnerre & de la Foudre: *Anaxagore* s'en explique ainsi dans *Diogene.* * „ Le Tonnerre est une „ collision des nuées, & la Foudre en est une friction. „ (q) L'Auteur des *Philosophumenes* dit la chose un peu plus obscurément. „ Le „ Tonnerre & la Foudre existent, lorsque la chaleur tombe dans les nuës. „ (r) Mais *Plutarque* au contraire y répand du jour, en ces termes. † „ *Anaxagore* dit, que quand le chaud tombe dans le froid, „ c'est à dire la partie éthérienne qu'il croit être un feu, dans la „ partie aërienne, il s'excite un bruit qui n'est autre que le ton- „ nerre. „ *Stobée* appelle au secours l'exemple du bruit que fait une pierre ardente, quand on la jette dans l'eau froide. *Plutarque* continuë ainsi; „ La couleur plus brillante, qui se manifeste à cause de „ la noirceur du corps nébuleux qui l'environne, ou des nuées, forme „ l'éclair; & la foudre vient de la multitude & de la grandeur de la „ lumiere, ou du feu. „ *Anaxagore* disoit encore que le *typhon*, ou tourbillon de vent, venoit d'un feu plus solide, & le *prester*, ou tourbillon de feu, d'un feu nébuleux. Les Grecs nommoient *prester* un vent accompagné de flamme; & *typhon*, que les Latins rendoient par *turbo*, un vent qui fait tournoyer l'air. *Seneque* parle de l'un & de l'autre en ces termes. „ Le vent, tant qu'il ne rencontre point d'obstacle, ré- „ pand librement ses forces. Mais quand il est repoussé par quelque „ promontoire, ou qu'il est rassemblé par la force de quelques lieux „ qui se réünissent, il tourne souvent sur lui-même, & forme un „ tourbillon pareil aux gouffres des eaux. Ce vent ainsi tournoyant, „ verti-

* Lib. II. 5

† Placit. III. 5.

(q) Βροντὰς ἶναι σύγκρουσιν νεφῶν ; ἀστραπὰς ἔκτριψιν νεφῶν.

(r) Βροντὰς καὶ ἀστραπὰς ἀπὸ τοῦ θερμοῦ γίνεσθαι ἐμπιπτοντος εἰς τὰ νέφη.

„ vertigineux, & qui environne le même lieu, est le *Tourbillon*. Que „ s'il est extrêmement fort, & qu'il dure longtems, il s'enflamme, & „ produit ce que les Grecs appellent *Prester*. C'est le Tourbillon de „ feu.„ (s) *Aristote* décrit ce qu'*Anaxagore* appelloit *le chaud*, (t). en disant: * „ Il est dans l'idée que le feu consiste en ce qui tombe des „ régions les plus élévées en bas, du plus haut de cet éther, auquel „ il donne aussi le nom de feu.„ Il semble donc que la foudre d'*Anaxagore* s'accordoit avec cette matiere ignée, ou étherienne, qu'on sçait tirer aujourdhui des corps, en y excitant la vertu qu'on nomme électrique. Au reste *Anaxagore*, en expliquant la cause naturelle de la foudre, avoit délivré son disciple *Pericles* de la crainte superstitieuse que ce phénomene causoit. C'est ce que nous lisons dans *Suidas*: „ *Pericles*, dit-il, se trouvant à la tête de l'armée des Atheniens, & „ devant les mener au combat, la foudre tomba du Ciel, ce qui causa „ une grande consternation; mais ayant pris deux pierres, & les „ ayant frappées l'une contra l'autre, pour en faire sortir du feu, il „ dit: Voilà la foudre.„ On sçait que *Descartes* a expliqué le tonnerre par le seul choc des nuées, qui arrive lorsque l'une vient à tomber sur l'autre.

* *Meteor.* L. II. c. 9.

† *Placit* III. 5.

XVIII. *Anaxagore* s'étoit fait de fort justes idées de la formation de l'Arc-en-Ciel. Citons le témoignage de *Plutarque*. † „*Anaxagore* disoit que l'Arc-en Ciel consistoit dans la réfraction (u) de la „ lumiere du Soleil, faite dans une nuée épaisse, & qui arrive toujours vis à vis de l'Astre, dont la nuée réflêchit l'image, comme un

(s) *Ventus, quamdiu nihil obstat, vires suas libere effundit. Ubi aliquo promontorio repercutitur, aut vi locorum coeuntium colligitur, sæpius in se volutatur, similemque aquis facit vorticem. Hic ventus circumactus, & eundem ambiens locum, & se vertigine concitans,* turbo *est. Qui si pugnacior est, ac diutius volutatur, inflammatur, & efficit, quem* prestera *Graci vocant. Hic est igneus turbo,* Nat. Quæst. L. V. c. 13.

(t) θερμόν. (u) ἀνάκλασιν.

„ un miroir. „ Il expliquoit de la même maniere les phénomenes auxquels on donne le nom de *Parhelies*. Ceux qui voudront connoitre plus en détail les idées des Anciens sur l'Arc-en-Ciel, n'ont qu'à recourir à *Seneque*, dans le premier Livre de ses *Questions naturelles*.

XIX. *Diogene Laërce* rapporte l'explication des tremblemens de terre d'une maniere tout à fait succinte & obscure, en disant que c'est *un retour de l'air dans la terre.* (x) Voyons si *Plutarque* nous dira quelque chose de plus positif sur ce sujet. Voici ses paroles : * „ *Anaxagore* est dans la pensée, que la terre tremble, lorsque l'air „ veut en sortir, parce qu'arrivant à l'épaisseur de la surface terrestre, „ il ne trouve point d'issuë, & fait alors un effort, qui produit la se- „ cousse dont la terre est ébranlée. „ *Seneque* n'est guères plus clair. †† Les *Philosophumenes* rapportent, * „ que les tremblemens de terre ar- „ rivent par la chûte de l'air supérieur sur l'air qui est plus bas que la „ terre ; parce qu'alors la terre qui nage dans cet air inférieur, par- „ ticipe à son ébranlement. „ Accordons un moment d'attention à *Aristote*. „ *Anaxagore*, dit-il, affirme que l'éther, qui est très pro- „ pre à se porter en haut, meut la terre, lorsqu'il se renferme dans „ ses veines & dans ses cavernes. Car il prétend que les parties qui „ forment la surface de la terre sont unies entr'elles par le secours des „ pluyes, que toute la terre est spongieuse, que nous habitons sa par- „ tie supérieure, & qu'il y a vis à vis une partie opposée. „ Peut-être qu'on pourroit entendre la chose ainsi. *Anaxagore* croyoit que la surface de la terre étoit plane, & que les hommes habitoient sur cette espece de plaine. L'air, selon lui, ne se trouvoit pas moins au dessus qu'au dessous de la Terre. Lors donc que l'air inférieur, qui de lui-même tendoit toujours vers le haut, faisoit effort pour rompre la terre, mais qu'il étoit forcé de demeurer renfermé dans ses cavernes, ou cavités, c'est alors que le tremblement de terre se faisoit sentir. Cela nous apprend ce que veut dire *Diogene* avec son *retour de l'air dans*

* *Placi* III. 15.

†† *Natur. quæ* VII. 9.

* p. 76.

(x) ὑπονόστησιν ἀέρος εἰς γῆν.

dans la terre. Et l'on peut aussi entendre par là ce passage de *Seneque*: „ *Anaxagore* estime que les secousses de l'air & de la terre procedent „ à peu près de la même cause ; lorsque le vent dans la terre inférieu- „ re . . . . . se porte vers ce qu'il rencontre, cherchant une issuë, & „ sépare ce qui lui fait obstacle, jusqu'à ce qu'en s'insinuant par des „ routes étroites il trouve un chemin qui le mene au Ciel, ou s'en „ fait un par force. „ *Anaxagore* se trompoit, en faisant la terre applanie. Au reste presque tous les Physiciens reconnoissent aujourdhui, que les tremblemens de terre sont produits par l'air renfermé dans les cavernes, & embrasé par le feu souterrain.

XX. Nous voici parvenus à une des idées d'*Anaxagore*, dont on a le plus parlé. Communèment on lui attribuë d'avoir enseigné, *que la Neige étoit noire.* La plûpart ont sifflé & tourné en ridicule un sentiment aussi paradoxe. Nous ne copierons point tout ce que les Savans en ont dit. Mr. *Brucker* fournit là-dessus dequoi satisfaire la curiosité: & l'on peut y joindre l'Auteur des *Observationes Halenses*, qui a pris la défense d'*Anaxagore* *. Essayons de découvrir nous-même ce qu'il y a de mieux à dire sur cette opinion de notre Philosophe. *Ciceron* en avoit parlé en ces termes: „ Le Sage aura plus de complai- „ sance pour accorder que la neige est blanche, que n'en avoit *Anaxa-* „ *gore ;* qui, non seulement nioit qu'elle le fut, mais qui assuroit „ qu'elle ne lui paroissoit pas même telle, parce qu'il sçavoit que l'eau „ d'où elle se forme, est noire. (y) „ Ainsi *Anaxagore* avoit déclaré, *que la Neige ne lui paroissoit pas même blanche. Lactance* va plus loin, & tire cette conclusion, *que la neige lui paroissoit comme de l'encre,* † ce que nous ne lisons nulle part qu'il ait dit. Sur quoi il se récrie ailleurs à la folie: „ Que peut-on penser, dit-il, de celui qui a dit que „ la

* *Tom.* II. *Observ.* 15.

† Liv. V. 3.

(y) *Sapiens facilior erit, ut album nivem esse probet, quam erat Anaxagoras : qui id non modo ita esse negabat, sed sibi, quia sciret aquam nigram esse, unde illa concreta esset, album ipsam esse, ne videri quidem.* Acad. Quæst. IV. 31. Voyez aussi, *Sextus Empiricus*, Pyrrhon. L. I. c. 13. n. c.

„ la neige étoit noire ? Ne devoit-il pas en tirer la conséquence, que „ la poix est blanche ? „ C'est là le génie ordinaire de cet Auteur Ecclésiastique, qui se livre trop aisément aux conjectures. De ce que quelcun refuse la blancheur à la neige, il ne s'ensuit point qu'il affirme qu'elle est noire. *Anaxagore* avoit dit que la neige ne lui paroissoit pas blanche, c'est à dire, que cette couleur qu'on y observe, n'est pas une couleur stable & constante, comme celle de la chaux, de la craye, & des autres corps blancs ou colorés, tels que sont ceux dont les Peintres se servent, mais que ce n'est qu'une vaine apparence, qui n'a rien de solide, & qu'un moment fait évanouir, sans qu'il en reste aucune trace : & qu'ainsi la neige paroit blanche, sans l'être effectivement ; qu'il ne faut point se fier à cette couleur ; qu'elle n'est utile à quoi que ce soit : & que celui-là se tromperoit beaucoup, qui employeroit de la neige à blanchir des habits. Il n'y a rien dans tout cela qui soit indigne de notre Philo[illegible]e.

XXI. *Plutarque* rapporte *, comment *Anaxagore* expliquoit les accroissemens du Nil. „ Il dérive, dit-il, les débordemens de ce „ fleuve de la neige qui se trouve en Ethiopie, laquelle se fond à la vé- „ rité en Eté, mais se conserve pendant l'Hyver. Les *Philosophumenes* disent pareillement †, que le Nil s'accroit par les neiges qui se „ fondent en Eté, & dont les eaux s'y jettent. „ Traiter ici la matiere du Nil, ce seroit répéter des choses cent fois dites. Ce fleuve a été un objet d'admiration pour toute l'Antiquité ; ses sources, ses cataractes, son cours, ses eaux, son accroissement, ses embouchures, ont été autant de merveilles. Aussi *Wendelin* a-t-il publié un Ouvrage sous le titre de *Merveilles du Nil*, où il a tiré & rassemblé de trois cent dix-huit Auteurs, Grecs & Latins, anciens & modernes, tout ce que le Nil a fourni de singularités remarquables. Il s'agit ici de son accroissement annuel, dont les Egyptiens se glorifioient beaucoup. Car, ayant appris que la Grece étoit arrosée par les pluyes, & non par des fleuves, comme leur pays, ils dirent, que quelque jour

* Plut. IV. 1.

† p. 71.

jour ils se trouveroient frustrés de leurs espérances, & que si Jupiter leur refusoit la pluye, ils périroient misérablement de soif. *Herodote* s'est moqué de cette ridicule vanerie, & l'a fort bien repoussée. * Quoiqu'il en soit, les Egyptiens eux-mêmes ignoroient la cause des inondations du Nil. De là tant de conjectures des Philosophes, que *Wendelin* a rapportées au nombre de onze, dans l'Ouvrage que nous venons d'indiquer. *Anaxagore* regardoit donc les neiges qui fondoient en Ethiopie, comme le principe de cet effet. *Pomponius Mela* adopte la même raison. „ Il s'accroit, dit-il en parlant du Nil, parce „ que les neiges que la grande chaleur de l'Eté fait fondre, coulent du „ sommet des grandes montagnes d'Ethiopie avec une abondance que „ le lit de ce fleuve ne sçauroit contenir. „ (z) *Herodote* est contraire à cette opinion, & demande, comment le Nil, qui vient de l'Afrique, & traverse le milieu de l'Ethiopie, pour arriver en Egypte, s'accroitroit par les neiges, puisqu'il [illegible] d'une contrée extrèmement chaude à un autre extrèmement froide. *Lucain* s'est servi du même raisonnement, † pour rejetter cette idée.

* L. II. c. 3. 14.

† L. X.

Vana fides veterum, Nilo, quod crescat in arva
Æthiopum prodesse nives. Non Arctos in illis
Montibus aut Boreas. Testis tibi sole perusti
Ipse color populi, calidique vaporibus Austri.

C'est aussi de là que *Wendelin* tire quelques Objections contre la doctrine d'*Anaxagore*; mais il avouë lui-même qu'elles ne sont pas d'un grand poids. Au reste, de l'aveu d'*Herodote*, les sources du Nil étoient un secret pour les Anciens; &, si l'on ne s'arrête pas aux récits fabuleux des Portugais, on trouvera qu'elles ne sont guères mieux connuës aujourdhui, comme l'a fait voir avec beaucoup d'évidence un des Savans les plus distingués de nos jours, & qui est surtout profondément

(z) *Crescit porro, sive quod soluta magnis æstibus nives, ex immanibus Æthiopiæ jugis, largius quam accipi queant, defluunt.* Geogr. I. 9.

dément versé dans les Antiquités Egyptiennes, Mr. *Jablonski.* * Ainsi c'est avec peu de fondement qu'on oppose les grandes chaleurs de l'Ethiopie à l'existence des neiges dans ce pays; car les célébres personnages, qui ont visité depuis peu les contrées de l'Amérique, & se sont transportés sur le sommet des plus hautes Montagnes du Perou, y ont trouvé une quantité incroyable de neige, & un froid presque insupportable, tout près de l'Equateur, & à la même latitude où l'on place les Montagnes d'Abyssinie. *Thevenot* a aussi rencontré des neiges sur les Montagnes même d'Ethiopie. (a) Les *Philosophumenes* ajoutent un petit mot, qui ne paroit pas devoir être passé sous silence: c'est que le Nil tire son accroissement *des neiges Septentrionales.* (b) Qu'est ce que cela veut dire? Comment la neige du Septentrion est-elle transportée en Ethiopie? *Ammien Marcellin* nous l'expliquera d'après l'opinion de *Democrite*: „ Quelques Physiciens, dit-il, affirment, que dans les régions placées au Septentrion, lorsque la rigueur des hyvers resserre tout, il „ se géle des amas de neige, que dans une autre saison la véhémence „ des chaleurs résout en eaux, & qu'il s'en éleve des vapeurs dont se „ chargent les nuages que les vents Etesiens chassent vers le Midi, où „ se déchargeant ils fournissent, à ce qu'on prétend, avec abondance dequoi grossir le Nil. „ Mais à quoi bon tous ces détours? Le Nil commence à s'enfler lorsque les vents Etesiens soufflent; ces vents partent du Septentrion, & en Ethiopie ils ne peuvent qu'être accompagnés de la plus grande chaleur, puisqu'ils ont traversé la Zone torride. Ainsi les neiges fondent à leur approche, & se précipitent de maniere que le Nil ne peut plus contenir ses eaux ainsi accruës.

* *Pantheon*, Tom. II. p. 163.

XXII. La premiere origine des Animaux avoit aussi fait l'objet des recherches d'*Anaxagore*; mais ce qui nous reste là dessus dans les Anciens ne nous met pas bien au fait de sa doctrine. *Diogene* dit: † *que les animaux nâquirent premierement de l'humide & du chaud, & de*

† L. III. §.

(a) Dans ses *Voyages*, Liv. II. ch. 69. Ajoutez y *Ludolff*, *Comment.* p. 100.

(b) ἀπὸ τῶν ἐν τοῖς ἄρκτοις χιόνων.

de la terre (c). Mais *Theophraste* exprime la chose beaucoup plus clairement. „ *Anaxagore*, dit-il, décide, que l'air contient les se„ mences de toutes choses, lesquelles étant ensuite emportées par „ par l'eau, & mêlées à la terre, produisent les plantes „ (d). Pour l'origine des semences mêmes, c'est une question sur laquelle régne le plus profond silence parmi les Anciens; ou, s'ils en disent quelque chose, c'est avec toute la confusion & l'obscurité possible. En effet *Anaximandre*, Auditeur de *Thales*, & ensuite l'un des plus illustres Chefs de l'Ecole Jonique, avoit enseigné que les premiers hommes s'étoient formés dans des poissons, qu'ils s'y étoient nourris pendant quelque tems, mais qu'ensuite ayant acquis assez de force pour se soutenir par eux-mêmes, ils en étoient sortis, & s'étoient emparés de la terre. Ainsi il faisoit venir les hommes d'animaux d'une autre espece. Il ne paroit pas qu'*Anaxagore* ait adopté ce sentiment; il tiroit plutôt la formation des animaux du concours des élémens dont les parties étoient semblables, comme nous l'apprenons dans *Plutarque*. † *Pythagore* avoit encore une autre opinion, c'est le changement réciproque des élémens les uns dans les autres. *Ovide* l'a exprimée en très beaux Vers au XV. Livre de ses *Metamorphoses*. Mais, à dire le vrai, l'origine des semences est un des mystères les plus impénétrables de la Nature, & les plus inaccessibles à tous les Philosophes; les efforts redoublés de leur curiosité n'ont pû le pénétrer, & il semble que Dieu seul puisse en révéler la connoissance. *Anaxagore* l'a aussi appellé en quelque sorte à son secours, en disant que, lorsqu'il mit en ordre la matiere du Chaos, il forma en même tems les premiers principes des semences. C'est pourquoi *Aristote* lui donne des éloges à cet égard, & dit qu'il a été plus modeste que les autres Philosophes de l'Antiquité, & qu'il a mon-

† *Placit.* V. 19.

(c) ζῶα γενέσθαι ἐξ ὑγρῶ, καὶ θερμῶ, καὶ γέωδεος.

(d) Αναξαγόρας μὲν τὸν ἀέρα πάντων φάσκων ἔχειν σπερμάτα· καὶ ταῦτα συγκαταφερόμενα τῷ ὕδατι γεννᾶν τὰ φυτά. *Histor. Plant.* L. III. c. 2.

a montré une véritable sagesse, en posant le premier l'Esprit pour la cause du Monde & de tout l'ordre qui y régne. Si quelcun desire d'être mieux instruit de la maniere dont *Anaxagore* expliquoit la génération, nous le renvoyons à l'Ouvrage que *Scipion Aquilien* a écrit sur les opinions des Philosophes, qui ont vêcu avant *Aristote*. Il s'y étend beaucoup sur l'opinion d'*Anaxagore* par rapport à la cause de la génération. (*e*) Mais, comme cela n'a pas un rapport direct à notre sujet, nous ne nous y arrêterons pas. Les sentimens des Anciens sur cette matiere en général, & sur la premiere origine des hommes, ont été savamment recueillis par *Censorin*, * & éclaircis par *Lindenbrog* dans ses Notes sur cet Auteur.

* *De die natali*, Cap. IV.

XXIII. Nous nous bornerons à indiquer ici ce qui peut encore avoir quelque rapport à cette matiere. *Censorin* témoigne, qu'*Hippon* de Samos étoit dans l'idée, que l'origine de l'homme & des animaux vient de la moëlle; mais qu'*Anaxagore* réfutoit cette opinion avec les autres. Le même Auteur ajoute : „ On a aussi été partagé sur la question; si l'enfant vient seulement du père, ou aussi „ de la mère, comme *Anaxagore* le pensoit. „ (*f*) Encore, suivant le même *Censorin*, † notre Philosophe estimoit que le cerveau, d'où procedent tous les sens, prenoit son accroissement avant toutes les autres parties; & qu'ensuite la chaleur étherienne arrangeoit les membres. Il ajoutoit que l'enfant recevoit sa nourriture par le nombril; & que les mâles s'engendroient du côté droit, les femelles du côté gauche. *Diogene Laërce* a dit les mêmes choses dans les mêmes termes, & *Menage* a fait là-dessus des observations fort étenduës. *Censorin* continuë, & rapporte „ qu'*Anaxagore* expliquoit la ressemblan„ ce des enfans au père ou à la mère, à ce que l'un des deux avoit

† *Ibid.* cap. VI.

 plus

(*e*) L'Ouvrage de *Scipion Aquilien* a été imprimé à Venise en 1620. voyez p. 17. & s.

(*f*) *Illud quoque ambiguam fecit inter Auctores opinionem, utrumne ex patre tantum modo partus nascatur, an etiam ex matre, quod Anaxagora visum est.* Censor. Cap. V.

„ plus contribué à la formation du foetus.. „ (g) Ici s'ajuste un fragment qu'*Athénée* nous a conservé. „ *Anaxagore*, dit-il, en„ seigne que ce qu'on appelle *le lait de poule*, est le blanc de l'oeuf. „ (h) Et il faut y ajouter une Histoire, rapportée par *Plutarque* dans la Vie de *Pericles*, qui fait voir jusqu'où notre Philosophe avoit poussé ses connoissances Anatomiques. „ On raconte, dit l'Historien Grec, „ qu'un jour on apporta de la campagne à *Pericles* une tête de bélier „ avec une seule corne, & que le Devin *Lampon*, ayant considéré la „ force de cette corne, & comment elle sortoit du milieu du front, „ dit que c'étoit un présage, que la puissance des deux factions qui „ partageoient alors la Ville, (celle de *Thucydide* & celle de *Peri*„ *cles*,) se réuniroit en une seule tête, & que cela regardoit celui „ chez qui ce prodige étoit arrivé. Mais *Anaxagore*, ayant disséqué „ l'os de cette tête, montra, que le cerveau n'avoit pas occupé tout „ son espace ordinaire, mais que se terminant en pointe il alloit abou„ tir à cette seule place de tout le crane, d'où la corne sortoit comme „ de sa racine. Tous les assistans furent ravis sur le champ du savoir „ d'*Anaxagore*; mais ils ne le furent pas moins bientôt après de la „ sagacité de *Lampon*, lorsque, le parti de *Thucydide* étant entiere„ ment détruit, toute la République tomba entre les mains de *Peri*„ *cles*. Tous deux pouvoient avoir raison, l'un comme Physicien, „ l'autre comme Devin, l'un comme observant la cause, l'autre com„ me prévoyant l'événement. C'étoit en effet au premier à considé„ rer d'où provenoit cette corne, & comment elle s'étoit formée, tan„ dis que l'office du second étoit d'annoncer, pourquoi elle avoit été „ formée, & de quoi elle étoit le signe. Ceux qui prétendent que, „ dès qu'on a découvert la cause d'un semblable fait, il ne faut plus „ l'en-

(g) *Anaxagoram ejus parentis faciem referre liberos judicasse, qui plurimum ad fœtum contulisset.*

(h) Αναξαγόρας ἐν τοῖς Φυσικοῖς, τὸ καλούμενον φησὶν ὄρνιθος γάλα τὸ ἐν τοῖς ᾠοῖς εἶναι λευκόν.

„ l'envisager comme un présage, ne considérent pas bien, que par là „ ils détruisent également l'efficace des signes celestes & des signes ar- „ tificiels. „ Rien n'empêche que nous ne placions encore ici ce qu'*Anaxagore* pensoit de la Fortune, suivant le même *Plutarque*. * „ Il „ disoit, que la Fortune est une cause cachée à l'Intelligence humai- „ ne. „ Cela est parfaitement vrai. Les Stoïciens, & tous les Philosophes sensés, n'ont pas pensé autrement.

* *Placit.* I. 29.

XXIV. On ne sçait pas bien ce qu'*Anaxagore* croyoit au sujet de l'Ame. Voici ce qu'*Aristote* en dit : † „ *Anaxagore* dit que l'Ame „ (ψυχὴν) est celle qui meut . . . . . mais il ne s'explique pas assez „ clairement là-dessus. Car il dit souvent que l'Esprit (Νοῦς) est la „ cause de ce qui est bon & droit; & ailleurs il dit que l'Esprit & „ l'Ame sont la même chose, (*i*) & qu'ils existent dans tous les Ani- „ maux, tant grands que petits, dans les plus considérables & dans les „ plus vils. „ Ces idées ne sont pas du gôut d'*Aristote*, qui ajoute; „ qu'il ne paroit pas que l'Esprit se trouve ainsi partout, c'est à dire, „ un Esprit accompagné de prudence; que les Animaux en sont desti- „ tués, & qu'il ne convient pas même à tous les hommes. „ Le passage de *Plutarque* sur le même sujet est encore plus obscur: le voici. * „ Les disciples d'*Anaxagore* ont dit, que l'Ame étoit une „ substance aërienne, & un corps; „ à moins que nous ne voulions restreindre cette assertion à l'Ame seule, (ψυχὴν) & n'y pas comprendre l'Esprit. En effet il a distingué ailleurs l'Ame du Corps. † Comme ce passage est tout à fait ténébreux, le savant *Corsini* l'a fort bien corrigé & suppléé d'apres *Galien*, & il le traduit ensuite ainsi: „ *Anaxagore* „ a été dans l'idée que le sommeil regardoit la faculté corporelle; (*k*) „ que c'étoit une affection du corps, & non de l'ame; mais que la „ mort consistoit dans la séparation de l'Ame d'avec le Corps. (*l*) „

† *De anima* L. I. c. 2.

* *Placit.* IV. 3.

† *Ibid.* V. 25.

La

(*i*) τὸν Νοῦν εἶναι τὸν αὐτὸν τῇ ψυχῇ.

(*k*) σωματικῆς ἐνεργείας.

(*l*) ψυχῆς θάνατον τὸν διαχωρισμόν.

La même chose se trouvant dans *Stanley*, il faut supprimer la Note de l'Editeur, qui révoque en doute, si cet Auteur a bien rendu le sens de *Plutarque*, fondé sur ce qu'on peut aussi entendre les expressions de la séparation, ou désunion, des parties même de l'ame, qui étant aërienne est d'une nature corporelle. On ne trouve pas plus de clarté dans cet autre endroit de *Plutarque* ; * „ *Anaxagore* disoit que tous „ les animaux ont une raison active, mais qu'ils n'ont point cet esprit „ passif, qu'on appelle l'Interpréte de l'Esprit. „ Il régne plus de netteté dans ce que notre Philosophe disoit pour expliquer la formation de la voix. † „ Il la faisoit consister dans un air agité qui frappoit un „ air solide & plus dense ; de sorte que le retour, ou la repercussion „ de ce choc, parvenoit à nos oreilles. „ Et c'est de la même maniere qu'il rendoit raison du son, ou de la voix, qu'on appelle *Echo*.

* *Ibid.* V. 20.

† *Ibid.* IV. 19.

XXV. Faisons à présent une espece de faisceau des débris de la doctrine d'*Anaxagore*, que nous avons n'avons pas pû employer commodément en d'autres endroits. Il avoit placé dans les mains la cause de la sagesse & de l'intelligence humaine. *Plutarque* censure cette idée en ces termes. „ La Nature a placé presque sous nos yeux des exem- „ ples qui prouvent l'utilité des liaisons fraternelles ; elle a fait dou- „ bles toutes les parties de notre corps qui sont nécessaires, & l'on peut „ regarder comme autant de frères & de jumeaux, les mains, les „ pieds, les yeux, les oreilles, les narines. Son but est de marquer „ par là que toutes ces choses nous ont été données pour notre con- „ servation, & pour se prêter un secours mutuel, & qu'elles ne sont „ point divisées en signe de discordes & de combats. En particulier „ elle a mis tout l'art possible dans la structure de la main, dont les „ doits différens & inégaux sont autant d'instrumens si convenables ; „ en sorte que l'ancien Philosophe *Anaxagore* a crû devoir placer la „ cause de la sagesse humaine dans les mains. Mais il s'est trompé en „ cela ; l'homme n'atteint point à un degré éminent de sagesse, parce „ qu'il a des mains, mais parce que la Nature l'ayant doüé de raison

&

„ & d'art, lui a aussi fourni les instrumens dont il avoit besoin. „ *Anaxagore* avoit mis dans le fiel la cause des maladies : sur quoi il est repris par *Aristote* : * „ C'est, dit-il, une erreur d'*Anaxagore*, d'a- „ voir crû que le fiel est la cause des maladies aiguës ; (m) car il assure „ que, quand la bile y abonde, elle se répand dans le poûmon, „ dans les veines, & dans les côtés. Mais les mêmes accidens ar- „ rivent à peu près aux Animaux qui n'ont point de fiel. „ *Aristote* ajoute qu'on le remarque, lorsqu'on en fait la dissection. Il nous instruit aussi du sentiment d'*Anaxagore* sur la respiration des poissons. „ *Anaxagore*, dit-il †, & *Diogene*, après avoir dit que „ tout respiroit, ont ajouté de quelle maniere se faisoit la respiration „ des poissons & des huîtres. *Anaxagore* dit, que les poissons, „ quand ils font sortir l'eau par les bronchies, attirent l'air qui se pro- „ duit dans leur bouche, & le respirent, parce *qu'il ne sçauroit y* „ *avoir de vuide.* „ (n) *Diogene Laërce* nous a encore conservé le trait suivant. * „ Comme quelcun lui demandoit si les Montagnes de „ Lampsaque se trouveroient un jour sous la Mer, on dit qu'il répon- „ dit : *Oui, à moins que le tems ne manque.* „ (o) Lampsaque étoit entourée de montagnes qui étoient autant de vignobles. La Ville en tiroit de grands avantages, & c'étoit le meilleur revenu de ses habitans. Peut-être qu'*Anaxagore* avoit dit dans quelque occasion, qu'il arriveroit un Deluge, une inondation, & que la Mer couvriroit la Terre, comme l'expriment ces deux Vers :

* *De part. anim.* L. IV. c. 2.

† *De Respir.* c. 2.

* Lib. II. §. 10.

Vidi ego, quod fuerat quondam solidissima tellus
Esse fretum, vidi factas ex æquore terras.

Là

(m) αἰτίαν τῶν ὀξέων νοσημάτων.

(n) ὃ γὰρ εἶναι κενὸν ἀδύν.

(o) ἐὰν γε ὁ χρόνος μὴ ἐπιλίπῃ.

Là dessus quelque Citoyen de Lampsaque, inquiet pour sa vigne, aura fait cette question à *Anaxagore*, dont la réponse étoit très juste; *Oui, à moins que le tems ne manque.* Car les fleuves, les tourbillons, détachant tous les jours quelques parties terrestres des montagnes, & des rivages, les précipitent au fonds de la Mer, qui doit par conséquent s'élever sans cesse davantage, tandis que la surface du Continent s'abaisse; d'où s'ensuivra nécessairement un jour quelque inondation, à moins que d'autres causes n'y mettent obstacle. On voit encore aujourdhui près des ruïnes de Lampsaque des collines chargées de vignes. Finissons par ce trait, qui nous a été conservé dans l'Ouvrage de *Stobée*: „ *Anaxagore* disoit, que deux choses sont pour „ nous des doctrines de la mort; l'une, le tems qui a précédé notre „ naissance, l'autre le sommeil. „ (p) Celui-ci en est en effet une image bien parlante; & chaque jour il vient inviter les hommes à se souvenir de ce long sommeil qui les attend.

XXVI. Voilà ce que j'ai pû rassembler de plus digne d'attention sur la Vie, les Ouvrages, & les Opinions d'*Anaxagore*. Je ne crois pas devoir m'arrêter à justifier au long l'utilité d'un semblable travail. Il sert d'abord à faire connoître le desir véhément qui pousse tous les hommes à acquérir des connoissances, & à s'eléver jusqu'aux Sciences. Tandis que le vulgaire demeure plongé dans les erreurs les plus grossieres, & n'a d'autre guide que la superstition; des Génies d'un ordre plus élevé, s'attachent à découvrir la véritable origine des choses, & indiquer les causes les événemens naturels; ils y travaillent avec application, & nous voyons qu'en plusieurs choses ils atteignent au but. Cela nous mène en second lieu à remarquer, que, quelles que soient les prérogatives de notre Siècle sur ceux de l'Antiquité, les Anciens ne laissent pas d'avoir apperçu & dit bien des choses, qu'on ne fait aujourdhui

(p) Ἀναξαγόρας δύο ἔλεγε διδασκαλίας εἶναι θανάτου, τόν τε πρὸ τοῦ γενέσθαι χρόνον, καὶ τὸν ὕπνον. Serm. 119. p. 603.

jourdhui que répéter & retourner en mille manieres differentes. C'est ce dont on s'appercevra toujours plus, à mesure qu'on cultivera soigneusement l'étude de la Philosophie ancienne, & qu'en rapprochant, comme plusieurs Savans s'y appliquent à présent, les fragmens qui nous en restent dans les anciens Monumens, on les comparera ensemble pour y répandre un plus grand jour. Les sentimens des Anciens ne peuvent être bien connus & compris, qu'après avoir dégagé le Systême de leur Philosophie de toutes ses obscurités. Après quoi, en comparant les dogmes des Anciens avec ceux des Modernes, on verra briller aussi-tôt des rayons de Vérité ; & toute cette région ténébreuse de l'Antiquité sera comme illuminée d'une splendeur subite. On ne sçauroit nier que les tems où nous vivons ne possédent bien des avantages dont on peut se glorifier ; mais, si l'on y regarde de près, combien n'avons-nous pas emprunté des Anciens, & quel n'est pas le nombre des opinions modernes, dont on trouve des traces bien marquées dans leurs Ecrits ? Donnons en quelques exemples. Les Anciens ont dit, que les Etoiles étoient autant de Soleils ; que le Soleil étoit d'une nature ignée ; que les Soleils avoient autour d'eux des Tourbillons ; que des Planetes, semblables à notre Terre, & aux autres corps de notre Systême Planétaire, étoient emportées par une révolution, dont ces Soleils étoient le centre ; qu'elles avoient outre cela un mouvement de vertige autour de leur axe ; qu'il y avoit dans la Lune des Montagnes & des Vallées ; qu'elle étoit habitée, & qu'il s'y trouvoit plusieurs Villes ; que les mouvemens des Planetes se faisoient suivant une certaine proportion ; qu'il y avoit une force centrifuge, & une force centripete ; qu'on pouvoit prédire avec certitude les Eclipses de Lune & de Soleil ; que la Voye lactée étoit composée d'un nombre innombrable d'Etoiles ; que les Cometes étoient des Etoiles fort éloignées de nous, & que nous les appercevions lorsqu'elles descendoient vers notre Globe ; que les Meteores naissent des exhalaisons enflammées ; que le flux & le reflux de la Mer s'accorde avec les mouvemens de la Lune ; que les qualités sensibles ne sont pas inhéren-

tes aux corps mêmes, mais qu'elles consistent dans la figure, la grandeur, & le mouvement des parties ; enfin que les animaux & les plantes ne tirent point leur origine de la terre, de l'eau, ou de la pourriture, mais que toutes ces productions viennent de semences. Telles sont les opinions, auxquelles on pourroit en joindre quantité d'autres, qui ont déjà été proposées par les Anciens ; & ce sont précisément les mêmes que nos Modernes les plus distingués confirment tous les jours par de nouveaux raisonnemens, & par de nouvelles Expériences. Rien ne sçauroit donc mieux contribuër à donner une idée exacte du véritable accroissement des Sciences, que des recherches bien-faites & soigneusement approfondies sur la vie & la doctrine des anciens Philosophes.

EXAMEN

EXAMEN PHILOSOPHIQUE
DE LA LIAISON RÉELLE QU'IL Y A ENTRE LES SCIENCES ET LES MOEURS,

PAR M. FORMEY.

On a déjà formé de gros Recueils des différens Ecrits qui ont paru sur le sujet que je viens d'indiquer. Il y a dans quelques uns de ces Ecrits beaucoup d'esprit, & dans d'autres une assez vaste érudition; mais généralement parlant, qu'il me soit permis de le dire, j'y aurois desiré un peu plus de Philosophie. Je n'ai point trouvé qu'on y ait posé suffisamment l'état de la Question; & le sophisme, *Post hoc: Ergo propter hoc*, a été presque toujours substitué à des raisonnemens beaucoup plus solides, qu'on auroit pû tirer du fonds même des choses. Attentifs à parcourir les Annales du Monde, les Auteurs des Pieces dont je parle, ont crû qu'il suffisoit de mettre en parallèle les Sciences & les Moeurs, telles qu'elles ont coëxisté dans les différens Siecles, ou chez les différentes Nations, pour en tirer une conclusion démontrée de l'influence que les Sciences ont sur les Moeurs. Rien de plus défectueux que cette induction; on y entasse une foule d'objets & de circonstances, dont on fait, pour ainsi dire, une masse homogène, quoiqu'il y ait parmi ces objets & ces circonstances des choses, dont les unes ne prouvent rien, & les autres sont mêmes contraires aux conséquences qu'on prétend en dériver. Pour justifier pleinement ce que j'avance, il faudroit soumettre à une analyse exacte celles d'entre les Pieces rélatives à cette Question devenuë célébre, qui en méritent la peine. Ce n'est cependant pas mon dessein; ce travail me paroitroit étranger aux vuës de nos Mémoires Académiques. Mais, si je ne me

trompe, je parviendrai, & plus seurement, & plus promtement, au but que je me propose, en remontant aux principes mêmes sur lesquels roulent toutes ces discussions, & en examinant philosophiquement, si les Sciences, & en général toutes les connoissances humaines, ont sur les Moeurs cette influence qu'on leur a accordée, selon moi, trop legérement, & qui se réduit à bien moins qu'on ne se l'est imaginé. Il résultera de là qu'on s'est débattu avec chaleur, & qu'on a déployé tous les efforts de l'esprit, & tous les trésors de l'erudition, pour maintenir l'association de deux idées, qui n'ont que peu ou point de rapport entr'elles. On a crû qu'il n'y avoit point de milieu entre ces deux Propositions; Les Sciences ont perfectionné les moeurs; ou, Les Sciences ont corrompu les Moeurs. Et moi je dis; Les Sciences n'ont fait, ni bien, ni mal, aux Moeurs; ou du moins leur efficace à cet égard se réduit à si peu de chose que cela ne valoit pas la peine d'y tant insister. C'est ce que je vais établir par deux Considérations générales auxquelles je rapporterai toutes les réfléxions particulieres, qui peuvent y être subordonnées.

I. Il n'y a que trois états possibles, dans lesquels on puisse se représenter les differentes Nations répanduës sur le Globe de la Terre, depuis ces tems les plus reculés que nous appellons l'origine du Monde, jusqu'à ceux où nous vivons. Le premier de ces états, c'est l'ignorance primitive & naturelle, dont les Peuples Sauvages qui ont été découverts dans ces derniers Siecles, renouvellent le tableau. Le second est celui des Nations qui se sont tirées de cet état, & qui ont acquis successivement les diverses connoissances qui forment aujourdhui l'Encyclopédie des Sciences & des Arts. Le troisième état enfin est celui des contrées où la lumiere s'est éteinte, & a fait place à de nouvelles ténébres; c'est le sort présent de l'Egypte, de la Grece, & de presque tout l'Orient; c'est ce qui est arrivé en Europe pendant ces siecles d'ignorance, de fer & de plomb, qui ont précedé la renaissance des Lettres. Il s'agit de juger sans prévention de ce qui a rendu les hommes meil-

meilleurs, ou plus mauvais, dans ces differentes Epoques rélatives aux Sciences, & de décider si leurs moeurs ont eu un rapport si immédiat & si constant à ces Epoques, qu'on ne puisse s'empêcher de les en faire dépendre.

1. D'abord dans le premier de ces états, dans celui de l'ignorance naturelle, je ne vois qu'une table rase, une pierre d'attente, je n'y apperçois, à proprement parler, ni vertu, ni vice. Les hommes y ont les penchans que la Nature leur a donnés, & les suivent d'une maniere qui laisse fort peu de difference entre eux & les animaux. Cette remarque est beaucoup plus importante qu'elle ne le paroit d'abord; & je me persuade d'en convaincre ceux qui feront attention à ce que j'ajoute pour la développer. On sçait sur la foi de Rélations autentiques, que les Nations sauvages différent considérablement entr'elles à l'egard du caractère. Il y en a de féroces & d'intraitables, qui n'ont point voulu s'apprivoiser avec les Européens, qui se sont réfugiées dans des lieux inaccessibles, ou qui, lorsqu'on les a comme domptées & enchaînées, ont donné des marques de perfidie & de cruauté, qui ont obligé, ou de les détruire entierement, ou de renoncer à tout commerce avec elles. D'autres au contraire ont témoigné une disposition beaucoup moins farouche, elles ont répondu aux avances de commerce qu'on leur a faites, elles ont montré une espece d'équité, de candeur, de modération, dont on a fait de grands éloges, tandisqu'on a qualifié les premieres de monstres, & que les noms d'Antropophages & de Cannibales réveillent une véritable horreur. Il s'agit de réduire tout cela à sa juste valeur; & nous le ferons en disant que ces Peuples ont entr'eux la même difference que vous trouvez entre les animaux, & que ce qui arrive en passant des uns chez les autres est équivalent à ce qui arriveroit en passant d'une campagne remplie de Chiens, ou de Lièvres, à une autre remplie de Loups, ou de Tigres. Ce n'est point dégrader l'humanité que de faire une semblable comparaison; ce Sauvage, Loup ou Chien dans son état actuel, demeure tou-

jours un homme, entant qu'il n'y auroit qu'à lui donner de l'éducation, & lui inſpirer des principes, pour le tirer de cet état; mais, ſi vous y prenez garde, le fonds du caractére demeureroit toujours. Les Anglois, les Italiens, les François, les Nations Septentrionales ſont des Tigres, des Renards, des Singes, des Ours, qui ont reçu les leçons humaniſantes, ſi je puis ainſi dire; mais le fonds, le naturel, eſt-il effacé? C'eſt le vrai cas de la Maxime: *Naturam expellas furcâ; tamen usque recurret.* Le premier état dont je viens de parler, n'a donc aucun rapport à la Queſtion débattuë. Il eſt inutile de dire d'une part; Voyez les vices qui régnent parmi ces peuples, parce que les Sciences y manquent; ou de l'autre: Voyez les Vertus qui y ſubſiſtent, parce que les Sciences ne les en ont point bannies; car on ſoutient ces deux Theſes oppoſées. Je les rejette l'une & l'autre, & je dis: Ne voyez rien, où il n'y a rien; ces Peuples n'ont ni vertus, ni vices; les idées leur manquent auſſi bien que les noms; & vous tombez ici dans la même incongruïté, que quand vous parlez de la chaſteté des Tourterelles, ou de l'hypocriſie des Chats.

2. L'Aurore ſe leve; le Soleil paroit; le flambeau des Sciences brille & répand ſon éclat. C'eſt le ſecond état du genre humain. Mais cela ſe fait-il avec la même rapidité qu'on le raconte? Ne faut-il pas des ſiècles entiers pour défricher les eſprits, qui réſiſtent bien plus longtems à la culture que les terres? On en peut juger par la maniere dont les Sciences ſe ſont propagées, & ſe propagent encore tous les jours vers le Nord? Et encore cette voye d'en juger n'eſt pas ſuffiſante. Car aujourdhui l'amas eſt tout fait, les Sciences ſont formées, les Nations peuvent, pour ainſi dire, ſe les livrer de la main à la main; il ne s'agit dans les contrées où l'ignorance & la barbarie avoient jusqu'alors régné que de dégroſſir les eſprits: & c'eſt l'ouvrage d'une ou deux générations, comme on a en eu un exemple des plus remarquables dans cet Empire qu'un ſeul homme a créé en l'éclairant. Mais ce n'eſt point ainſi que les Sciences ſont nées, & ſe ſont accruës. Pierre

le

le Grand en peu d'années de voyages a recueilli tout ce que les autres Siecles & les autres Nations avoient produit de plus précieux: il a enlevé, si je puis m'exprimer ainsi, tout un brasier de ce feu sacré, dont les étincelles étoient autrefois dispersées, & cachées sous la cendre. Qu'on se rappelle les voyages des anciens Philosophes, & les vérités qu'ils en rapportoient. Qu'on suive l'Histoire des découvertes depuis Thales jusqu'à Descartes, & qu'on voye où en étoit l'édifice des Sciences, commencé par le premier, lorsque le second ne vit de jour à bâtir qu'en détruisant tout, & en partant du doute universel, ou tout au plus du sentiment de sa pensée, d'où il inféroit son existence. Je réserve pour ma seconde Consideration générale l'examen intrinséque des Sciences, destiné à faire voir jusqu'où elles peuvent influër sur les moeurs; & pour le présent je m'en tiens à demander si ce petit levain de connoissances vagues, imparfaites, & ce qu'il faut bien remarquer, restreintes surtout dans ces anciens tems à un petit nombre d'adeptes, avoit une liaison sensible avec les actions morales des hommes.

Je sens néanmoins, qu'en combattant des sentimens que je fais envisager comme des extrémités, je dois éviter de tomber moi-même dans une autre. Les Sciences, & surtout les Arts qui marchent à leur suite, changent incontestablement la face d'un Etat, d'une Ville; & la changent même quelquefois au point de la rendre méconnoissable. Mais ce n'est pas tant en créant de nouvelles moeurs qu'en dévelopant, pour ainsi dire, celles qui étoient en germe, & qui n'attendoient que l'occasion de se manifester. Ulysse donna-t-il de nouvelles moeurs à Achille en étalant à ses yeux une armure complette & brillante? Point du tout. Ce jeune Guerrier s'enflamme à cette vuë, parce qu'il avoit un principe de valeur militaire, qui comme un feu secret vivoit & résidoit dans son coeur, mais qui n'avoit pû encore paroître, faute d'objet, ni s'accroître, faute d'aliment. Tous les hommes sont dans le même cas. Chacun a son penchant, son tempérament, son caractère inné; mais, si vous supposez qu'il ne soit jamais à portée de l'objet au-

quel ce penchant, ce tempérament, ce caractère, se rapportent, on ne s'en appercevra point; & la plus longue vie s'écoulera, sans que ce principe occulte se dévelope. La Maxime commune est fausse, ou du moins mal exprimée : *Les honneurs changent les moeurs.* Ils ne les changent point; ils les manifestent. Un Parvenu, qui a joüé les rôles les plus humilians & les plus rampans dans son état de bassesse, n'est fier & insolent depuis son élevation que parce qu'il a toujours été tel. Voilà précisément, si je ne me trompe, l'effet des Sciences & des Arts. Leur clarté nous découvre des objets, que nous ne connoissions point du tout, ou que nous ne connoissions pas sous certaines faces. Aussi-tôt nous sortons de cet état d'indifférence où l'on est nécessairement à l'égard des objets inconnus, pour nous porter vers ce qui nous plaît, & qui favorise des penchans, que nous croyons excités & produits, lorsqu'ils ne sont que dévelopés & déclarés. Je n'ai garde de contester aux connoissances humaines, ou du moins à quelques unes d'entr'elles, cet acte d'illumination, qui leur est propre. Mais ce n'est que très improprement qu'on peut appeller cet acte la cause des effets qui viennent à se manifester ensuite. Un homme en cherchoit un autre à tâtons dans l'obscurité pour le tuer; on apporte de la lumiere, il le tuë. Est-ce la lumiere qui est la cause efficiente de ce meurtre? De même nôtre coeur cherche à tâtons les objets qui lui conviennent; mais, s'il ne les découvre pas, ses efforts sont à pure perte, ou plutôt il ne sçait positivement à quoi ils tendent; il sent qu'il lui manque quelque chose, sans pouvoir l'indiquer. Les grands Génies & les grandes passions sont également étouffés dans les siecles d'ignorance, & dans les païs de barbarie. Il y a des Cesars & des Alexandres, des Newtons & des Leibnitz, des Catilinas & des Cromvels, chez les Hurons & chez les Iroquois; mais ils y sont en brut, & jamais il n'y aura dans les circonstances externes de raison suffisante de leur dévelopement. Ce ne seroit, comme nous le verrons dans la suite, qu'autant que les Sciences fournissent des régles de conduite, & des motifs à l'observation de ces régles, qu'elles influeroient sur les

moeurs

moeurs par une action immédiate; mais jusqu'ici nous n'appercevons en elles qu'une fonction purement indifférente. Le total des objets qu'elles nous font appercevoir est pareillement indifférent; on peut en faire un bon & un mauvais usage. Dieu n'a point créé d'êtres dont la connoissance nous porte invinciblement, ou même plus fortement, au mal qu'au bien. L'homme éclairé connoit mille objets, ou mille usages des objets, au lieu que l'homme ignorant n'en connoit que dix ou vint. Il y a toujours parité. C'est du coeur, de ce fonds naturel dont j'ai parlé, que dépend le reste. C'est ce coeur qui fera tourner en bien ou en mal ce surcroît de connoissances, qui d'elles-mêmes n'ont rien qui le détermine à l'un plutôt qu'à l'autre, en supposant que ces connoissances ne sont pas subordonnées aux Maximes d'une Morale saine, ou corrompuë. Et c'est ce qu'il faudra vérifier tout à l'heure.

Je passe auparavant au troisième état dont les hommes réunis en Etats & en Peuples sont susceptibles; c'est l'ignorance & la barbarie qui succédent aux Sciences. On pourroit tracer une espece de Carte de la route des Sciences sur nôtre Globe, qui seroit aussi bizarre & aussi variée que celle des voyages du Prince d'Ithaque. Au lieu que la position de la Terre à l'egard du Soleil demeure toujours la même, ou du moins n'a changé depuis 40 siecles que d'une maniere presque imperceptible, on a vû l'Esprit, le Goût, la Philosophie, passer successivement d'un point de la surface terrestre à l'autre; & après avoir commencé dans le voisinage de notre Tropique, s'avancer insensiblement au point de venir presque se confondre avec les Aurores Boréales. De bonne foi l'Histoire des moeurs est-elle liée avec ces révolutions, & n'est-ce pas par machine, par artifice, qu'on y crée des rapports qui sont presque tous d'imagination? Rien n'est plus propre à en convaincre que le succès presque égal de ceux qui ont soutenu l'affirmative & la négative. Ils ont trouvé dans les Fastes dequoi décrier les Sciences, aussi bien que dequoi les accréditer. Et pourquoi!

peut-être à distinguer une foule d'Avanturiers, qui se faufilent parmi les Naturels du païs, qui se donnent de grands airs dans un séjour où en bonne police ils ne devroient pas être admis, qui prétendent les premières places, & dans certains tems qui favorisent leur audace, les usurpent, & y exercent une tyrannie insupportable. Il n'y a assurément point d'Etat plus mal réglé que celui dont nous donnons ici la description ; tous les siecles ont vû le faux savoir éclipser le véritable, l'orgueil qui est le supplément de l'ignorance, opprimer la modestie inséparable des vrais talens : & si quelquefois un mérite rare, éminent, incontestable, se fait jour, & surmonte ces obstacles, ce phénomene est rare & de courte durée. Je demande donc à ceux qui ont entrepris d'établir que les Sciences étoient utiles aux Moeurs, ou qu'elles leur sont nuisibles, s'ils ont bien fait attention à ce qu'ils appelloient Sciences, & s'ils ont travaillé avant toutes choses à débrouiller le chaos auquel on est accoutumé de donner ce nom. Il ne me paroit pas qu'ils ayent pris des précautions suffisantes à cet égard ; & alors leurs raisonnemens ne sauroient sortir d'une généralité, qui les prive de toute leur force.

Les Sciences, si elles sont quelque chose, & s'il est possible de demêler ici l'ombre d'avec le corps, sont les théories qui contiennent des principes, dévelopés jusqu'à un certain point, desquels on tire une suite non interrompuë de conséquences, qui conduisent à un dernier but, ou terme, qui n'est pas le *non plus ultra* de la théorie, mais qui est le dernier effort auquel est actuellement parvenu l'esprit humain à son égard. De là vient l'accroissement possible, & effectif, des Sciences, ou théories. Un Savant prend la Science qu'il cultive, telle que l'ont laissée ses prédécesseurs; mais il fait valoir cet héritage, il l'améliore, il défriche des terres incultes, il aggrandit des bâtimens commencés, & laisse en finissant sa carrière à ceux qui viendront après lui l'avantage de profiter de ses travaux, & la tâche de les continuer. Si les Sciences avoient été traitées & cultivées de siecle en siecle de la

façon

façon que j'indique, il y a longtems qu'elles auroient atteint le degré de perfection, où nous les voyons de nos jours; & nous aurions probablement déjà anticipé sur plusieurs découvertes réservées à une postérité encore éloignée. Mais en vertu de l'anarchie & des désordres dont je parlois tout à l'heure, on a perdu un tems infini en plans chimériques, en châteaux en l'air: toute l'ancienne Philosophie des Grecs n'a été qu'un vain babil, un étalage de Principes arbitraires, d'où l'on vouloit dériver l'explication des choses qui y avoient le moins de rapport; tout le Régne de la Scolastique a été l'esclavage & l'opprobre de l'esprit humain; & depuis qu'on se pique tant de raison, d'évidence, de démonstration, on a peut-être poussé les choses jusqu'à déraisonner, c'est à dire, à vouloir tirer des forces de l'Entendement humain ce qu'elles ne sont pas capables de produire. Montrez-nous la véritable Science en la dégageant de dessous les Atomes, les Attractions, les qualités occultes tant anciennes que modernes, les hypotheses qui se succédent sans cesse les unes aux autres; épurez, affinez au creuset, donnez-nous l'or pur, & exempt de tout alliage. Cette opération n'a point encore été faite, & il y a lieu de douter qu'elle se fasse jamais. Les hommes parlent beaucoup de la Vérité; ils disent qu'ils l'aiment, & qu'ils n'aspirent qu'à la voir toute nuë; & cependant ils ne font guères autre chose que la farder, la déguiser, l'accoutrer, les uns, il est vrai, avec plus d'art que les autres: mais cet Art est toujours un voile qui couvre la Nature. A présent mettez les moeurs des hommes vis à vis de tout cela, & voyez s'il y a beaucoup de rapport entr'elles, & cette prodigieuse diversité de dogmes de toute espece, qui composent l'histoire des Sciences. Si vous conserviez quelque doute à cet égard, je vais entrer dans des détails propres, si je ne me trompe, à les dissiper.

Et d'abord quelle est la proportion entre le nombre de ceux qui portent le nom de Savans, (ici je mets libéralement dans cette Classe tous ceux qui veulent y entrer,) & le nombre de ceux qui restent

tent dans l'ignorance. Elle varie, cette proportion, je l'avoue, relativement aux tems & aux lieux. Autrefois, par exemple, à Lacedemone, à Thebes, il n'y avoit peut-être qu'une demi-douzaine de personnes qui eussent quelque teinture de ce qu'on appelloit alors Sciences, tandis qu'à Athenes tout le monde raisonnoit, jugeoit, décidoit, & que les Citoyens de cette Ville prétendoient former un Aréopage aussi respectable en ce genre, que l'étoit celui de leurs Magistrats en fait de justice. Rome n'a-t-elle pas été ensuite pendant bien longtems la seule Ville où les Muses eussent des Temples & des Autels; & quoique je ne dise pas cela dans un sens absolument exclusif, je puis le dire au moins dans un sens de prééminence très considérable. Aujourd'hui comparez l'Espagne, la Pologne, la Russie même, avec la France, l'Angleterre, & quelques Païs de l'Allemagne; combien y a-t-il de têtes scientifiquement pensantes dans ces premiers Royaumes, en comparaison de celles qui se trouvent dans les seconds? Je n'oserois fixer aucun tarif d'évaluation, mais personne ne me niera que la disproportion ne soit des plus considérables. Cela étant, je pose en fait qu'à l'égard des lieux où les Amateurs des Sciences sont si clairsemés, & si bornés eux-mêmes dans leurs connoissances, (car tel Docte du premier ordre dans un endroit, seroit à peine un Ecolier distingué dans un autre,) je pose en fait, dis-je, que ce petit nombre de Gens qui ont quelque supériorité sur le vulgaire, n'influënt en quoi que ce soit sur lui, & que le cercle étroit de lumière qu'ils ont tracé autour d'eux, est contigu aux ténébres les plus épaisses. J'en appelle à la preuve de fait, & je la crois assez connuë pour ne devoir pas y insister.

Mais, dira-t-on, il n'en sera pas au moins de même dans les régions où tout a l'air pensant, où l'on trouve, dans les grandes Villes au moins, un vintième, un quinzième, un dixiéme peut-être de personnes qui ont l'esprit cultivé, de la lecture, quelque genre d'étude, où chaque Science a un certain nombre de partisans, qui s'y appliquent, les uns par goût & par un principe d'émulation, les autres parce qu'ils

sont

ſont appellés à l'enſeigner, à la profeſſer, qu'ils appartiennent à des Corps, qui en ſont comme dépoſitaires, tels que les Univerſités, & les diverſes ſortes d'Académies. Ces gens-là aſſurément doivent donner le ton, on penſe d'après eux, on ſe fait une gloire de leur reſſembler en quelque choſe ; & en voilà aſſez pour caractèriſer les moeurs d'une Nation. Ceci eſt ſpécieux ; mais il ne laiſſe pas d'y avoir extrèmement à rabattre.

Ne demeurons plus dans la dénomination vague des Sciences; décompoſons la maſſe, prenons chaque Science en particulier, indiquons ſon objet & ſes occupations, & voyons ce qui peut en réſulter pour les moeurs. Il n'importe par laquelle je commence, Le Phyſicien, le Géometre, le Chymiſte, le Botaniſte, l'Aſtronome, l'Erudit, le Poëte même & l'Orateur, marchent ici d'un pas égal ; & j'ai la même choſe à en dire. Le Phyſicien s'attache à l'étude de la Nature, il en examine les différentes parties, il s'étudie à en découvrir les reſſorts, les cauſes cachées, les opérations ſecretes; il raſſemble ſes découvertes, & les employe à groſſir le Tréſor de celles qui ont déjà été faites. Renfermé dans l'exercice de cette fonction, (car ſi vous l'en faites ſortir, pour le transformer en un Prédicateur, ou en un Miſſionnaire, cela change le point de vuë & la queſtion,) renfermé, dis-je, dans ſa ſphère, quel principe de réformation ou de détérioration en réſultera-t-il pour ceux qui vivent à portée de le connoitre, d'être témoin de ſes occupations, & même d'en acquérir certaines notions ? Je ne vois pas la moindre influence de l'une de ces choſes ſur l'autre. Cela ſera encore plus vrai de Sciences plus abſtraites, & dont les recherches ſont moins à la portée de tout le monde. Que le plus grand Géometre prenne le vol plus élevé, qu'il atteigne à ce que ſon art a de plus ſublime; qu'un Chymiſte infatigable opère dans ſon Laboratoire les prodiges les plus ſurprenans; qu'un Botaniſte groſſiſſe le Catalogue des Plantes par centaines, & découvre dans leur ſtructure ce que perſonne n'y avoit encore vû ; que l'Aſtronome voyage dans les

Cieux, & y fasse, pour ainsi dire, des conquêtes; que l'Erudit débrouille les plus anciennes origines des Peuples, explique les usages les moins connus, porte le flambeau de la Critique dans les recoins les plus obscurs: je suis fort trompé si le Soldat, l'Artisan, l'homme non-lettré, de quelque condition qu'il soit, en apporteront le changement le plus leger à leur façon de vivre, & aux actions qu'ils sont appellés à commettre dans la vie ordinaire.

De toutes les preuves la plus forte & la plus abrégée que je puis en donner, je la tire des Savans eux-mêmes. Quel effet produisent sur eux les connoissances qu'ils ont acquises? Naturellement ils doivent en ressentir des effets immédiats & bien marqués. Ne craignez point que je veuille m'ouvrir ici un champ à la Satyre. Elle seroit très déplacée; &, quand je serois fondé à m'y livrer, je la déteste comme un fléau très pernicieux, qui ne corrige jamais, mais qui aigrit & envénime tout ce à quoi elle touche. Je demeure fidèle au principe qui doit être regardé comme fondamental dans ce Mémoire, c'est que les Sciences laissent les hommes tels qu'elles les trouvent; *& il me paroit* exactement vérifié par l'expériance. Qu'un homme naturellement vain, violent, malin, perfide, qu'un de ces Tigres, ou de ces Serpens, dont je parlois plus haut, étudie les Sciences, & qu'aidé de cette force d'imagination, de génie, de raisonnement, qui sont des *qualités* naturelles & indifférentes, il devienne un vrai Coryphée dans la Science qu'il professe, ses moeurs, son caractère moral & personel, seront ce qu'ils auroient été, indépendamment de ces connoissances; & s'ils paroissent avoir empiré, comme cela arrive ordinairement, c'est qu'il a plus d'armes, plus d'instrumens, plus de moyens, plus de secours pour ourdir ses trahisons, & faire éclater tous ses vices, qu'il n'en auroit eu, s'il fut demeuré dans l'ignorance & dans l'obscurité. *D'un* autre côté qu'un homme doux, intégre, généreux, humble, plein de droiture & de candeur, ait les mêmes avantages naturels, & fasse les mêmes progrés dans les Sciences, ce sera un grand homme à tous égards,

égards, & en qui les grands talens brilleront avec d'autant plus d'éclat qu'ils seront rehaussés par de grandes Vertus. Il en est de même des Savans subalternes; chacun d'eux n'amende, ni n'empire en étudiant: mais chacun d'eux trouve pareillement suivant l'etenduë de son savoir & le rang qu'il tient dans la Société, des occasions de se distinguer en bien & en mal, qui lui auroient manqué s'il avoit vêcu dans un état abject, dans une profession méchanique. Or ici, par une erreur perpétuelle, on attribuë à la Science ce qui vient de l'homme; & l'on exagégere avec aussi peu de fondement les Vertus qu'on en croit les fruits, que les Vices qui l'accompagnent. La chose n'est point telle qu'on se la représente: ces Vertus & ces Vices sont en semence dans le coeur comme dans un terroir; les Sciences sont le Soleil, la pluye, & les autres causes externes de la végétation, qui ne sauroient assurément changer l'espece de la semence; elle croit, elle sort de terre, elle arrive à maturité; & si ses fruits sont salutaires, ou venimeux, ce n'est encore une fois nullement par une action efficiente & formante de causes, qui ne sont qu'excitantes & dévelopantes. Aussi voit-on parmi les Savans précisément la même différence morale qu'entre les autres Classes d'hommes, modifiée seulement par le genre de vie qu'ils menent, & les récompenses auxquels ils prétendent. C'est à dire, que comme parmi les gens de guerre il y en a de bons & de mauvais, mais que généralement parlant leur profession les porte à un certain genre d'excès, ou d'actions irrégulieres; comme parmi les Negocians, il y a d'honnêtes gens, & des fripons, mais que généralement parlant l'esprit du négoce les rend intéressés, & les porte à certaines obliquités; & ainsi du reste: de même parmi les Savans il y en a qui sont dignes du plus grand respect, & d'autres du plus juste mépris, mais qu'aussi généralement parlant la vie de Cabinet, en les rendant sédentaires, & quelquefois atrabilaires, leur donne de l'humeur, de la hauteur, des caprices, & le genre de récompenses auquel ils aspirent, ce laurier, cette fumée, dont ils sont si avides, tourne leur esprit à la jalousie, à la malignité, aux manoeuvres par lesquelles ils cherchent à se déprimer les uns les autres,

en un mot à ces vices qui semblent les caractériser d'une façon particuliere, mais qui sont du même genre que les vices inhérens aux autres Professions. Je ne sai si je me fais illusion, mais il me semble que voilà une idée bien précise de ce que produit la Science sur le Savant même qui la possede: & si cela ne va point à changer le fonds même des moeurs, ai-je besoin de m'arrêter encore à prouver, qu'à beaucoup plus forte raison ne doit-on lui attribuër aucun effet moral sur ceux à qui elle est étrangère & inconnuë?

Mais quoi! N'y a-t-il donc rien dans toute l'etenduë des Sciences qui soit appliquable aux Moeurs, & dont elles puissent recevoir quelque avantage ou quelque détriment? Je n'ai garde de finir ce Mémoire, sans avoir répondu à une Question aussi judicieuse; & la réponse que j'ai à y faire, fournira même des ouvertures finales & décisives pour terminer pleinement la Controverse générale qui nous occupe. Je dis donc premièrement, que toutes les Sciences, ou peu s'en faut, ont en effet un côté moral, des usages de pratique, qui pourroient être pressés, inculqués, & employés au profit commun de la Société. Dans tous les sujets dont l'esprit humain cherche à pénétrer les profondeurs, il rencontre, tantôt des merveilles jusqu'alors cachées qui le conduisent droit au Souverain Etre, seul Auteur de toutes choses, tantôt des profondeurs encore inaccessibles, qui en le convainquant de ses propres bornes, doivent produire le même effet. Tout est subordonné aux fins de la Nature, aux vuës de la Providence; tout est propre à nous mettre devant les yeux les perfections de Dieu: & dès qu'on est parvenu jusque là, rien de plus aisé que d'en déduire les motifs qui doivent nous engager à régler nos actions d'une maniere conforme à l'idée que nous avons du premier Etre. Voilà peut-être, ou plutôt sans contredit, les plus magnifique avantage des Sciences; c'est de conduire à Dieu & à la Vertu: mais est-il ordinaire de les envisager de ce côté-là? Il y a, je l'avouë, quelques Ouvrages qui se rendent recommendables par cet endroit; mais ils sont

en

en trop petit nombre, pour qu'on puisse dire des Sciences en général qu'elles se lient avec les Moeurs, par l'application qu'on y en fait. Ainsi je répons d'abord à la Question que je m'étois proposée, qu'il y a réellement dans presque toutes les Sciences dequoi rendre les hommes meilleurs, s'il le vouloient; mais que c'est à quoi l'on pense le moins, soit en se déterminant à les cultiver, soit lorsqu'on y a fait les progrés même les plus considérables. Ceux qui en tirant ces salutaires usages, ne le font, suivant mon principe fondamental, que par ce qu'ils sont naturellement bons & vertueux. (*) C'est les cas des alimens, qui dans un corps bien constitué se transforment en liqueurs propres à la conservation, tandis que dans un corps cacochyme il s'en forme un mauvais chyle, & un sang chargé d'impuretés.

Ce n'est pas là pourtant encore tout ce que j'avois à dire à cet égard: au contraire l'essentiel me reste. Outre le côté moral des Sciences, j'en apperçois une distincte de toutes les autres, qui s'appelle MORALE, parce qu'elle a les moeurs pour objet, & qui par conséquent est faite pour les régler, en sorte que suivant la nature de ses directions, les moeurs seront bonnes ou mauvaises. Si donc la culture des Sciences ramene celle de la Morale, & que réciproquement la ruïne des Sciences entraîne celle de la Morale, il en résultera que les Sciences influënt sur les Moeurs, sinon par elles-mêmes & toutes ensemble, au moins parce qu'elles renferment dans leur cohorte, si je puis m'exprimer ainsi, la Science des Moeurs. Ce raisonnement seroit de la derniere justesse, s'il étoit aussi vrai qu'on le suppose, que dès que l'on se met à cultiver les Sciences, la Morale est du nombre, &

 tient

(*) Je trouve dans *Philippe de Comines* un mot qui prouve que ce judicieux Ecrivain avoit saisi l'idée qui régne dans tout ce Mémoire: *Un Prince*, dit-il, (Liv. V. vers le commencement du Chap. 18.) *un Prince, ou homme de quelque estat qu'il soit, ayant force & authorité là où il demeure, & par dessus les autres, s'il est bien lettré, & qu'il ait veu ou leu, cela l'amendera ou l'empirera*: ceux les mauvais empirent de beaucoup sçavoir, & les bons amendent.

à la pratique ? Où sont les Manuels à la portée de tout le Monde, dont on ait vû des effets frappans, ou dont on puisse s'en promettre pour la suite ? Il se trouve donc, pour mettre le comble à la démonstration que j'ai entreprise, que la Science des Moeurs elle-même a été & demeure parfaitement inutile aux moeurs, qu'elle rentre à cet égard dans la catégorie des autres, & que toutes ensemble n'ont jusqu'à présent contribué en rien à produire sur le Théatre du Monde ces changemens favorables ou sinistres qu'on ne cesse de leur attribuër. Les Arts sur lesquels j'ai moins insisté, sont compris également dans mon assertion ; & je n'aurois pas plus de peine, si on l'exigeoit, à démêler leurs effets naturels & propres, de ceux qu'il faut attribuer au caractère inné & essentiel des Nations où ils ont fleuri. Partout je me fais fort de retrouver non seulement l'homme, mais encore l'homme d'une telle espece, c'est à dire, doüé d'un tel caractère naturel, rélatif au climat & à d'autres causes physiques, & que les causes externes qu'on a coutume d'appeller morales, ne font tout au plus que modifier, & encore d'une maniere qui à des yeux clairvoyans & philosophiques, laisse toujours voir le fonds & le base de ces modifications. En un mot les Sciences & les Arts, quelque rang qu'elle tiennent chez une Nation, ne font à son egard que comme les couleurs à l'égard du corps ; elles ne changent que la surface, le corps reste ce qu'il étoit, bois, pierre, métal, ou telle autre matiere, dont toutes les couleurs successives n'altéreront jamais la substance.

EXAMEN

EXAMEN D'UNE QUESTION CONCERNANT LA LIBERTÉ.

PAR M. MERIAN.

S'il y a un Fatalisme grossier, qu'on reconnoit au premier abord, parce qu'il ne prend pas la peine de se déguiser; il y a aussi un Fatalisme subtil, qui se cache sous les dehors les plus spécieux, qui se pare des dépouilles de la Liberté, qui en usurpe le nom & les prérogatives : vrai Protée, qu'on ne découvre sous sa forme naturelle qu'après en avoir étudié, avec soin, les diverses transformations. C'est ce que j'ai essayé de faire dans deux Mémoires, (*) où je tâche de fixer la notion d'un Principe vraiment actif, qui pourroit nous rendre responsables de notre conduite.

Mais ce Principe, ainsi que je le détermine, ne seroit-il pas une simple limitation, ou le résultat d'une limitation; & par conséquent une imperfection essentielle à notre être, comme les limites le sont à une figure? La fatalité ne lui seroit-elle pas, & préférable de sa nature, & infiniment plus avantageuse à l'homme? Enfin un être illimité & tout-parfait ne seroit-il pas exclus, par là-même, de la classe des agens libres? C'est là une question sur laquelle on me permettra de dire mon sentiment.

Le libre arbitre résulte de la limitation; cela est bientôt dit: mais I.
je demande à ceux qui le disent qu'ils me fassent voir, par une analyse exacte,

(*) Histoire de l'Académie pour l'année 1750. p. 419 & 426.

exacte, comment ces deux notions tiennent ensemble : qu'ils me développent distinctement cette origine de la faculté soi-mouvante, en la faisant sortir, comme à vûe d'oeil, des bornes dont les êtres finis sont environnés.

Déjà, si l'on prend le terme de limitation dans toute l'étendue du sens qu'il peut recevoir, la proposition est insoutenable ; ou du moins tire-t-elle à des conséquences fort étranges. Non seulement il s'ensuivroit que tous les êtres limités sont des agens-libres ; ils seroient d'autant plus libres qu'ils seroient plus limités : les pierres & les métaux deviendroient de tous les êtres connus ceux qui jouïroient du plus haut degré de liberté.

Il importe donc de connoitre, de plus près, cette espece particuliere de limitation qui nous soustrait à l'empire de la nécessité : peut-être n'est-il question que de la limitation des Intelligences : la chose mérite d'être examinée.

Mais icy se présente d'abord une observation fâcheuse ; c'est que le manque de liberté est tout aussi compatible avec l'intelligence finie que ne l'est la jouïssance de cette faculté. Quand nous accorderions que tous les esprits finis fussent libres, il faudroit pourtant convenir qu'ils ne le sont ni toujours, ni en toutes leurs modifications. Ainsi tout n'est pas libre en eux, quoique tout y soit fini : leur liberté ne sauroit donc être une conséquence nécessaire de leur limitation.

On peut concevoir, en quelque façon, la production d'un esprit fini par la position des limites. Qu'on suppose une intelligence illimitée, qui, dans notre cas, ne sera point libre : qu'on ôte de l'idée de ses attributs l'idée de l'infini : on se formera ainsi, par une espece de création mentale, des intelligences bornées de diverses classes, selon qu'on en élargira ou resserrera les bornes. Mais comment conçoit-on que de cette opération puisse résulter un esprit fini, doué du *principe soi-déterminant*, rien de pareil n'étant supposé dans la substance infinie

finie, dont on l'aura, pour ainsi dire, retranché ? Je propose ce problême à des Philosophes profonds, qui le résoudront à coup sûr, s'il y en a une solution à espérer.

Ce qui m'empêche, en particulier, d'être de leur avis, c'est qu'après tout les limites ne sont que des négations, pendant que le libre arbitre est un principe positif, qui se manifeste par des effets réels. Seroit-ce donner une bonne raison de la production de ces effets que de les attribuer à un défaut dans leur cause ? Ce qui n'est pas, peut-il être l'origine de ce qui est ?

Cependant c'est là ce qu'ils sont obligés de soutenir : leur doctrine les engage à démontrer un raisonnement à peu près comme celuy-ci : Les propriétés des êtres finis sont toutes bornées ; donc ils en ont une que l'être infini n'a point : l'homme n'est pas Dieu : donc l'homme est libre : Mais où sont les idées moyennes qui lient ces deux propositions ?

Je ne pense pas qu'ils confondent les limites de la liberté avec la liberté elle même ; la méprise seroit trop palpable. La sphère de nôtre activité est fort étroite sans doute : nous ne sommes libres que jusqu'à un certain point ; mais de ce qu'un pouvoir est limité s'ensuit-il qu'il n'existe qu'en vertu de ses limites, ou qu'il ne soit lui-même qu'une limitation ? Ils savent trop bien qu'il s'ensuit tout le contraire, & que pour pouvoir être limité il faut être quelque chose.

Envisageons la question sous un autre point de vûe, & demandons si un être dont toutes les actions seroient déterminées par la nécessité surpasseroit, en perfection, un être, ou essentiellement libre, ou qui auroit reçû la liberté en présent, présent funeste, dit-on, vraye boëte de Pandore, source de tous nos crimes & de tous nos malheurs. II.

Un contraste remarquable régne icy entre les sentimens des Philosophes. Tandis que les uns refusent la liberté à l'homme, de peur de

le trop élever, & d'en faire comme un petit Dieu ; les autres croyent le dégrader beaucoup en la lui accordant. Tenons, s'il est possible, un juste milieu, & tâchons de nous représenter notre condition telle qu'elle est, c'est à dire, ni trop brillante, ni trop abjecte.

A' ne comparer, comme on devroit le faire, que la nature d'agent libre à celle d'automate, je ne crois pas qu'on pût trouver cette discussion fort embarrassante. Les causes agissantes par elles-mêmes, entant que causes, sont d'un ordre si visiblement supérieur aux agens nécessaires & aux causes mécaniques, (je n'excepte point le mécanisme spirituel le plus raffiné,) que cette seule considération suffiroit pour décider. Ces dernieres causes produisent toujours leurs effets déterminés, & n'en sauroient produire d'autres, parce qu'elles obéissent à un principe externe ; au lieu qu'il est essentiel aux premières de pouvoir prendre un parti de leur chef & d'être maitresses de leurs actions. Or, entre les idées d'indépendance & de dépendance, entre agir & pâtir, entre mouvoir & être mû, la différence est trop marquée pour pouvoir être méconnue.

C'est donc ne pas saisir le vrai point de la controverse que de demander, par exemple, si une montre qui va bien, n'est point préférable à un homme qui se conduit mal : assurément qu'elle est plus parfaite dans son genre ; mais ce n'est pas à dire que le genre des machines, ou des automates, soit préférable à celui des agens libres.

Il ne faut que quelques réfléxions très simples pour faire sentir l'incongruité du principe dont on se sert icy pour apprécier la perfection.

Si la liberté étoit un défaut, parce qu'on peut se déterminer au mal ; elle seroit un avantage, parce qu'on peut se déterminer au bien ; elle seroit donc perfection & imperfection tout à la fois.

Si tout ce qui peut contribuer au désordre physique ou moral, étoit imperfection ; toutes les facultés de notre corps, toutes celles de

notre

notre ame devroient être rangées dans cette classe, tout aussi bien que la liberté ; vû qu'il n'y en a aucune qui ne puisse devenir l'instrument du crime ou de la douleur : ces facultés tant célébrées qui nous distinguent de la brute seroient celles précisément qui rendroient notre nature le plus défectueuse : & les êtres inanimés seroient le chef-d'oeuvre du Créateur.

Mais la vérité est que la substance libre ne peut faire le mal que parce que sans cela elle ne pourroit pas faire le bien, & qu'à proprement parler elle ne pourroit rien faire. C'est donc donner une définition bien étrange de la liberté que de la nommer *le pouvoir de faire le mal ;* c'est comme si on définissoit la vûe la faculté de loucher, ou la parole la faculté de mentir.

Mais supposons encore que des choses aussi héterogenes puissent être comparées ; comment s'y prend-on, pour l'ordinaire, en pesant les avantages de la fatalité contre ceux du libre arbitre ? On se forge, à plaisir, une machine pensante, comblée de perfection & de bonheur ; & puis on oppose à cet être romanesque un agent libre, rempli de vices & de déréglemens : c'est sur une supposition aussi précaire que celle-ci qu'on décerne les honneurs du triomphe à la fatalité.

Rendons au moins la fiction égale des deux côtés ; & faisons paroître la liberté & la nécessité, chacune dans son plus grand éclat. Je me figure un homme déterminé fatalement à une suite non-interrompue de bonnes actions : je m'en figure un autre qui tient librement la même conduite : auquel des deux ajugera-t-on la palme ? ou plutôt peut-on douter un instant qui des deux la mérite ? Les actions du premier sont susceptibles, tout au plus, d'une beauté physique : ce sera, si vous voulez, une piece curieuse, mais où il n'y a pas plus de vraye vertu que dans une pendule de Graham ; au lieu que les actions du second, outre ce parfait physique, auquel la liberté ne déroge en rien, brillent d'une perfection morale, perfection au dessus de laquel-

le il n'y en a point à imaginer. Un univers rempli de merveilles ne vaut pas un être qui se détermine librement au bien.

Si nous réflechissons en suite sur le fruit de nos oeuvres ; sans doute que le plaisir le plus doux, le plus pur, & le plus noble qu'on puisse recueillir d'une conduite irréprochable, c'est cette satisfaction interne qui nait d'une bonne conscience, c'est à dire, d'une conscience qui atteste que nous nous sommes acquittés librement de nos devoirs. Or c'est là un sentiment que l'honnête-homme machinal ne sauroit éprouver ; à moins que le même destin propice dont il est le bienheureux instrument, ne lui persuade fatalement qu'il a agi par lui même : Et le besoin de cette illusion emporte déjà la balance en faveur de la liberté.

On peut observer, à cette occasion, que si en effet nous ne sommes pas libres, & si le franc-arbitre n'est qu'une belle chimère, c'en est au moins une dont nous nous berçons très volontiers autant de fois que nous y trouvons notre compte ; & qu'à cet égard nous sommes servis, à souhait, par la destinée. Tant que nous croyons *bien faire*, & que le vent de la prospérité enfle nos voiles ; nous ne nous avisons guères de faire honneur de notre conduite à la fatalité : nous nous enorgueillissons du succès de nos entreprises, comme si la gloire nous en appartenoit en propre : entrainés par le courant du destin nous tenons fierement le gouvernail, & nous nous applaudissons de nos belles manoeuvres. Ce n'est que lorsque nous aurions mal manoeuvré, & que la barque va périr, ce n'est qu'alors, dis-je, que nous nous souvenons de la fatalité pour la charger de notre infortune & de nos malédictions. Dès lors ce n'est pas le héros *qui a fait la faute ; c'est Jupiter, c'est la Parque, c'est la Furie qui marche dans les ténebres.* (*)

Dès-

(*) - - - - ἐγώ δ'ὄυκ ἄιτιός ἐιμι,
Ἀλλὰ Ζεὺς, καὶ Μοῖρα, καὶ ἠεροφοῖτις Ἐρινυὺς.
Homerus, Iliados Rh. XIX.

Dès que la Liberté est reconnue pour une faculté réelle & pour une perfection, il n'est plus permis de la refuser à Dieu; elle lui appartiendra, au contraire, dans le degré le plus indépendant & le plus sublime de tous; soit qu'on l'envisage simplement comme l'être tout-parfait, l'être par excellence; soit qu'on révere en lui la cause premiere de notre existence & de nos réalités, le créateur & le modérateur de l'univers. III.

L'idée de la Divinité est trop grande, si j'ose ainsi m'exprimer, pour la petitesse de notre entendement. Le seul moyen de nous en tracer un foible crayon, c'est de concevoir d'abord un esprit fini le plus parfait possible, & d'écarter en suite la notion des limites. De cette façon nous voyons, d'un côté, toutes les propriétés de cet esprit fini s'exalter & s'élever a leur plus grande perfection, & de l'autre nous voyons disparoitre tous les défauts qui provenoient de sa limitation. Si donc le principe actif étoit de ce dernier nombre; notre opération devroit le laisser en arriere & l'anéantir avec les limites; mais il n'y a aucune raison de l'affirmer: il est visible, au contraire, que ce principe doit prendre une réalité infinie, & devenir toute puissance de puissance bornée qu'il étoit. Son élévation ne peut pas non plus lui faire changer de nature; & personne n'oseroit soutenir qu'une liberté infinie, la plus grande de toutes, fût la même chose qu'une nécessité absolue, la plus grande des nécessités.

Cette liberté divine se manifeste encore avec plus d'évidence, lorsqu'on considére l'être suprême comme auteur de toutes choses. Dès lors on ne peut la révoquer en doute sans violer les loix les plus simples du raisonnement, sans poser des effets plus grands que leur cause, sans tomber dans l'inconvénient d'admettre une liberté finie qui fût la production fatale d'une infinie nécessité.

Nous avons vû les prérogatives de l'exercice libre de la vertu en nous en tenant à l'homme; mais toutes les réfléxions que nous avons

faites

faites à ce sujet peuvent également être appliquées à la Divinité. Le manque de liberté la priveroit également de la perfection & de la félicité morale, tandis que les intelligences finies pourroient jouir d'une perfection & d'une félicité aussi transcendantes; ce qui certainement ne formeroit pas un Systême des plus liés.

Je pourrois insister sur d'autres inconséquences de la même nature, comme par exemple sur le contraste que produiroit une infinie nécessité en se réglant fatalement sur les déterminations variables de notre libre arbitre. Un Dieu de cette espece, soit dit sans blesser le respect que ce nom inspire, ne ressembleroit il pas à une machine immense, que nous remuerions à notre gré, & dont notre fantaisie détermineroit & varieroit à chaque instant les mouvemens? En un mot, quelle vénération mériteroit un être qui ne nous auroit produits que parcequ'il ne pouvoit pas se passer de notre existence? & qui ne disposeroit de nous, soit en bien soit en mal, que parcequ'il n'en peut pas disposer autrement?

Cecy me conduit à justifier une these que j'ai avancée *d'après un* des plus grands esprits de l'Angleterre: j'ai dit que nous ne devrions pas à un tel Dieu plus de remercimens pour sa bonté que nous ne lui en devrions pour son éternité, parce qu'il seroit aussi nécessairement bon que nécessairement éternel, & que la reconnoissance ne peut avoir pour objet qu'un bienfait librement accordé. Dans le Systême que je combats cela seroit d'autant plus vrai que le moindre retour de la créature libre seroit d'un prix infiniment supérieur aux bienfaits d'une fatale création & d'une fatale providence.

On me dit icy que remercier Dieu n'est autre chose que l'aimer, & que nous devons de l'amour à quiconque nous fait du bien; puisqu'à cet égard il est impossible de demeurer dans l'indifférence. Je prendrai la liberté de faire voir que ce n'est pas s'exprimer avec trop de justesse que de s'exprimer ainsi, & qu'on n'a pas bien compris le sens des paroles du Docteur Clarke.

D'abord

D'abord, n'eſt il pas viſible qu'on confond l'amour en général avec la reconnoiſſance ? On peut aimer une perſonne à qui l'on n'a aucune obligation, il ne faut que des qualités aimables pour exciter de l'amour ; mais le ſentiment de la reconnoiſſance ne peut être produit que par une généroſité librement exercée ; il n'eſt donc que cette eſpece particuliere d'amour, & tout autre ſentiment n'eſt pas de la reconnoiſſance. En effet, que puis-je reconnoitre dans une ſubſtance qui ne me fait du bien que parce que la néceſſité de ſa nature l'y porte inévitablement ? Me lui ſentirai-je plus redevable qu'au feu qui m'échauffe ou à l'air qui me rafraichit ? Il eſt naturel de ſe plaire à toutes les ſenſations agréables ; mais tant qu'elles ne ſont point diſpenſées librement, elles ne peuvent devenir la ſource d'aucune obligation morale.

Et c'eſt icy qu'on tombe dans une ſeconde méprise en confondant un ſentiment avec un devoir. Ce n'eſt pas aſſurément par devoir que nous aimons ; & il ne dépend point de notre libre arbitre d'aimer ou de n'aimer pas. Or, dans le paſſage de M. *Clarke*, il s'agit d'un hommage libre, que l'on doit au ſuprême bienfaiteur ; & cet hommage c'eſt la reconnoiſſance, non plus conſidérée comme ſentiment, mais la reconnoiſſance active, que nous nommons remerciment, de quelque façon qu'il s'exprime.

Remercier Dieu n'eſt donc pas ſimplement l'aimer ; peut-être eut on mieux parlé en diſant que c'eſt l'imiter, que c'eſt ſe conformer aux regles éternelles du juſte : c'eſt là, en effet, à quoi la reconnoiſſance nous oblige, à quoi elle nous engage comme un puiſſant motif ; mais à quoi elle ne nous contraint pas. Et c'eſt à cet exercice libre de notre devoir envers Dieu que j'ai dit que nous ne ſommes obligés qu'autant qu'il nous accorde des graces qu'il pouvoit nous refuſer, ou qu'autant qu'il nous en accorde librement. J'aurois pû ajouter

que c'eſt là l'unique fondement ſur lequel on puiſſe établir une religion & un culte raiſonable de la divinité.

Il faut rendre juſtice aux intentions de ceux qui ſe plaiſent à croire un Dieu qui n'eſt pas libre : ils ſe figurent un ſort plus gracieux, un état plus fixe ſous l'empire du deſtin qu'ils ne penſeroient ſe le pouvoir promettre en plaçant la liberté ſur le trône de l'univers. A' bien examiner la choſe, cela ne vient-il pas de ce qu'ils ſuppoſent d'avance que c'eſt une fatalité heureuſe, qui amenera toutes choſes à bien, & nous rendra tous, tant que nous ſommes, fortunés & contens ?

Mais pourquoi, s'il ne s'agit que de ſuppoſer, ne ſuppoſerions-nous pas les mêmes deſſeins à une providence libre ? Et s'il s'agit d'eſpérer avec vraiſemblance ; cette eſpérance flatteuſe me paroit infiniment plus fondée ſous le gouvernement d'un eſprit tout-puiſſant & parfaitement ſage, inſpecteur & juge éclairé de nos actions, dont il eſt ſeul capable d'apprécier la moralité, qui en fait la vraie valeur. Il me ſemblequ'un honnête homme ſe trouveroit plus à ſon aiſe ſous cette domination que ſous le deſpotisme d'une ſouveraine fatalité, qui régleroit toutes choſes ſans pouvoir ſe régler elle-même. (*)

Si l'on veut regarder comme incertain le ſort qu'un Dieu libre nous prépare dans l'avenir ; fait-on mieux quelle ſera l'iſſue du labyrinthe où la fatalité nous promene ? Quelle certitude de plus y a-t-il qu'elle veuille fatalement notre bonheur, & que nos noms ſoient écrits en lettres d'or dans le livre des deſtinées ? Si nous voulions tirer cette agréable conſéquence des biens répandus ſur le globe terreſtre ; il ſeroit à craindre que d'autres ne trouvaſſent une preuve du contraire dans les maux qui y ſont peut-être en plus grand nombre.

Vous

(*) - - - - *Qui mundum cogere quicquid*
Cogitur ipſe, poteſt.
Luc. Ph. L. VI.

Vous me dites, à la vérité, que ce ſont des maux de paſſage, qui ſe redreſſeront : & au milieu de vos miſeres vous vous écriez, comme autrefois la Corneille du Capitole, que *tout ſera bien* (*). Je le ſouhaite de tout mon coeur ; mais qu'en ſavez-vous ? Si vous êtes malheureux aujourdhui ; quelle contradiction y a-t-il que vous le ſoyez dans mille ans d'icy ? Et ſi vous êtes ſatisfait de votre état préſent ; cet état ne durera pas toujours ; & l'expérience vous apprend qu'il peut empirer auſſi bien que devenir meilleur. Et ſi c'étoit le rebours de ce que vous dites ? Si les plaiſirs frivoles dont nous jouiſſons n'étoient qu'une libéralité cruelle de notre inexorable deſtinée pour nous accabler d'autant plus par leur privation imprévûe que nous y aurions attaché nos coeurs ! Si ſous ce parterre fleuri où nous nous amuſons comme de vrais enfans ; ſi ſous les pas de ce grand génie qui démontre, avec beaucoup d'importance, le Syſtême du bonheur, ſe creuſoit déjà l'abyme qui doit nous engloutir à jamais, nous, le docteur & la doctrine !

On peut déclamer éternellement ſur ce ſujet & avec un avantage à peu près égal des deux côtés ; mais ce qu'il y a de ſûr c'eſt qu'un Dieu libre conſerve au moins le pouvoir de nous rendre heureux ; au lieu que la fatalité peut nous perdre ſans retour, & ſans nous laiſſer même la triſte conſolation de former de juſtes plaintes.

Je prévois qu'on m'arrêtera icy pour me dire qu'après tout un Dieu parfaitement libre peut faire le contraire de ce qu'il ſait être le meilleur ; & que par conſéquent rien ne nous garantit que ſon choix ſoit toujours conforme à la raiſon.

(*) *Nuper Tarpejo quæ ſedit culmine cornix,*
Eſt bene, *non potuit dicere, dixit :* erit.
Sueton. in Domit. c. 23.

Il eſt très ſûr que ſi Dieu eſt libre il a le pouvoir phyſique de choiſir le pire ; & il n'y a point de démonſtration à la rigueur qu'il ne le faſſe jamais ; parce que démontrer une choſe à la rigueur c'eſt prouver l'impoſſibilité abſolue de ſon contraire. Cependant tous les bons eſprits conviennent qu'il y a des certitudes morales, équivalentes à de pareilles démonſtrations par rapport à l'effet qu'elles produiſent ſur l'eſprit humain, & ſur lesquelles nous nous réglons, tous les jours, ſans la moindre défiance. Or la plus forte certitude qu'il ſoit poſſible d'imaginer dans ce genre, eſt ſans doute celle qui nous aſſure qu'un être infiniment ſage ne ceſſera point de ſe montrer, dans ſes actions, infiniment juſte & infiniment bon. Si un honnête homme vît en aſſurance ſous le regne d'un monarque éclairé, quelque libre, quelque puiſſant qu'il ſoit ; & même d'autant plus en aſſurance que ſon ſouverain eſt plus éclairé & plus agiſſant par lui-même ; un bon citoyen du monde ſe repoſe, avec infiniment plus de raiſon, ſur une providence dont la ſageſſe & le pouvoir n'ont point de bornes.

Il y a des philoſophes qui prétendent qu'un être ſouverainement libre ne pourroit ſuivre aucun plan fixe dans ſes opérations ; & qu'il devroit agir quelquefois contre la raiſon pour faire parade de ſa liberté ; ceci, je l'avoue, me paroit une grande erreur. Quoi donc ! Parce qu'on a le pouvoir de faire toujours le bien ; on ſera néceſſité de faire quelquefois le mal ? Et ſi l'être ſuprême ne releve de perſonne ; ſi ſa liberté eſt abſolue ; par quoi ſera-t-il néceſſité ? Un homme de bien, à ce compte, ne pourroit paſſer

pour

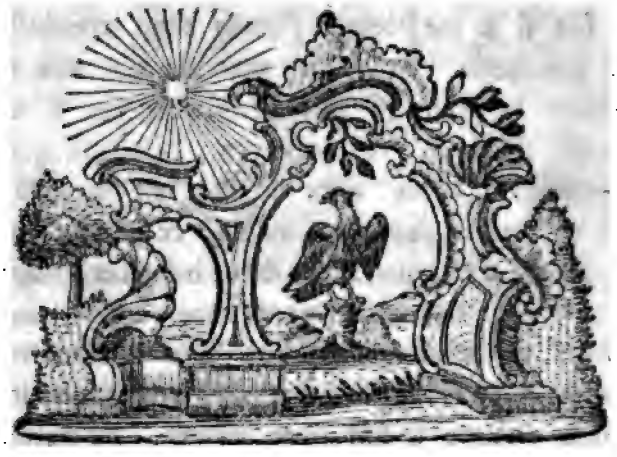
pour libre ; à moins qu'il ne fit, de tems en tems, des écarts ! tout comme si l'on agissoit moins librement en faisant toujours son devoir qu'en y manquant ! Certainement, si les conduites bizarres & déraisonnables sont les patentes de la liberté ; je ne conçois pas qu'on ait jamais pû mettre en question, si nous sommes libres.

Mais on cherche le caractere de la liberté dans la variation de notre conduite ; & l'on soutient que si, le même cas revenant, par exemple, un millier de fois, nous nous conduisions toujours de la même façon, on pourroit conclure, en toute sûreté, que nous ne sommes pas libres.

Je ne sais si je me trompe ; mais cette conclusion me paroitroit fort précipitée. Le même pouvoir qui m'a mis en état d'agir librement la premiere fois subsiste encore à la millième ; & ma liberté s'éclipse, au contraire, dès que quelque chose peut le troubler. Plus cette liberté est grande, plus je suis capable de former des plans vastes, & de les exécuter avec régularité : Et ce n'est que d'un être infiniment sage & infiniment libre tout à la fois qu'on peut attendre une conduite infiniment uniforme & infiniment parfaite dans son uniformité. Les loix constantes selon lesquelles cet être gouverneroit le monde, loin de donner atteinte à son libre arbitre, ne feroient que le manifester & le confirmer, en montrant que rien n'en peut déranger l'exercice dans l'exécution du plan qu'il a préféré.

En un mot, choisir le meilleur n'est que faire un bon usage du pouvoir de choisir : si donc Dieu choisit toujours le meil-

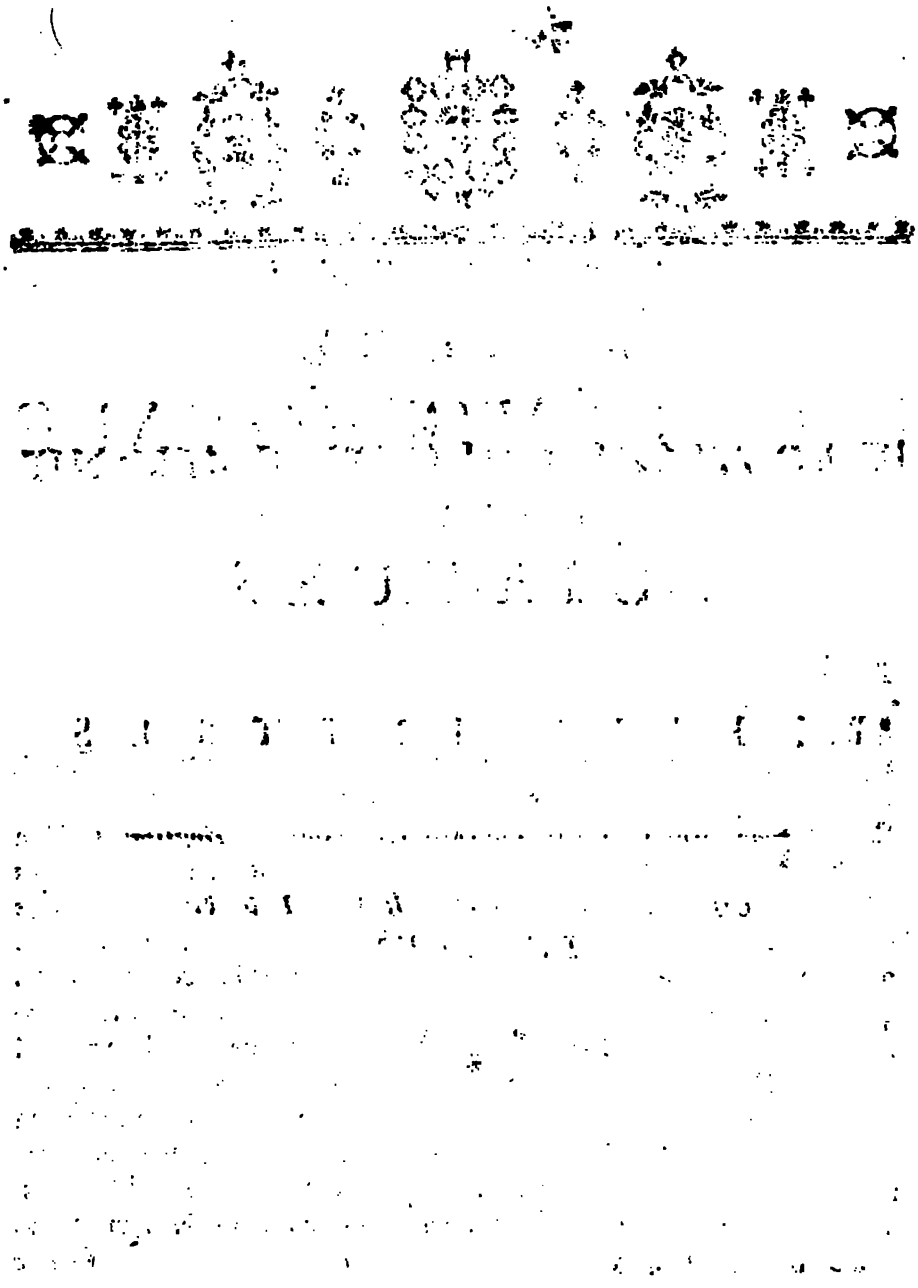
leur, c'eſt qu'il fait un bon uſage de ſa liberté; & je ne vois pas qu'on en puiſſe rien conclure davantage. Au reſte je ſuppoſe icy que les partis propoſés different en degré de bonté; & je ne prétends pas nier la poſſibilité du choix dans le cas de l'indifférence. Si l'on pouvoit prouver l'exiſtence de ce cas; on en tireroit une démonſtration ſans réplique de la liberté divine & humaine. Mais je ne touche point icy aux preuves de la réalité ou de la non-réalité du libre arbitre: & je me renferme dans les bornes de la queſtion propoſée.

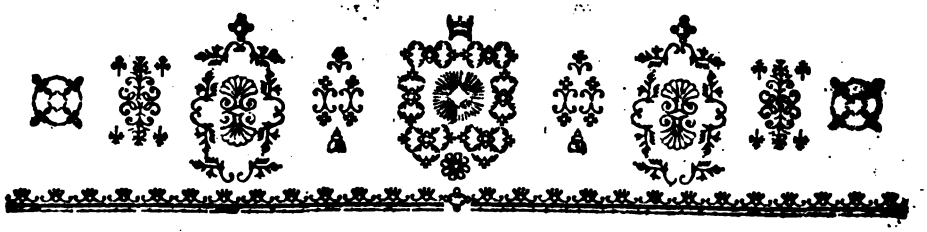


MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES-LETTRES.

CLASSE DE BELLES-LETTRES.

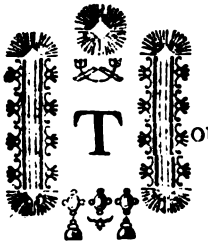
* * *





ABREGE'
DE LA VIE
DE *BOGISLAS* X. DUC DE POMERANIE, SURNOMME' LE GRAND,

PAR M. PELLOUTIER.



Tous les Princes à qui on a donné le nom de Grand, ne l'ont pas mérité à si bon titre, que ceux qui ont fondé, ou rétabli cette Académie. *Bogislas* X. Duc de Poméranie, est ordinairement désigné par les Historiens, sous le nom de *Bogislas le Grand.* Peut-être qu'un juge équitable se contenteroit tout au plus, de le mettre au rang des Princes médiocres. Ce n'est pas que ce Prince n'eut de belles & de grandes qualités ; mais soit par un défaut d'éducation, soit à cause de la barbarie de son Siècle, dans lequel les grands Seigneurs ne s'étudioient qu'à dresser un Cheval, à pousser un Cerf, à manier une lance, les avantages qu'il avoit reçus de la nature, ressembloient véritablement à un Diamant brut. Il faut être connoisseur, pour le distinguer d'une pierre commune, & encore plus pour en déterminer le prix. Mon dessein n'est point du tout, de donner ici un abregé suivi de la vie de ce

Prince. Ce détail n'auroit rien d'intéressant. Mais comme le caractère de *Bogislas* X. avoit quelque chose de singulier, & que l'Histoire de sa vie est pleine d'événemens extraordinaires, entre lesquels il y en a qui semblent presque tenir du Roman, j'ay crû faire plaisir au Public, de lui en donner une idée générale.

Bogislas étoit né à *Stolpe*, le (a) 28 de May 1454. (*) Il étoit fils d'*Eric* II. Duc de *Volgast*, & de *Sophie*, qui étoit une Princesse de la même Maison, mais d'une autre branche. Pour bien entendre ce qui doit suivre, il est à propos de remarquer ici, que la Maison des Ducs de Poméranie, étoit alors partagée en trois différentes branches (**). La premiere avoit deux Princes, savoir *Eric* II. Pére de notre *Bogislas*, & *Wratislaf* X. frere d'*Eric* II. Celui-ci portoit le nom de Duc de *Volgast*, parce qu'il y résidoit. *Wratislaf* X. avoit pour son partage, le païs de *Barth*, & l'Isle de *Rügen*, de sorte que ces deux Princes possédoient ensemble, ce que nous appellons aujourdhui *la Poméranie Suedoise*.

La seconde branche de cette Maison, étoit maitresse de la Poméranie ultérieure, & résidoit ordinairement à *Rugenwalde*, ou à *Stolpe*. Elle s'éteignit en 1459. par la mort d'*Eric* I. Duc de Poméranie, qui après avoir abdiqué les Couronnes du Nord, étoit venu finir ses jours (***), dans ses païs héréditaires, où il mourut en 1459. agé de 73 ans. Il étoit petit-neveu de la célébre Reine *Marguerite*, que l'on appelloit la *Semiramis* du Nord, & qui le déclara non seulement son héritier, mais encore son Successeur, avec le consentement des Etats. Comme cet *Eric* I. n'avoit point d'enfans, des raisons de famille le déterminerent à

(a) *Klemzau*, pag. 60. & *Kanzau*, Liv. II. pag. 204. disent le 29. de May 1454.

(*) *Nicol. Klemzovii*, Chronicon Pomeraniæ, Mſ. Biblioth. Regiæ sub N. 33. *Thoma Kanzovii*, Chron. Pom. Mſ. Bibl. Reg. sub N. 28.

(**) *Joh. Micrælii*, *Altes Pommer-Land*. *Stettin und Leipzig*. 1723. p. 267.

(***) *Micrælius*, Lib. III. p. 259. 264. 267.

à marier la seule (b) Princesse qui restât de sa branche, à *Eric* II. Duc de *Volgast*, qui devoit être un de ses héritiers ; & en considération de ce mariage, il légua à la Princesse *Sophie*, ses meubles, sa vaisselle, ses joyaux, son argent comptant, & en général tout le trésor qu'il avoit apporté de Suede, & de Danemarc. Ce trésor étoit extrêmement considérable, & contenoit entre autres pieces de grand prix, un denier d'or, que *Philippe*, Infante de Portugal, avoit apporté pour Dot au Roi *Eric*. C'étoit un lingot d'or, marqué aux armes de Portugal, qui valoit cent mille florins d'or. (c)

Enfin la troisième branche étoit celle de *Stettin*. Elle s'éteignit en 1464. dans la personne d'*Otton* III. (d) qui fut emporté à l'age de 22 ans, par la peste qui ravageoit alors la Ville de *Stettin*. Après sa mort les Ducs de *Wolgast*, & de *Barth* voulurent s'emparer de la Duché de *Stettin*. Mais ils eurent à soutenir de violentes oppositions de la part de *Frederic* II. Electeur de Brandebourg, qui prétendoit que la Duché de *Stettin* lui étoit dévoluë, soit en sa qualité de Seigneur direct, * soit en vertu de l'expectative, que les Empereurs avoient accordée depuis longtems aux Electeurs de Brandebourg sur toute la Poméranie. Les Ducs *Eric* II. & *Wratislaf* X. soutenoient au contraire que la Poméranie étoit un fief immédiat de l'Empire ; & quoiqu'ils ne contestassent pas à l'Electeur son

* *Micrel.* L. III. 221.

(b) Cette Princesse qui s'appelloit *Sophie*, étoit fille de *Bogislas* IX. mort en 1440. un an après le retour d'*Eric*, son Cousin Germain, qui abdiqua les Couronnes du Nord en 1439. *Micrælius*, III. 160. *Frideborn*, Chronic. Stettin p. 100.

(c) On trouve dans *Schumacher*, & dans *Micrælius*, l'Inventaire de ce trésor. Il renfermoit avec le Denier d'or, un Jesus d'or d'Arabie, de la grandeur d'un jeune homme de quinze ans ; les douze Apôtres d'argent fin, de la grandeur d'un garçon de douze ans ; un Monoceros tout entier ; un Tabernacle de pur or, pour le St. Sacrement ; une Oye de pur or ; & outre cela beaucoup de joyaux & de vaisselle. *Micrel. Liv. III. p. 165. Andr. Schumacher, Extrait des Cronicques Venedes, autant qu'elles concernent la Poméranie.* MS. *Biblioth. Regia ad calcem* Klemzovii sub No. 72 Germanicæ.

(d) *Micrel.* Lib. III. p. 219. 244. 288. 287. *Kantzov.* Lib. II. p. 315.

son expectative, ils prétendoient cependant, qu'elle ne pouvoit avoir lieu, qu'après l'extinction totale de la maison des Ducs de Poméranie, qui subsistoit encore dans une de ses branches. Plusieurs Princes s'étant employés inutilement pour accommoder le différent, ces consultations furent enfin suivies d'une guerre ouverte, qui dura depuis 1468. jusqu'en 1472 (*). Elle fut véritablement fâcheuse pour *Eric* II. parce que son ennemi lui étoit infiniment supérieur, & que manquant lui-même d'argent & de troupes, il étoit réduit le plus souvent à s'enfermer dans quelque place forte, d'où il ne sortoit que pour harceler son ennemi, sans oser en venir à une action décisive. La maladie & la mort de l'Electeur *Frederic* II. procurerent quelque relache à *Eric*, & lui donnerent le tems de remettre un peu ses affaires. Comme le nouvel Electeur *Albert*, surnommé l'*Achille*, qui succéda à son frere, étoit occupé ailleurs, il se prêta facilement à un accommodement, dont *Henri*, Duc de Meklenbourg, se rendit le Médiateur. Le Traité qui fut conclu & signé à *Prentzlau* (**) en 1472. le 3 Juin, portoit 1°. qu'*Eric* reconnoitroit, & confirmeroit l'expectative que la Maison de Brandebourg avoit sur la Poméranie, 2°. qu'il recevroit des mains de l'Electeur l'investiture de la Duché de *Stettin*: ce qui fut executé, & la Cérémonie s'en fit d'une maniere fort simple, l'Electeur s'étant contenté de frapper dans la main du Duc, en lui disant; *Je vous investis de vos Etats.* A l'égard de *Wratislaf* X. frere d'*Eric*, il ne fut point compris, ni seulement nommé dans le Traité, auquel il refusa absolument d'acquiescer.

Il paroit par ce détail que la branche de *Wolgast* hérita des deux autres; & bientôt il ne resta de cette derniere branche, que le seul *Bogislas* X. dont j'écris l'Histoire; de sorte qu'à cet égard il fut effectivement plus grand qu'aucun de ses Prédecesseurs, parce qu'il réunit sous sa Domination toutes les terres, qui avoient été partagées jusqu'alors entre plusieurs Princes.

La

(*) *Kanzov.* L. III. p. 10. *Schumacher*, p. 428.
(**) *Klemzov*, p. 123. *Kanzov.* Lib. III. p. 22. *Micrel.* Lib. p. 294.

La riche Succession qui étoit échuë en 1459. à la Duchesse *Sophie*, Mere de *Bogislas*, rendit cette Princesse extremement fiere, & si j'ose le dire, véritablement arrogante. Elle reprochoit tous les jours à son Mari, qu'elle l'avoit tiré de la misere, en lui apportant non seulement un grand trésor, mais encore toute la Poméranie ultérieure. * Ce qu'elle disoit n'étoit pas exactement vrai. La Poméranie n'étoit pas un de ces fiefs héréditaires, qui tombent en quenouille. Mais elle avoit cependant raison dans un sens (*), parce qu'*Eric* II. son Mari, avoit refusé de partager la Poméranie ultérieure, non seulement avec *Otton* III. Duc de Stettin, mais encore avec son propre frere *Wratislaf* X. sous prétexte que cette Province lui avoit été apportée par sa femme. Il ne faut pas douter qu'*Eric*, qui étoit d'un naturel doux & tranquille, ne souffrit beaucoup des hauteurs de sa femme, dont l'humeur étoit incompatible avec la sienne. Il y eut une autre chose qui acheva d'aigrir ce Prince (**). Comme il avoit grand besoin d'argent pour subvenir aux fraix de la guerre où il étoit engagé avec l'Electeur, il demanda à la Princesse une avance, avec promesse de l'en faire rembourser, lorsque la guerre seroit finie. Mais elle refusa absolument de faire part au Duc de son trésor, sous quelque condition que ce fut. De tout cela il résulta nécessairement une grande désunion, & un très mauvais ménage, entre le mari & la femme. Le Duc avoit de l'éloignement pour une femme avare & impérieuse. La Duchesse ne pouvoit ni voir ni souffrir un mari, qui ne se laissoit pas commander à baguette, & qui ne l'entretenoit pas d'une maniere convenable à son rang †. Ainsi, lorsque *Frederic* II. Electeur de Brandebourg, se fut approché en 1468. de la Ville de Stettin, faisant mine de vouloir l'assieger, la Duchesse qui craignoit pour sa personne, pour sa famille, & encore plus pour son trésor, obtint facilement de son mari la permission de se retirer dans l'intérieur du païs, pour y être plus en sureté. Elle se transpor-

* *Klemzov.* p. 127.

† *Klemzov* p. 120. 127.

(*) *Schumacher* p. 428. *Micral.* Lib. III. p. 267. 268.

(**) *Kanzov.* Lib. III. 25. *Klemzov.* p. 127.

transporta donc à *Rügenwalde* avec toute sa Cour. Des huit enfans qu'elle avoit de son mari, le Pere ne garda auprés de lui que le Prince *Wratislaf*, qui étoit l'ainé des fils (*). Les Princes *Casimir*, & *Bogislaf*, & les Princesses *Sophie*, *Marguerite*, *Catherine*, *Elisabeth* & *Marie*, suivirent la Mére dans sa retraite, où elle fut visitée fort rarement par son mari *. Je n'en suis pas surpris. Il avoit sur les bras une guerre fâcheuse, qui ne lui permettoit pas de s'éloigner beaucoup de l'ennemi; d'ailleurs il ne faut pas trouver étrange, qu'après avoir essuyé les fatigues & les travaux d'une campagne, presque toujours mauvaise pour lui, ce Prince ne fut pas d'humeur d'aller établir son quartier d'hyver aupres d'une méchante femme, pour soutenir une nouvelle guerre, & pour y mourir tous les jours plusieurs fois. Au reste pour être éloignée de son mari, la Duchesse n'étoit pas pour cela dans la destitution. Elle pouvoit vivre fort honorablement de son propre bien; il paroit d'ailleurs clairement par certaines circonstances que j'aurai occasion de toucher dans la suite, que le Duc lui laissoit les revenus, & même le gouvernement de la Poméranie ultérieure. Ces attentions ne flêchirent en aucune maniere la Duchesse, *qui parut toujours* mécontente de son mari. Les Historiens remarquent unanimement que le Public ne pouvoit comprendre, que cette Princesse fit si peu de cas de son Mari, & qu'elle temoignât tant d'indifférence, & même d'aversion pour *Eric*, qui passoit, disent-ils, pour un des plus beaux hommes, & des meilleurs Princes de son Siècle.

* *Klemzov*. p. 126.

Cependant *Klemzov* qui ne dissimule rien, & qui rapporte les choses avec une grande ingenüité, en donne deux raisons † qui me paroissent très pertinentes. D'un côté elle étoit remplie d'un orgueil qui ne plioit jamais. De l'autre elle avoit un *Grand-Maitre* * de sa Maison, *Jean Massau*, dont elle faisoit, dit-on, plus de cas, qu'il ne convient à une femme mariée.

† *Klemzov*, p. 127.

* *Hoffmeister*.

Quoi-

(*) *Klemzov* p. 127. *Micrælius* ne fait mention que de quatre Princesses. Liv. III. p. 295.

Quoiqu'il en soit, pendant le séjour que la Duchesse fit à *Rügenwalde* avec sa famille, elle négligea entièrement l'éducation de ses deux Princes. Elle avoit à sa Cour un Grand-Maitre, & plusieurs Officiers, ou Domestiques; elle y entretenoit des Bouffons, & d'autres bouches inutiles. Mais elle ne se croyoit pas obligée de donner à ses fils, ni Gouverneur, ni Précepteur, ni Maitre d'exercices. Ils étoient cependant fort en âge d'en avoir, puisque le plus jeune étoit dans sa quinzième année, lorsqu'ils arriverent à *Rügenwalde*. La Mére s'imaginoit selon les apparences, que ces soins regardoient uniquement le Duc son Mari. Ou plutôt mécontente du Duc, irritée de l'indifférence, & de la froideur qu'il lui témoignoit, elle en faisoit porter la peine à ses deux fils, à qui on refusoit jusqu'a des Domestiques pour les servir. Cependant, afin que les Princes pussent apprendre quelque chose, sans qu'il en coutât, on les envoyoit avec les enfans des Bourgeois, à l'Ecole publique de la Ville, où ils apprirent effectivement à jargonner quelques mots de Latin de cuisine. Ce qu'il y avoit de plus fâcheux pour eux, c'est qu'ils paroissoient dans cette Ecole avec des habits sales & déchirés, qui leur attiroient à la vérité la compassion des honnêtes gens, mais en même tems le mépris des autres Ecoliers, qui ne reconnoissoient point les fils de leur Souverain, au travers des lambeaux, & des haillons dont ils étoient couverts. D'ailleurs, comme personne n'avoit l'oeil sur la conduite des Princes, il arrivoit de là qu'on les voyoit courir les ruës, se battre avec leurs camarades, & revenir quelquefois à la maison, les yeux pochés, & le corps meurtri de coups; le plus souvent ils préferoient même d'aller manger, & coucher chez le Bourgeois, où on leur faisoit toute sorte d'honneurs, & de bons traitements, plutôt que de retourner au Chateau, où ils n'étoient ni regardés, ni soignés. La maniere dont *Klemzau* raconte tout cela est si naïve, que je ne saurois mieux faire que de rapporter ici ses propres paroles *. *Non seulement la Duchesse ne faisoit aucun bien à ses fils, & n'en tenoit aucun compte, mais de plus elle les haïssoit. Ils pouvoient venir manger, & coucher au Château; mais, s'ils y manquoient*

* *Klemzov.* p. 126. p. 127.

quoient, on ne s'en mettoit point en peine. Elle souffroit qu'ils allassent à l'Ecole avec des habits dechirés, & dans un si pauvre équipage, qu'un simple bourgeois auroit eu honte, de ne pas équipper mieux ses enfans. De la maniere qu'elle en agissoit avec ces deux Princes, il sembloit qu'elle auroit pris plaisir à les voir périr. Il arrivoit de là que ces enfans craignoient & fuyoient leur Mere, & passoient la plus grande partie de
p. 128. *leur tems dans la ville, ou le bourgeois leur faisoit toute sorte d'honneurs, & leur en auroit fait davantage, s'il n'avoit craint de choquer la Duchesse. Il ne faut pas être surpris après cela que ces Princes fussent sauvages, qu'ils n'apprissent rien, & qu'ils n'eussent aucun des sentimens, qui conviennent à de grands Seigneurs. Ils couroient les ruës avec les enfans de la ville, & se battoient avec leurs camarades, sans qu'il y eut aucune distinction entre le maitre & le sujet. Au milieu d'un état si méprisé,* Bogislas *avoit cependant plus de coeur, & des sentimens plus nobles que son frére. Dans les contestations qu'il avoit avec ses camarades, il ne vouloit jamais avoir du dessous. Quand on l'attaquoit, il égratignoit le visage de ses antagonistes, & les trainoit par les cheveux; ce qui déplut à quelques bourgeois, dont il avoit maltraité les enfans, de sorte qu'il n'étoit plus le bien-venu dans ces maisons, au moins autant qu'il l'avoit été autrefois.* Voilà sans contredit un triste sort pour de jeunes Princes, dont le Pére étoit actuellement vivant, & maitre d'un beau païs. J'avouë que je ne saurois comprendre qu'*Eric*, qui ne pouvoit pas ignorer ce qui se passoit à *Rügenwalde*, n'y apportât aucun remede.

Cependant la maniere dont *Bogislas* commença à sortir de cette destitution, a quelque chose de plus extraordinaire encore. Continuons d'entendre *Klemzau* †. *Il y avoit au Village de* Lantzke, *dans le*
† p. 128. *voisinage de* Rügenwalde, *un bon païsan, nommé* Jean Lange, *qui venant souvent au marché, pour vendre ses denrées, avoit occasion de voir les fils de son Souverain en très mauvais équipage. Il s'affectionna sur-*
p. 129. *tout à* Bogislas, *qui étoit le plus éveillé des deux, & l'aborda un jour*

pour

pour lui dire : Duc Bogislas, *je te vois dans un triste équipage ! Tu n'as, ni un bon habit sur le corps, ni de bons souliers aux pieds ! Ta Mére refuse-telle donc de t'en donner ?* Bogislas *qui étoit naturellement fier, lui répondit fort sèchement : Mesle toi de tes affaires ! Si je n'ay rien, tu ne me donneras assurement pas ce qui me manque ? Ces mots furent prononcés d'un ton, qui marquoit la surprise où étoit le Prince, qu'un païsan s'embarassât de ses affaires.* Lange *ne se rebuta pas pour cela, & répondit sans hésiter, tu te trompes,* Bogislas ! *La chose me regarde, & m'importe même beaucoup. Tu dois être un jour mon Seigneur & mon Maitre ; & si tu n'avois personne, qui fut chargé de prendre soin de toi, je me ferois un plaisir de t'habiller au moins tous les ans. Ainsi ne fais pas tant du dédaigneux, parce qu'un païsan a osé t'aborder & t'entretenir ! Peut-être pourrois-je te dire bien des choses, qui ne tourneroient pas à ton dommage. He bien donc, repliqua* Bogislas, *que pourrois tu me dire, pour mon avantage ?* La réponse du Païsan étoit toute prête. Cet homme, qui sous un extérieur grossier & rustique, cachoit un discernement, & si j'ose le dire, une délicatesse peu commune aux personnes de sa condition, vouloit rendre service à *Bogislas*. Mais il comprenoit en même tems, qu'il ne convenoit pas à un Païsan, de faire la charité au fils de son Souverain. Il sentoit d'ailleurs, que s'il donnoit, ou s'il prêtoit de l'argent à ce jeune Prince, il pourroit en être recherché par la Mére. A force de chercher, il avoit imaginé un expédient, au moyen duquel il ne faisoit qu'acquiter une dette, en fournissant à *Bogislas* les choses dont il manquoit. Les païsans de Poméranie étoient alors, comme ils le sont encore aujourdhui, des gens de main morte, que le Seigneur peut donner, engager, & vendre, avec la terre à laquelle ils sont attachés. Cette condition de *Lange* lui avoit fourni l'expédient dont il fit l'ouverture en ces termes. *Si j'étois ton Païsan*, dit-il à Bogislas *, & *que je te payasse tous les ans des droits suffisans pour t'habiller, cela ne te plairoit-il pas ? Beaucoup*, répliqua le Prince ; *mais comment pourrois tu donc devenir mon Païsan ?* Là-dessus *Lange* exposa en détail son projet, les moyens de le faire réüssir, & les vuës qu'il avoit dans cette

* *Klemzer* p. 129.

te affaire. Toi Bogislas, & Casimir *ton frere, vous êtes nos Seigneurs. C'est la chose du monde la plus honteuse & la plus criante, que ceux qui y sont beaucoup plus obligés que moi, ne s'informent point de vous. Votre Mére vous abandonne. Ni la Noblesse, ni le bourgeois, ne s'inquietent point de vous voir dans un état si pitoyable. C'est pour cela que j'ai compassion de vous, & surtout de toi,* Bogislas, *parce que je vois que tu as encore de l'honneur, & des sentimens nobles, de sorte que*
p. 130. *je verrois avec plaisir, que tu fus un peu mieux habillé. Je vais donc te donner un bon conseil sur la maniere dont tu dois t'y prendre pour réüssir. Prie ta Mére, ou fais la prier par un autre, qu'elle te donne le païsan* Jean Lange. *Alors je serai en état de te pourvoir d'habits, & du nécessaire. La chose plut à* Bogislas, *qui désesperoit cependant, que sa Mére voulut lui accorder une pareille demande.* Lange *voyant son embarras, ajouta; adresse toi à* Jean Massau, *qui obtiendra très facilement cette grace. Le Prince suivit le conseil, parla au Grand-Maitre, à la priere duquel la Duchesse accorda, que* Lange *fut desormais le païsan du Prince. Sur le champ* Lange *méne* Bogislas *chez un Marchand, lui*
(Lindisch. Tuch.) *achepte du Drap écarlate pour un justeau-corps & des culottes, & de la futaine pour une camisole. Il lui donna aussi des souliers neufs; en un mot il l'équippa si bien, que* Bogislas *commença à avoir meilleure opinion de lui-même. Il marchoit gravement, & se miroit dans son habit, comme s'il eut été de drap d'or. Il ne vouloit plus être pair & compagnon avec ses anciens camarades. Les Païsans & les Bourgeois se réjouissoient de le voir si brave. La Mére aussi en conçut une espece de jalousie, & par dépit, elle fit habiller de neuf le Prince* Casimir. *Mais*
* Klemzov. *pour tout cela la Duchesse ne faisoit pas plus de cas de ses deux fils* *.
p. 131. *La païsan au contraire s'affectionna de plus en plus à* Bogislas. *Il l'appelloit son Seigneur, & venoit souvent en ville, pour s'informer non seulement de sa santé, mais aussi de sa conduite.*

Ce fut, autant que je puis en juger, vers la fin de 1473, ou au commencement de 1474. que *Bogislas* fit la connoissance de *Jean*

Lange

Lange. Ce Prince étoit alors dans sa vingtième année. Il arriva dans ce même tems que le Duc son Pére, après avoir vecû séparé de son Epouse pendant l'espace de cinq ou six ans, pensa enfin à la rappeller. Ce bon Prince, qui commençoit à devenir infirme, vouloit mettre sa conscience en repos, & faire cesser le scandale, que le divorce où il vivoit avec la Duchesse, donnoit à sa famille, & au Public. Peut-être aussi qu'il se reprochoit d'avoir négligé trop longtems ses enfans, & qu'il vouloit les avoir auprès de lui, pour leur donner une éducation plus convenable que celle qu'ils recevoient à *Rügenwalde*. Par ces raisons il se détermina à faire lui-même toutes les avances pour ramener l'esprit aigri de la Duchesse *, & lui écrivit une lettre fort amiable, par laquelle il l'invitoit à le venir trouver à *Volgast*, ou elle pourroit vivre desormais en pleine sureté, parce qu'il étoit delivré de la guerre qui l'avoit obligé à envoyer sa famille dans la Poméranie ultérieure. Il la prioit en même tems de lui amener tous ses enfans. Comme il y avoit près de deux ans, que la paix étoit faite avec l'Electeur, la Duchesse trouva que son mari auroit du la rappeller plutôt, & lui répondit avec sa hauteur ordinaire, qu'il pouvoit la venir prendre, sans quoi elle ne se résoudroit jamais à retourner auprès de lui (*). Une réponse si séche affliga tellement le pauvre Duc, qui selon les apparences étoit aussi malade d'esprit que de corps, qu'il se mit au lit, & mourut de chagrin, le 6 de Juillet 1474. Le Prince *Wratislaf*, son fils ainé, qui demeuroit avec lui à *Volgast*, paya quelques jours après le même tribut à la nature, de sorte que la Duchesse recut presque en même tems, la double nouvelle de la mort de son mari, & de l'ainé des fils issus de leur mariage †. Elle sentit alors la faute qu'elle avoit faite, de ménager si peu, & de traiter avec tant de dureté, les Princes *Casimir* & *Bogislas*, qui alloient devenir ses Souverains. Elle craignit même, que ces Princes ne se vengeassent avec éclat, de tout ce qu'ils avoient eu à souffrir de sa part. Mais comme cette femme altiere étoit incapable de fléchir, elle crut devoir prévenir ses fils, & prit la résolution

* *Klemzau*, p. 126.

† *Klemzau*, p. 131.

(*) *Klemzau*, p. 58. 126. 131. *Cramer*, Lib. II. cap. 45. p. 116.

lution désesperée de s'en défaire. Le Prince *Casimir* mourut au bout de quelques jours. On disoit à la Cour, qu'il avoit été emporté par une fièvre ardente. Le public soutenoit hautement † qu'il étoit mort d'un poison, que sa Mére lui avoit fait donner. *Bogislas* étoit plus sur ses gardes, que ne l'avoit été son frere, & ne voyoit guères la Duchesse. Cela n'empêchoit pas qu'il ne se trouvât dans le plus grand de tous les embarras. Par la mort des ses deux freres, il se voyoit le seul heritier des Etats, que le Duc *Eric* leur Pére avoit possédés. Cependant personne ne s'informoit de lui. La Duchesse sa Mére, au lieu de le feliciter de sa Dignité, & de la Succession qui lui étoit échuë, gardoit un profond silence à son égard. Aucun Vassal ne paroissoit pour lui offrir les hommages, que l'on s'empresse ordinairement de rendre au nouveau Souverain. Après qu'il eut passé quelques jours dans une cruelle incertitude, sans savoir absolument à quoi se déterminer, la Duchesse le fit enfin appeller, & contre sa coutume, au lieu de le gronder, & de le traiter durement, elle le caressa beaucoup. A la fin de la conversation, comme il étoit sur le point de se retirer, elle ordonna même à un Domestique qui se trouvoit là, de lui faire donner une beurrée. La chose parut toute extraordinaire à *Bogislas*, qui n'étoit pas accoutumé à recevoir de pareilles politesses dela part de sa Mére. Il fit pourtant le semblant, en sortant de la Salle, de vouloir manger la beurrée; & peut-être l'auroit il fait *, si le Bouffon de la Princesse ne l'avoit suivi avec empressement, pour lui dire; *Bugslaff frifs nit, est ist unrein*, c'est à dire, *Bogislas, garde toi de manger la beurrée, car elle n'est pas nette.* La Prince profita de l'avis, & jetta la beurrée à un chien, qui en créva le lendemain.

† *Klemzen*, p. 131.

* *Klemzov.* 131.

Je dois avertir ici, que *Jean Micrælius* Recteur du College de *Stettin*, qui publia son Histoire de Poméranie en 1639, a quelque penchant à douter de la verité des faits que je viens de rapporter. *A juger* dit-il †, *de la chose charitablement, on conviendra qu'il n'y a aucune apparence, qu'une Mère ait eu la criminelle pensée d'empoisonner ses*

† *Micral.* L. III. p. 295.

ses propres enfans, d'autant plus qu'il ne pouvoit lui revenir aucun avantage d'un crime si atroce. Comme l'autorité de *Micrælius* pourroit en imposer ici, parce qu'on le regarde comme le *Tite-Live* de la Poméranie, & que son Ouvrage, qui n'est pas sans défaut, est cependant l'un des meilleurs, & des plus complets, qui ayent paru sur l'Histoire de ce païs, il est à propos de faire ici quelques remarques, qui serviront à confirmer les faits dont il s'agit, & qui montreront que *Micrælius* n'avoit aucune raison legitime de les contester.

10. Je conviens avec cet Auteur, que, ni la charité, ni même l'equité naturelle, ne permettent pas que l'on porte un jugement desavantageux, & sinistre, aussi longtems qu'on peut en faire de favorables. Mais il me semble aussi, que l'amour de la verité ne permet pas à un Historien de révoquer en doute des faits constans & avérés, sous prétexte qu'il n'est pas croyable qu'il y ait des Méres assez dénaturées, pour vouloir se défaire de leurs propres enfans. Tous les Historiens antérieurs à *Micrælius*, tel, que sont *Kanzau*, *Klemzau*, & *Eikstedt*, rapportent, qu'on faisoit courir le bruit que la Duchesse avoit fait empoisonner le Prince *Casimir*. Ils s'expriment d'une maniere qui marque que la chose leur paroit assez vraisemblable, quoiqu'ils ne veuillent pourtant pas la garantir. Mais ils assurent en même tems, que la Duchesse fit présenter à *Bogislas* une beurrée empoisonnée; & que ce Prince la jetta à un chien, qui en mourut le lendemain. Ils détaillent ce fait, avec toutes les circonstances que nous avons rapportées. Je ne vois pas après cela, qu'on puisse douter raisonnablement de la validité de leur témoignage. *Kanzau*, dont l'Ouvrage a été copié presque mot à mot par *Micrælius*, & par *Cramer*, étoit Secretaire de la Regence de *Volgast*. Comme il avoit accés aux Archives, il s'en servit utilement pour composer sa Chronique de Poméranie, qui n'a jamais vu le jour, soit parce que l'Auteur, qui mourut à la fleur de son âge, en 1542. n'avoit pas eu le tems d'y mettre la derniere main, soit parce qu'elle contenoit plusieurs Anecdotes, dont on ne jugeoit pas à propos

de régaler le Public. *Kanzau* ordonna en mourant, que l'on envoyât son Manuscript à *Nicolas de Klemzau*, qui en fit tirer quelques Copies que l'on trouve dans nos Bibliothéques. Ce *Klemzau* étoit Gentilhomme ordinaire à la Cour du Duc *Barnim*, fils de notre *Bogislas*. C'étoit un homme de grande considération, que les Ducs de Poméranie employerent dans des Ambassades *, & dans d'autres affaires importantes; & l'honneur que lui fit le Duc *Philippe*, petit fils de *Bogislas*, de le choisir pour parrain d'un de ses fils (e), ne permet pas de douter qu'il n'eut toute la confiance de ses Maitres. Comme il avoit une parfaite connoissance des affaires de son païs, & que la Chronique de *Kanzau* lui paroissoit incomplete, & mal digérée, il écrivit en 1551. un nouvelle Histoire de Poméranie, sous le titre de *Genealogie des Princes de l'illustre Maison de Poméranie*. Deux ans après, c'est à dire en 1553. *Valentin d'Eikstedt*, qui étoit alors Gentil-homme du Duc *Philippe* dont je viens de faire mention, & qui fut ensuite élevé à la dignité de Chancelier, écrivit aussi ses Annales de Poméranie, & les dédia au Prince héréditaire *Jean Frederic* (f). Peut-on s'imaginer que ces trois Historiens, qui écrivoient par ordre de leurs Maitres, sous leurs yeux, & pour l'instruction des Princes de la Maison, eussent osé avancer des faits extrèmement graves, à la charge d'une Princesse, qui étoit la Grand-mére, & la Bisayeule des Ducs régnans, si ces faits n'avoient été de notorieté publique, & si *Bogislas* lui-même ne les avoit racontés à ses enfans, & à ses petits enfans, en leur parlant de la destitution ou il s'étoit trouvé, & des dangers qu'il avoit courus pendant sa jeunesse ?

* *Klemzau*, p. 360.

Micrel. Lib. VI. p. 353.

Eikstedt, p. 107. 108.

20. Une

(e) Le Prince *George* II. né en 1740. eut pour parrains, entre autres personnes de distinction, *Nicolas de Klemzau*. *Schumacher*, p. 428.

(f) Les Chroniques de *Thomas Kanzau*, & de *Nicolas de Klemzau* sont en Manuscript à la Bibliotheque Royale, & m'ont été communiquées fort obligeamment par M. *Neuburg*, Conseiller & Bibliothecaire du Roi. On a imprimé à *Grypswalde* en 1728. un Abrégé des Annales d'*Eikstedt*. Val. Eikstedt, *Epitome Annalium Pomeraniæ. Gryphiswald.* 1728.

2°. Une autre remarque qu'il faut faire ici, c'est que la raison sur laquelle *Micrælius* se fonde, savoir que la Duchesse n'avoit aucune raison de se défaire de ses fils, est manifestement fausse. D'un côté elle craignoit, comme le dit *Klemzau* * qu'ils ne se vengeassent de la dureté avec laquelle elle les avoit traités, leur refusant jusqu'à des habits, pour couvrir leur nudité. Peut-être aussi qu'elle n'étoit pas sans appréhension, que les Princes ne se ressentissent des hauteurs qu'elle avoit euës pour son mari, & du mauvais commerce qu'elle entretenoit avec le Grand-Maitre de sa Maison. D'un autre côté, on voit clairement qu'elle se promettoit de garder la Poméranie ultérieure, après la mort de ses fils, parce que son mari lui en avoit toujours laissé le gouvernement, & qu'il avoit reconnu la tenir du chef de sa femme, s'étant servi de ce prétexte, pour la garder toute entiere, & pour n'en faire aucune part aux autres Princes de la Maison.

* p. 33.

3°. A' ces deux remarques j'en ajoute encore une troisiéme. C'est que *Micrælius* supprime plusieurs circonstances que j'aurai occasion de toucher dans la suite, & qui prouveront que la Duchesse ne se sentoit que trop coupable du crime qu'on lui imputoit, & que *Bogislas* de son côté ne doutoit point du tout qu'elle n'eut attenté à sa vie.

Pour revenir à notre *Bogislas*, on comprend facilement †, que ce qui s'étoit passé dans l'entrevuë qu'il avoit euë avec sa Mére, dut lui causer de violens soupcons, & augmenter l'embarras & la perpléxité où il se trouvoit déjà. Comme il promenoit son chagrin, il passa heureusement à la place du marché, & y rencontra son Païsan, qui étoit venu vendre quelques denrées en ville. Le regardant comme un Ange tutelaire que la Providence lui envoyoit, il courut à lui, le tira à l'écart, & après lui avoir déchargé tout ce qu'il avoit sur le coeur, il finit en disant qu'il avoit grand besoin d'un bon conseil, parce qu'il ne savoit absolument à quoi se déterminer. Le Païsan, après l'avoir écouté tranquilement, lui répondit, qu'il n'y avoit pas à balancer, ni de tems à perdre ; qu'il faloit qu'il sortit incessamment d'un Ville, où sa

† *Klemzau*, p. 33.

vie n'étoit pas en sureté, & qu'il allât trouver son Oncle *Vratislaf*, pour lui demander ses bons avis, sur le parti qu'il avoit a prendre. Sur le champ *Jean Lange* va lui acheter une épée, un bouclier, des bottes, des éperons, avec tout ce qui appartient à l'équipage d'un Cavalier, monte à cheval avec lui, le conduit au Château d'un Gentilhomme voisin, & de là chez toute la Noblesse des environs. Dans l'espace de quelques jours, il se forma une confédération des principaux Gentils-hommes du païs, qui s'étant assemblés au nombre d'environ 300. reconnurent avec joye leur nouveau Souverain, firent un emprunt pour l'habiller & pour l'équiper d'une manière qui répondit à sa naissance & à sa dignité, & le conduisirent en pompe à *Barth*, où il fut recû par son Oncle *Vratislaf* avec de grandes démonstrations d'amitié. L'avis de ce Prince fut, qu'il étoit à propos que *Bogislas* retournât sur ses pas, & qu'il se rendit à *Rügenwalde* avec toute sa suite *, pour ôter à la Duchesse sa Mére la Régence du païs, & pour s'assurer de sa personne, jusqu'à ce qu'on eut éclairci tous les différens articles qui étoient à sa charge. Ce conseil qui étoit peut-être un peu violent, ne put qu'avoir l'approbation du nouveau Duc, qui étoit plein de ressentiment contre sa Mére. Aussi se hâta-t-il de l'executer. Mais la chose ne fut pas tenuë si secrete, que la Duchesse n'en eut quelque vent. Elle comprit d'ailleurs, que si son fils revenoit avec tant de diligence, ce n'étoit pas qu'il fut impatient de la revoir, & que ce n'étoit pas aussi pour lui faire honneur, qu'il menoit avec lui une escorte de 300. Gentils-hommes. Ainsi, d'abord qu'elle eut appris que son fils s'étoit mis en chemin pour revenir à *Rügenwalde*, elle ramassa promptement tout ce qu'elle avoit de précieux, & se retira avec *Jean Massau* & toute sa Cour à *Dantzig*. *Bogislas*, qui avoit eu le tems de réfléchir, eut assez de prudence pour comprendre, qu'il ne devoit, ni lui courir après, ni la réclamer. Effectivement il ne convenoit guere à un fils, de faire le procés a sa Mére, & encore moins de lui faire chez des étrangers un affront, dont la honte auroit réjailli de la personne coupable, sur toute sa Maison.

* *Klemzen*, ub sup.

Pour

Pour ne pas interrompre ce que j'ay à dire du caractère, & des actions de *Bogislas*, j'acheverai de rapporter ici, ce qui se passa dans la suite entre ce Prince & sa Mére. La Duchesse demeura à *Dantzig*, dix ans entiers. Comme le Duc étoit charmé de la savoir loin, & de n'en entendre plus parler, elle se félicitoit de son côté, de n'être plus observée, & de vivre à l'abri de toute recherche. Mais elle dépensa insensiblement la plus grande partie de son trésor (*). Lorsqu'elle commença à se trouver à l'étroit, elle écrivit à son fils des lettres pleines de soumission, dans lesquelles elle le prioit d'oublier le passé, de lui rendre son amitié, & de lui permettre de revenir en Poméranie. Comme ces lettres n'eurent pas le succès qu'elle s'en étoit promise, elle s'adressa au Roi de Pologne, à l'Electeur de Brandebourg, & à d'autres Princes, & les pria avec les plus fortes instances, de lui accorder leur intercession, * *pour engager son fils à lui pardonner les fautes qu'elle avoit commises à son égard.* „ *Bogislas* refusa pendant quelque „ tems de se rendre à ces sollicitations. A la fin cependant il se laissa „ flêchir. Il considéroit, dit *Klemzau*, que quelque sujet qu'il put „ avoir de se plaindre de sa Mére, il ne devoit pourtant pas l'abandon- „ ner, ni la laisser périr. Il la reçut donc en grace en 1485. & lui „ déclara, que non seulement il lui pardonnoit du fonds de son coeur „ tout le passé, mais qu'afin qu'elle pût vivre en Princesse, il lui as- „ signoit encore pour son Doüaire, le Chateau, la Ville, & le Baillage de *Stolpe*. Après cette réconciliation, c'est toujours *Klemzau* „ qui parle, la Duchesse témoigna une véritable repentance d'en „ avoir si mal usé avec ses enfans, avoüant sa faute, à Dieu & aux „ hommes, & montrant par la pénitence, ou elle passa tout le reste „ de sa vie, qu'elle se la reprochoit continuellement à elle-même. „ Quand elle avoit occasion de voir le Duc, elle s'humilioit devant lui, „ & s'inclinoit beaucoup plus, que n'auroit pû le faire le dernier des „ sujets.

* *Klemzau*, p. 168.

(*) *Klemzau*, p. 167. *Micrælius*, Lib. III. p. 295. *Dan. Cramers Pommerisches Kirchen Chronicon. Stettin* 1628. Lib. II. cap. 46. p. 121.

„ ſujets. Les lettres auſſi qu'elle lui écrivoit, étoient pleines de tendreſſe & de ſoumiſſion, & le fils y liſoit avec plaiſir, l'entier changement qui s'étoit fait dans le coeur de ſa Mére. Elle finiſſoit ordinairement ces lettres, en priant Dieu, qu'il eut plus de ſoin de la perſonne du Duc, qu'elle n'en avoit eu elle même. Auſſi *Bogislas* évita-t-il de lui donner jusqu'au moindre chagrin. Au contraire, il lui rendit toute ſorte d'honneurs, & pourvut largement à ſon entretien. Elle mourut tranquillement & raſſaſiée de jours ſur la fin de l'an 1497. „

A' l'égard de *Jean Lange*, qui vivoit encore en 1498. il conſerva pendant toute ſa vie la confiance, & les bonnes graces du Duc (g), qui toutes les fois qu'il le voyoit, ſe faiſoit un plaiſir de raconter aux perſonnes qu'il avoit autour de lui, les bons & importans ſervices qu'il avoit reçûs de *Lange*. Ce Païſan (*), qui, quelques offres qu'on lui fit, ne voulut jamais changer de condition, ni quitter ſon habit & ſon village, avoit la permiſſion de venir à la Cour, quand il le jugeoit à propos; & les Officiers de la Maiſon avoient ordre non ſeulement de le bien traiter, mais encore de lui fournir généralement tout ce qu'il pourroit demander. Il entroit librement chez ſon Souverain, & lui parloit auſſi familièrement qu'il avoit fait, lorsqu'il l'aborda pour la premiere fois à *Rügenwalde* *. S'il arrivoit quelque déſordre dans ſon village, ou dans les endroits voiſins, il en avertiſſoit le Duc, afin qu'il y apportât du remède, & le Duc de ſon côté, au lieu de rebuter les avis, & les conſeils d'un Païſan, y déféroit le plus ſouvent, & s'en trouvoit toujours bien. Un jour que *Bogislas* vouloit congédier un vieux Financier †, que l'on accuſoit de s'être enrichi aux dépens de ſon Maitre, & du Public, *Lange* lui dit avec ſa franchiſe ordinaire: *Vois-tu*, Bogislas, *les gens de cette ſorte, ſont une vermine, dont nous ne pouvons nous défaire entierement.* Tu

* *Klemzau*, p. 234.

† *Klemzau*, p. 234.

(g) *Klemzau* remarque, que lorsque *Bogislas* revint de la Terre Sainte en 1498. *Lange* ſe rendit à *Stettin* pour le feliciter de ſon retour. *Klemzau*, p. 234.

(*) *Klemzau* p. 132. 133. *Micralius* Lib. III. p. 296.

Tu veux renvoyer cet homme, que nous avons engraissé, & rassasié, pour nous en donner un autre, qui étant maigre & affamé, nous sucera de nouveau jusqu'au sang. Laisse nous donc celui que nous avons mis à son aise, & que nous pouvons contenter plus facilement. Le Duc goûta la répréſentation, & y eut égard, parce qu'il étoit bien perſuadé que *Lange* n'étoit pas homme à ſe laiſſer corrompre par les financiers. L'aſcendant que ce Païſan avoit ſur l'eſprit de ſon Maitre, & la liberté qu'il prenoit de dire quelquefois ſon avis aux Courtiſans, & même aux Favoris, lui ſuſcita des envieux, qui ne pouvoient ſouffrir, qu'un Manant eut l'oreille du Duc, & qu'il partageât avec eux la confiance & les bonnes graces de ce Prince. Mais *Lange* n'en faiſoit aucun cas, parce qu'il ne ſe départit jamais de la réſolution qu'il avoit priſe dés le commencement, de ne demander jamais ni récompenſe, ni gratification, à ſon Maitre *. Le Duc lui offrit pluſieurs graces, & en vint même jusqu'à lui déclarer, qu'il pouvoit demander tout ce qu'il voudroit, avec la ferme aſſurance de l'obtenir; mais il ſe montra inflexible ſur cet article, & après beaucoup d'inſtances & de ſollicitations, qui avoient pour but de lui faire ſentir, que ſa trop grande roideur pourroit déplaire au Duc, il ne conſentit enfin d'accepter que la ſeule franchiſe des corvées, & des autres droits que les Païſans payoient au Souverain. Encore ne voulut il pas que cette immunité fut étenduë à ſes enfans. (*) „Je ſuis Païſan, *diſoit-il*, & je veux que mes enfans „ demeurent Païſans. Ils vivront heureux dans leur condition s'ils „ ſont honnêtes gens. S'ils ne le ſont pas, la liberté qu'on leur offre „ leur ſera véritablement nuiſible, & les rendra en même tems pareſ„ ſeux & orgueilleux. La pareſſe les précipitera dans la pauvreté; „ l'orgueil ne ſera propre qu'à leur ſuſciter des ennemis, & à les faire „ regarder de mauvais oeil, tant par les petits, dont ils voudront ſe diſtin„ guer, que par les grands avec lesquels ils voudront ſe confondre.„ Je ne crains point que l'on me reproche ici d'avoir chargé & embelli le portrait de *Lange*, parce que je n'ay presque fait que traduire les pro-

* *Klemzov.* p. 132.

(*) *Klemzau*, p. 236. *Micral.* Lib. III. p. 296.

propres paroles de *Klemzau*, & de *Micrælius*. Sous un extérieur grossier & rustique, il cachoit beaucoup de discernement, de modestie, de probité, & si j'ose le dire, un fond de délicatesse & de générosité. Ces grandes qualités étoient d'autant plus estimables dans sa personne, qu'elles étoient inconnuës aux gens de sa condition, & peut-être aussi rares parmi les grands, que parmi les petits. Enfin *Lange* mourut dans une grande vieillesse, & fut enterré dans le Cimetiere commun de son village. S'il avoit accepté les richesses & les dignités qu'on lui offrit en différentes occasions, on lui auroit dressé selon les apparences quelque superbe Mausolée. Parce qu'il préféra de les mépriser, on le confondit avec des villageois, dont il n'avoit voulu se distinguer que par son mérite; & *Bogislas* lui-même, qui fit faire de magnifiques obsèques à la Duchesse sa Mére, tant en Poméranie, qu'à Venise, où il apprit la nouvelle de sa mort, oublia peut-être de faire le même honneur à un homme, à qui il devoit beaucoup plus qu'aux personnes qui lui avoient donné la vie.

De retour à *Rügenwalde*, Bogislas convoqua les Etats du Païs (*), qui lui firent des complimens de congratulation, de ce qu'il étoit sorti de servitude, & prirent des mesures avec lui, par rapport à l'hommage, que les Sujets devoient rendre à leur nouveau Souverain. On convint, que le Duc se transporteroit dans les principales Villes de son Etat, pour recevoir en personne le serment de fidélité du Clergé, de la Noblesse, & de la Bourgeoisie, ce qui fut exécuté. Mais, comme on ne fit aucune mention dans l'Assemblée des Droits de la Maison de Brandebourg, il en résulta de nouvelles contestations avec l'Electeur *Albert*, surnommé *l'Achille*. Selon le Traité que cet Electeur avoit conclu deux ans auparavant avec *Eric*, Duc de Poméranie, *Bogislas* auroit dû demander à l'Electeur l'investiture de la Duché de *Stettin*, comme la chose se pratique, toutes les fois qu'un fief vient à vaquer, par la mort du feudataire, ou du Seigneur direct. Il devoit confirmer

(*) *Klemzov.* p. 133. *Cramer.* Lib. II. p. 45. *Micral.* Lib. III. p. 296.

mer aussi l'expectative, que la Maison de Brandebourg avoit sur la Poméranie. Mais il refusoit absolument d'accomplir ces deux conditions du Traité, surtout la premiere; & il répondit à ceux qui l'en sommerent de la part de l'Electeur, qu'un aveu surpris, & forcé, que l'on avoit arraché à son Pére, ne tiroit point à conséquence, & ne pouvoit préjudicier aux Droits des Ducs de Poméranie, qui possédant un fief immédiat de l'Empire, ne devoient relever aussi que de l'Empereur.

L'Electeur ayant compris par cette réponse, qu'il n'avoit point d'autre parti à prendre, que de soutenir son droit par les armes, s'approcha de la Poméranie avec un corps de dix mille hommes. *Bogislas* jugeant que l'Electeur, qui s'avancoit par la Nouvelle Marche, commenceroit son expédition par le siege de la ville de *Kyritz*, alla s'y enfermer fort imprudemment, avec le peu de troupes qu'il avoit ramassées à la hâte (*), & qui pouvoient monter à 600 hommes de cheval, & autant de fantassins. C'étoit précisément ce que l'Electeur souhaitoit; il fit sur le champ investir la Ville, qu'il se promettoit d'emporter au bout de quelques jours. Maitre de la ville, il le devenoit en même tems de la personne du jeune Duc, qui, pour se tirer d'une nouvelle servitude, encore plus facheuse que la premiere, auroit été obligé d'accepter toutes les conditions que le vainqueur jugeroit à propos de lui préscrire. Aussi le Duc, & les Gentilshommes qu'il avoit autour de lui, sentirent-ils parfaitement la faute qu'ils avoient faite, de s'enfermer dans une Ville qui n'étoit point de garde, & qui n'étoit d'ailleurs pourvuë, ni de vivres, ni de munitions. On tacha à la vérité de réparer cette faute, en faisant dans un même tems différentes sorties, à la faveur desquelles on se promettoit de forcer le passage, & de faire évader le Duc. Mais l'Electeur, qui étoit l'un des plus grands Capitaines de son siècle, n'étoit pas homme à prendre le change. Les assiégés trouverent toutes les avenües si

 bien

(*) *Klemzen*, pag. 134. *Micralius* met 1000 fantassins. Lib. III. p. 269.

bien gardées, & ils furent repoussés si vigoureusement de tous côtés, qu'ils ne penserent plus à faire de nouvelles sorties. Heureusement pour *Bogislas*, il y avoit dans la Ville un vieux Gentilhomme, nommé *Jean Kussau*, homme de tête & de main, qui regardant comme un coup de partie, d'empêcher que son Maitre ne tombât entre les mains de l'Electeur, chercha les moyens de le tirer du mauvais pas, où il s'étoit engagé, & y réussit. *Kussau* qui avoit ses terres dans le voisinage de *Kyritz*, & qui par cette raison connoissoit parfaitement le terrain, savoit qu'il y avoit au pied du Couvent des Religieuses, un étang dans lequel se dégorgeoit un marais, qui s'étendoit à plusieurs lieües, & qui n'étoit point gardé par l'ennemi, parce qu'il étoit impraticable. Il fit donc appeller le poissonnier, ou le païsan, qui avoit affermé cet étang, & qu'il avoit souvent vû poser ses paniers au milieu du marais pour y prendre des anguilles. A force d'argent, & de promesses, on obtint du païsan, qu'il tenteroit ce qui avoit passé jusqu'alors pour impossible. Dès l'entrée de la nuit suivante, le Duc & *Jean Kussau* se mirent dans la nasselle du poissonnier, qui, après avoir passé l'étang avec eux, les conduisit à pied au travers du marais. Ils y coururent plusieurs fois risque de la vie, s'enfoncant dans la bourbe jusqu'aux aisselles, & ne pouvant, ni avancer, ni reculer. Ils se reconnurent cependant au point du jour, & ayant gagné le bord du marais, ils arriverent sains & saufs au Château du Gentilhomme. Comme la Noblesse de Poméranie, aussi-tôt qu'elle fut informée du Siege de *Kyritz*, s'étoit empressée de monter à cheval, pour aller dégager le Duc, & que les Villes aussi avoient fait partir en diligence les troupes qu'elles étoient obligées de fournir en tems de guerre, *Bogislas* se vit bientôt en état de tenir la campagne, & de marcher même à l'ennemi. L'Electeur de son côté, d'abord qu'il eut appris l'évasion du Duc, jugea à propos de lever le Siege de *Kyritz*, & de partager ses troupes d'une maniere, qu'elles pussent couvrir la Nouvelle Marche. Cela n'empêcha pas que *Bogislas* n'y fit irruption, & qu'il n'emportât même d'emblée la petite ville de *Bernstadt* †. Il se commit de part & d'autres quelques

Der Plänische Bruch.

† *Cramer.* Lib. II. c. 45. p. 116.

ques hostilités ; mais, comme l'Electeur recevoit de frequens Couriers de l'Empereur *Frederic III.* qui le pressoit de venir prendre le commandement de l'Armée, que l'Empire assembloit contre *Charles le Hardi*, Duc de Bourgogne, qui assiegeoit la ville de *Nuys*, il accepta avec plaisir les bons offices des Ducs de Meklenbourg, qui ayant été les Médiateurs du Traité conclu en 1472. avec *Eric II.* Pére de *Bogislas*, promettoient de le faire ratifier au fils. Il étoit stipulé par le nouveau Traité que chacun garderoit les places qu'il avoit conquises pendant la guerre, que les prisonniers seroient rendus de part & d'autre sans rançon, & que le Duc confirmeroit l'expectative, que les Electeurs de Brandebourg avoient sur la Poméranie, avec tous les Traités qui subsistoient entre les deux Maisons. A l'égard de l'Article de l'Investiture, il y a toute apparence qu'il ne fut pas bien éclairci ; car il donna lieu à un incident qui faillit à rompre le Traité. Dans la premiere entrevûe que les deux Princes eurent à *Prentzlau*, l'Electeur s'approcha fort amiablement du Duc, & lui présenta la main, en lui disant : *Mon Cousin, je vous investis de vos Etats.* Mais le Duc, au lieu de toucher la main à l'Electeur, en signe d'aveu, retira le bras, & répondit avec colere : *Ce n'est pas notre accord. Je veux que trois fois sept Diables m'emportent si je l'entends ainsi* (b). Sur le champ *Bogislas* sort comme un furieux de l'appartement, monte à cheval, & va trouver, à *Pasewalck*, son Oncle *Wratislaff*, qui n'étant pas accommodé avec l'Electeur, conseilla à son Neveu de tenir ferme, & de ne pas achepter la paix par une bassesse. Cependant les Ducs de Meklenbourg ayant suivi *Bogislas* à *Pasewalck*, firent tant par leurs représentations, qu'ils le ramenerent à *Prentzlau*, où le Traité fut enfin conclu & signé. On y avoit ajouté que, pour cimenter la paix & l'union entre les deux Maisons, le Duc épouseroit la Princesse *Marguerite*, Niéce de l'Electeur, & fille de l'Electeur *Frederic* second ; & ce fut selon les apparences la considération qui contribuä le plus à le

1474.

(b) *Es ist so nicht geredet: Da sollen ehe drey Sieben Teuffel durchfahren.* Micrælius, Lib. III. p. 297.

† p. 139. à le flêchir. *Klemzau* rapporte † qu'après la conclusion du Traité *Bogislas* vit une seconde fois l'Electeur, qui lui dit en riant : *Je vois, mon Cousin, que vous avez la tête un peu chaude, & que vous vous laissez aller facilement* (i) *à de fausses insinuations.* Le Duc répondit, mais sans se fâcher : *il est vrai, mon Cousin, que je ne plie pas facilement.* Je dois avertir ici que les Historiens de la Marche, ne font aucune mention des particularités que je viens de toucher. Ils disent simplement, que les Ducs de Meklenbourg déterminerent *Bogislas* à confirmer le Traité de 1472. & à recevoir en conséquence l'investiture de ses Etats des mains de l'Electeur. Ainsi je laisserai la chose indécise. J'avoüe cependant que les Historiens de Poméranie me paroissent beaucoup plus dignes de foi sur cet Article. D'un côté ils en appellent † à une Lettre de *Magnus*, Duc de Meklenbourg, qui contenoit tout ce détail. De l'autre, si on en excepte le seul *Leutinger*, qui paroit avoir écrit sur des Mémoires, que la Cour lui fournissoit, mais dont l'Histoire ne commence proprement qu'avec le seizième siecle, les autres Historiens de la Marche sont des Ministres, des Régens, & en un mot des gens de lettres, qui rapportent ce qu'ils ont appris par les nouvelles publiques, ou trouvé dans des Chroniques compilées par des Moines. Au lieu de cela les Historiens de Poméranie étoient des gens employés dans les affaires, qui avoient accès aux Archives, & dont le témoignage est par conséquent d'un tout autre poids. Quoiqu'il en soit, le mariage du Duc avec la Princesse *Marguerite* s'accomplit, après que l'Electeur fut revenu dans ses Etats, c'est à dire au mois de Février 1476. & le Duc *Wratislaff* qui continüa toujours de faire la guerre à l'Electeur, étant mort deux ans après (k), *Bogislas* qui étoit alors âgé de 24 ans, s'appliqua tout entier

† *Micral.* L. III. p. 297.

(i) On prétend que *Matthias* Roi de Hongrie, qui ne cherchoit qu'à susciter des affaires à l'Empereur *Frederic III.* & aux Princes qui étoient dans ses intérets, faisoit solliciter secrètement *Bogislas* de continüer la guerre contre l'Electeur.

(k) Le 13. Decembre 1478. *Klemzau* p. 148. 149. *Cramer.* Lib. II. cap. 46. p. 116.

Petri

tier à profiter de la paix dont il jouïssoit, pour rendre ses sujets heureux, & ses Etats florissants.

Les Historiens remarquent que ce Prince n'avoit pas un génie fort pénétrant (l), c'est à dire, qu'il n'étoit pas de ces esprits vifs & enjoüés, qui ayant d'heureuses sailliës, sont aussi sujets à faire de grandes bévuës, mais qu'il avoit par contre du bon sens, & un jugement solide. Il faut effectivement qu'il eut non seulement beaucoup de bon sens, mais encore un grand fond de modestie, pour former le plan que je vais exposer, & pour le mettre en exécution. Aussi-tôt qu'il fut parvenu à la Régence, & qu'il se vit chargé de la conduite des affaires, il sentit que n'ayant (m) ni étude, ni expérience, il ne pourroit que se tromper, & être trompé à tout moment, s'il entreprenoit de faire les choses à sa tête, & qu'il n'avoit point d'autre parti à prendre, que d'avoir un bon Conseil, qui le dirigeât dans toutes les affaires qui étoient au dessus de sa portée. Fixe dans cette résolution, il eut après cela assez de discernement pour faire un bon choix, assez de générosité, pour payer les Membres de son Conseil d'une maniere qui les mettoit à l'épreuve de toute corruption, & qui leur ôtoit la pensée de chan-

Petri Stephani J. C. & Prof. Gryphswald. *Chron. Pomer.* an. 1647. MSpt. Biblioth. Regiæ. Lib. III. p. 42.

(l) *Der Verstand war zimlich, aber doch nicht allzu spitzig.* *Klemzau*, p. 318.

(m) J'ai déjà remarqué que *Bogislas* n'avoit appris autre chose au College de *Rügenwalde*, qu'à jargonner quelques mots de mauvais Latin. On pourra juger de sa Latinité par cet échantillon. *Ludke Hane*, Capitaine du Château d'*Uckermünde*, ayant montré à Bogislas une étoffe extremement riche, qu'il avoit achetée pour en faire un habit à sa femme, le Duc qui trouvoit l'habit trop magnifique, mais qui ne vouloit pas mortifier *Ludke Hane*, sachant que celui-ci n'entendoit pas le Latin, se tourna vers les gens de sa suite, & leur dit : *Ah! Ah! hoc est nimium multum. Mea mater non habuit talem tunicam. Sed tantum uxor bene habuit, quæ fuit unx filia regis.* C'est de l'Allemand rendu mot à mot en Latin. *Klemz.* p. 318.

changer jamais de maitre, & enfin assez de docilité, pour ne rien faire à l'insçu & sans l'approbation d'un Conseil auquel il avoit donné sa confiance.

H commença par prier l'Electeur de lui céder *Verner Schulenbourg*, qu'il se proposoit de mettre à la tête des affaires, parce qu'il sentoit le besoin qu'il avoit d'un homme d'autorité, pour retablir l'ordre & la dépendance, dans un païs où depuis longtems on n'en connoissoit point. Effectivement *Schulenbourg* qui étoit Grand-Maitre de la Maison de l'Electeur, & Gouverneur de la Forteresse *de Löknitz*, avoit la réputation d'être en même tems grand Capitaine, & grand homme d'Etat; il joignoit à une expérience consommée dans les affaires, une probité qui ne s'étoit jamais démentie, & mille autres bonnes qualités, qui lui avoient acquis une estime générale. On peut juger de la considération où il étoit à la Cour de Brandebourg, par la maniere dont l'Electeur répondit à la demande de *Bogislas*. Ne voulant pas desobliger le Duc, ni se priver lui-même d'un sujet qui lui étoit utile, il permit à *Schulenbourg* de passer au service du Duc de Poméranie, & lui conserva en même tems les Emplois qu'il avoit à sa Cour, avec les émolumens qui y étoient attachés. En cela l'Electeur n'obligea pas un ingrat. Aussi longtems que *Schulenbourg* vêcut, il n'épargna rien pour entretenir une bonne intelligence entre ses Maitres; & s'il y eut de tems en tems de la froideur, & même des contestations entre les deux Cours, il empêcha au moins que les choses n'en vinssent jamais à une guerre ouverte. *Bogislas* de son côté, dit *Klemzau* †, fit à *Schulenbourg* un pont d'or pour l'attirer à son service & pour l'y retenir, Non content de le déclarer Capitaine général de la Duché de *Stettin*, ce qui étoit la premiere dignité de l'Etat, il lui donna encore la Ville & le Bailliage de *Penkun*. Il associa à ce premier Ministre *George Kleist*, qu'il créa ensuite son Chancelier *. *Kleist* étoit un Gentilhomme de Poméranie, qui, contre la coutume de son siecle, de son païs, & des gens de sa condition, s'étoit

(*Hoffmeister.*)

† p. 151. 152. *Micral.* L. III. p. 299.

* *Klemzau* p. 159.

toit appliqué aux études & s'y étoit distingué. Il étoit bon Jurisconsulte, & entendoit d'ailleurs parfaitement les Constitutions & les Coutumes de sa Patrie. C'etoit par conséquent l'homme qu'il faloit à *Bogislas* pour établir une bonne justice dans ses Etats. De l'avis de ces deux Ministres † il nomma les autres Membres de son Conseil, qui étoient tous des gens d'honneur, & capables de bien remplir les différens Emplois dont ils étoit chargés. Le Conseil étant ainsi formé, & ayant été confirmé par les Etats du Païs, on vit bientôt la Poméranie se relever de la décadence où elle étoit depuis plusieurs Siecles, & ressentir les salutaires effets d'un bon gouvernement. *Bogislas* fit en particulier deux choses qui lui acquirent une grande réputation, & qui furent bientôt imitées par les Princes voisins.

† *Klemzau* p. 153.

Premièrement, il vint à bout de rétablir dans ses Etats l'administration de la Justice; & de cette maniere il remèdia pleinement aux injustices, aux violences, & aux brigandages qui se commettoient dans les Villes & à la campagne. *La Poméranie*, dit Klemzau, *se trouvoit à cet égard dans le plus affreux de tous les desordres ; ni les villes, ni la noblesse, ne respectoient plus l'autorité du souverain.* C'étoit effectivement un vieux mal, qui s'étendoit non seulement à notre Marche, mais encore à la plûpart des Provinces du Nord. Comme il ne venoit pas tant de la barbarie du siecle, ou de la ferocité des peuples Allemands, que de la constitution même des affaires, il ne sera pas inutile d'en développer la cause avec quelque détail. Ce sera le moyen de juger, si la Noblesse & les Villes ont raison de soupirer après l'ancienne liberté, & de se plaindre de la dépendance, où nous vivons aujourdhui.

p. 153.

Lorsque les Saxons eurent commencé vers le milieu du XII Siecle (*n*) à prendre le dessus, & à chasser les Peuples Vandales, ou plutôt Venedes, de la plûpart des contrées qu'ils occupoient au delà de l'Elbe, on jugea que, pour abattre entierement les Venedes, qui, soit

(*n*) Sous *Henri le Superbe*, & *Henri le Lion*, son fils, Ducs de Saxe.

ſoit par amour pour la liberté, ſoit par prévention contre la Religion Chrêtienne, qu'on vouloit leur faire recevoir par la force, n'avoient jamais manqué depuis plus de deux ſiécles, de ſe ſoulever à la premiere occaſion favorable qui s'en préſentoit, il étoit à propos d'établir, dans le cœur même de la Vandalie, de puiſſantes Colonies d'Allemands, & de les remplir de gens de guerre, qui fuſſent capables de tenir ſous le joug les habitans naturels du païs. Les Ducs de Poméranie, quoiqu'ils fuſſent Venedes, entrérent dans le même projet, après qu'ils ſe furent détachés de la Pologne, & qu'ils eurent été reçus par l'Empereur *Frederic Barberouſſe* au nombre des Princes de l'Empire. On invita donc les Allemands, & ſurtout les Saxons, à venir s'établir dans la Vandalie (o), & on promit toute ſorte de Privilèges & d'immunités à ceux qui voudroient s'y transplanter. Les Marchands, les Artiſans, & en général tous ceux qui étoient de condition bourgeoiſe, eurent la permiſſion de bâtir des Villes, de les fortifier, & de les garder eux-mêmes, ſans être jamais obligés de recevoir contre leur gré une garniſon étrangere. On leur permit auſſi de choiſir eux-mêmes leurs Magiſtrats, qui étoient autoriſés à juger les Cauſes, & à punir les délits, ſelon le Droit Saxon. Le Privilege des Villes portoit encore, qu'elles ne ſeroient pas obligées de recevoir aucun habitant Venede, encore moins de lui accorder le Droit de Bourgeoiſie, & que les affaires de Juſtice ſeroient portées par appel aux Scabinats de *Halle*, de *Magdebourg*, ou à quelque autre Cour de Juſtice, dans laquelle les cauſes ſe décidoient ſuivant le Droit Saxon. Quand tout cela fut exécuté, il ſe trouva que le Prince s'étoit dépouïllé lui même de toute ſon autorité, & qu'il n'avoit abſolument rien à commander dans les Villes de ſa Domination. Il jouïſſoit d'une taille modique ſur les Maiſons & ſur les terres des Bourgeois. Le Magiſtrat qui étoit chargé de la lever, en avoit une partie pour le Droit de Collecte, & rendoit

(o) *Albert l'Ours* établit pluſieurs Colonies Flamandes le long de l'Elbe. Mais elles furent placées ſur la rive gauche & occidentale de ce fleuve, au moins pour la plus grande partie.

doit compte de l'autre. On observoit la même chose par rapport aux amendes. En tems de guerre aussi les Villes fournissoient un certain nombre de fantassins pour la défense de la Patrie. Mais il faloit pour cela que la guerre eut été résoluë par les Etats, dans lesquels les Villes tenoient un rang considérable. Hors de cela les Villes ne reconnoissoient en aucune maniere l'autorité du Souverain. Elles faisoient même sonner si haut leurs Privilèges, qu'elles prétendoient traiter avec le Souverain, comme d'égal à égal. Quand le Prince avoit quelque grief contre la Bourgeoisie, ou la Magistrature d'une Ville, ceux-ci prétendoient qu'il devoit faire porter la cause à un Scabinat étranger, pour y être jugée. Tout de même quand les Domestiques du Prince commettoient quelque délit dans une Ville, le Magistrat, au lieu de remettre le criminel au *Haussvogt*, c'est à dire au Juge de la Maison ou des Domestiques du Prince, l'envoyoit à sa propre prison, instruisoit le Procès, & faisoit exécuter le criminel, quelquefois sous les yeux même, & malgré toutes les oppositions du Maitre. Je trouve encore que la Bourgeoisie étoit quelquefois de si mauvaise humeur, qu'elle fermoit ses portes au Souverain, lorsqu'il vouloit y entrer à des heures induës. Nous sommes chargés, disoient-ils, de garder nos portes, & les Villes fortifiées ne s'ouvrent pas de nuit. On lit, par exemple, dans une Chronique Manuscrite de l'Electorat de Brandebourg †, qu'un des premiers Electeurs, qui résidoit ordinairement à *Tangermünde*, étant venu passer quelque tems à *Berlin*, demanda à la Bourgeoisie qu'on lui remit l'une des portes, afin qu'il pût entrer dans la Ville, & en sortir, quand il le jugeroit à propos. Les Bourgeois s'étant assemblés pour délibérer sur sa demande, la rejetterent comme leur étant préjudiciable, & se révolterent même à cette occasion.

† *Hafftitius ad annum 1440.*

Le désordre etoit encore plus grand dans le plat païs. La Noblesse Allemande ayant préféré le sejour de la campagne, on la mit en possession des terres que les Venedes avoient abandonnées, ou dont on les depossédoit, quand ils refusoient d'embrasser le Christianisme.

Pour mieux tenir en bride les habitans naturels du païs, qui étoient presque tous des gens de main morte, que l'on tenoit dans une dure servitude, les Gentilshommes eurent la précaution de s'etablir dans des lieux naturellement forts, & d'y batir des Châteaux qui ne pouvoient être forcés que par un corps de troupes réglées. En sureté dans ces retraites, la Noblesse se rendit bientôt indépendante, ne reconnoissant en aucune maniere l'autorité du Souverain, & négligeant bien souvent de lui demander jusqu'à l'investiture des fiefs, qu'elle tenoit cependant de sa pure libéralité. Quand un Gentilhomme avoit quelque grief contre un autre Gentilhomme, ou contre une Ville, au lieu de porter ses plaintes au Souverain, il envoyoit (*p*) défier son ennemi, ce qui étoit une déclaration de guerre formelle. Les Villes prenoient le même parti dans les différens qu'elles avoient avec la Noblesse, ou avec d'autres Villes; chacun se rendoit justice à soi-même, de sorte que la Poméranie & la Marche étoient continuellement affligées d'une foule de guerres intestines, que les sujets se faisoient réciproquement, sans qu'il fut au pouvoir du Prince de l'empêcher. Il y avoit d'ailleurs un Article qui donnoit lieu à des contestations, & à des guerres presque continuëlles, entre la Noblesse & les Villes. En conséquence d'un usage fort ancien, qui avoit passé en Loi, les gens de main morte qui se réfugioient dans une Ville, & qui y demeuroient un an & un jour sans être reconnus & reclamés, devenoient libres, & ne pouvoient plus être répétés, par le Seigneur de la terre à laquelle ils étoient attachés. C'etoit là le grand grief de la Noblesse, qui se plaignoit qu'on lui débauchoit tous les jours ses meilleurs sujets, & qui ne manquoit jamais d'user du Droit de représailles, enlevant & retenant les Bourgeois & leurs effets, jusqu'à ce qu'on lui eut donné une satisfaction raisonnable. Enfin, car il faut trancher le mot, la Noblesse de Poméranie, & de la Marche, ne tenoit pas à deshonneur de *vivre*, ce qu'on appelloit alors, *de l'etrier*, c'est à dire, de faire le mêtier d'un véritable brigand. Un Gen-

(*p*) C'est ce que les Ecrivains de la Basse Latinité appellent *diffidare*; en Allemand *absagen*.

Gentilhomme qui se trouvoit mal partagé des biens de la fortune, pourvû qu'il eut du coeur, avoit toujours une ressource prête pour ne manquer de rien. Il alloit se poster dans un grand chemin, rançonnoit les passants, les dépouïlloit, les massacroit quand ils osoient faire quelque résistance, sans que de pareils attentats fussent ni recherchés, ni punis, & sans qu'ils fissent seulement jusqu'au moindre tort à la réputation d'un Gentilhomme. Je sai que cet étrange Privilége que la Noblesse s'attribuoit, *de vivre de l'etrier*, étoit un reste de l'ancienne ferocité des peuples Scythes & Celtes *, qui regardoient comme une vile populace les gens qui exercoient un mêtier, au lieu que les Nobles & les grands Seigneurs ne devoient vivre que de guerre & de rapine. Mais, outre que le préjugé pour être ancien, n'en étoit pas moins odieux, il y a d'ailleurs ici une chose qui révolte encore plus. Les brigands dont il s'agit étoient Chrêtiens. Ils prétendoient ne s'être transplantés dans la Marche, & en Poméranie, que pour y établir une Religion qui ne prêche & ne recommande que l'humanité, la justice, & la charité. C'etoit sans contredit le plus choquant de tous les contrastes.

* Voy. *Hist. des Celtes*, Liv. II. p. 346. 410.

Voilà l'état où *Bogislas* trouva les affaires, lorsqu'il parvint à la Régence. *Klemzau* le remarque avec sa naïveté ordinaire. † *On ne voyoit*, dit il, *ni justice dans les tribunaux, ni dépendance parmi les sujets. Les grands chemins n'etoient surs, ni par terre, ni par eau; chacun faisoit ce qu'il lui plaisoit. Quand une Ville avoit quelque différent avec une autre Ville, on commençoit par se rendre justice à soi-même; on saisissoit les effets des Bourgeois & des Marchands de la Ville dont on étoit mécontent. La Noblesse en usoit de la même maniere. Un Gentilhomme declaroit la guerre à une Ville, ou à un autre Vassal, à l'insçu & sans le consentement du Souverain. Quand le Prince entreprenoit de lever une armée pour remèdier au mal, les troupes des Villes ne s'accordoient pas avec celles que la Noblesse fournissoit, de sorte qu'il est facile de se représenter l'étrange confusion qui devoit résulter de tous ces abus.*

† p. 153-159.

Il faut que je rapporte à cette occasion l'une des avantures dont la vie de *Bogislas* est toute remplie. Elle est des plus grotesques, mais elle montrera quel cas la Noblesse & les Villes de la Poméranie faisoient de la personne & de l'autorité de leur Souverain, avant que Bogislas leur eut appris à respecter ses ordres, & à obéïr aux Arrêts de son Conseil. Un jour que ce Prince etoit allé se divertir au Château de *Zanau* (q), quelques Gentilshommes de sa suite, ayant été informés qu'il devoit passer dans le voisinage une Compagnie de Marchands *, avec des Marchandises qu'ils apportoient de la Foire de *Dantzig*, se mirent en embuscade dans un lieu commode, tomberent sur le convoi, & pillerent tous les effets, qu'ils trouvoient à leur gré, sans que le Duc eut aucune connoissance de ce qui s'étoit passé. Les Marchands ayant gagné la Ville voisine de *Cöslin*, où ils avoient leur établissement, se plaignirent au Magistrat, & à tous les Citoyens qui voulurent les entendre, de la violence qu'on leur avoit faite, & assurerent bien positivement qu'ils avoient été pillés par des gens de la Cour, qui s'etoient réfugiés avec leur butin au Château de *Zanau*. L'émotion que cette nouvelle causa parmi la Bourgeoisie, qui couroit de toutes parts aux armes, ne permit pas au Magistrat de prendre dans cette occasion le parti le plus sage, & le plus modéré, c'etoit d'envoyer une Députation au Duc pour lui exposer le fait, & pour lui demander une bonne & promte justice. Aux instances des plaignans, qui étoient soutenus par la Bourgeoisie, on fit partir sur le champ une troupe de gens de pied & de cheval, qui furent chargés de saisir & d'amener les brigands, ce qui n'empêcha pas qu'on ne leur recommandât aussi, de n'user d'aucune violence. Je m'imagine que cette clause fut ajoutée par le Magistrat, qui n'approuvoit point une pareille levée de bouclier. Au reste comme il n'étoit pas possible de saisir les brigands sans qu'il y eut des coups donnés, il étoit aussi très naturel de présumer qu'une populace

* *Klemzau*, p. 262. *Micral*. L. III. p. 299.

(q) En 1480. Le Chateau de *Zanau*, qui ne subsiste plus, étoit situé sur la Montagne, qui les gens du païs appellent le *Gollenberg*, à un mille d'Allemagne de la ville de *Cöslin*.

pulace armée, & transportée de fureur, ne feroit pas une ſemblable expédition ſans uſer d'une très grande violence. Quoiqu'il en ſoit, les troupes étant arrivées au Village de *Zanau*, & y ayant appris que les brigands étoient effectivement rentrés dans le Château *, l'entourerent de tous côtés, afin que perſonne ne leur échapât, pendant que les plus furieux ſe jetterent dans la cour, criant à tuë-tête qu'il faloit aſſommer tous ces coquins. Le Duc qui ne pouvoit comprendre, ni, qui étoit cet ennemi, ni pourquoi on venoit l'attaquer ſi brusquement, fût extrêmement ſurpris, de ſe voir tant de gens armés ſur les bras. Cependant, comme il étoit fort brave de ſa perſonne, il ne perdit point contenance; & quoiqu'il n'eut autour de lui que cinq ou ſix Gentilshommes, il ne laiſſa pas que de donner ſi vertement ſur les Bourgeois, qu'il vint à bout de les chaſſer du Château. Aprés qu'on eut levé le pont & fermé la porte, le Duc leur demanda par une embraſure ce qui les avoit amenés, & pourquoi on venoit l'attaquer à main armée. Les Bourgeois répondirent, que des Marchands de leur Ville avoient été pillés dans le grand chemin, par des gens de ſa ſuite, qui ſe trouvoient actuellement dans le Château; & qu'ils étoient venus demander, qu'on leur livrât ces brigands. Le Duc les aſſura là-deſſus qu'il n'avoit aucune connoiſſance du fait; il ajouta, qu'ils devoient ſe tranquilliſer, & que, pourvû qu'ils lui nommaſſent les coupables, il en feroit un châtiment exemplaire, de quelque condition qu'ils puſſent être. Une réponſe ſi raiſonnable ne contenta pas les Bourgeois. Le détachement étoit fort. Les Marchands ne vouloient, ni attendre, ni recevoir du Duc, une juſtice qu'ils étoient en état de ſe rendre eux-mêmes ſur le champ. La populace auſſi ne vouloit pas qu'il fut dit, qu'elle eut fait une expédition inutile. Ainſi les troupes ayant repris courage, aſſaillirent le Château, abbatirent le pont-levis, rompirent la porte, & rentrerent dans la cour les armes à la main. Le Duc s'avança à la vérité pour les repouſſer, & bleſſa même pluſieurs des ennemis; mais il auroit péri à ſon tour ſous la main d'un Bourgeois, qui allongeoit déjà ſa halebarde pour le percer, ſi le Capitaine du Château, *Adam Podewils*, n'a-

* *Klemzan* p. 163.

n'avoit paré le coup, & terrassé le Bourgeois. A la fin il falut céder au nombre. Le Duc ayant été blessé, avec tous les gens de sa suite qui s'étoient mis en défense, fut contraint de se rendre prisonnier. Comme le détachement ne s'étoit pas pourvû de voitures, & que les blessés n'étoient pas en état de suivre, ni à pied, ni à cheval, quelques Bourgeois coururent au Village, firent décharger des chariots qui menoient du fumier, & y placerent le Duc avec toute sa suite, qu'ils conduisirent ainsi en triomphe à *Cöslin*. Je m'imagine qu'on n'oublia pas de mettre aussi sur les chariots, ce que les Jurisconsultes appellent le *Corpus delicti*, c'est à dire, les Marchandises qu'on dût retrouver dans le Château; mais les Historiens n'en font aucune mention. Quoiqu'il en soit, pendant que tout cela se passoit à *Zanau*, le Magistrat, & les notables de la Ville de *Cöslin*, étoient en attendant dans de grandes perplexités, sur l'issuë d'une si folle entreprise. Comme ils promenoient leurs inquiètudes dans la place du Marché *, & qu'ils attendoient avec la derniere impatience des nouvelles du détachement, ils virent arriver un Huissier, auquel les troupes avoient fait prendre les devants, pour porter à leurs Concitoyens la nouvelle de la glorieuse victoire qu'elles venoient de remporter. L'Huissier arriva en sautant & en dansant, & criant de toute sa force : *Victoire, victoire, nous avons pris tous les brigands; nos gens les amenent, & le Duc avec eux.* La maniere dont il s'exprima, indiquoit qu'on amenoit les brigands, & leur chef.

* *Klemzau*, p. 164.

Cette nouvelle fut comme un coup de foudre, pour tous ceux qui prévoyoient les fâcheuses suites qu'une pareille violence ne manqueroit pas de trainer après soi. Dans une circonstance si délicate, les Senateurs ayant consulté un moment avec les principaux Bourgeois, & voyant que l'émotion de la populace étoit trop grande, pour qu'il falut penser à relâcher sur le champ les prisonniers, prirent le parti d'aller au devant du Duc hors des portes de la Ville. Celui qui portoit la parole pour tous les autres, le pria humblement de descendre du chariot pour se rendre à une auberge que le Magistrat lui avoit fait préparer,

&

& d'agréer le bon traitement que la Ville lui feroit selon ses moyens; l'assurant au reste qu'il ne lui arriveroit aucun mal, pourvu qu'il consentit de demeurer tranquillement dans la maison, avec sa suite, jusqu'à ce qu'on eut trouvé le moyen d'appaiser l'émeute du peuple. Cet arrêt où le Duc n'avoit été mis que pour la forme, ne fut aussi que de quelques jours, pendant lesquels le Magistrat n'épargna rien pour lui faire oublier le violent outrage qu'il avoit souffert. * En attendant, le bruit se répandit par toute la Poméranie, que *Bogislas* étoit détenu prisonnier à *Cöslin*. La renommée qui se plait ordinairement à grossir les objets, ajouta même qu'il avoit été assommé par les mutins. Comme le Duc étoit fort aimé, soit à cause de son bon caractère, soit parce qu'il étoit le seul Prince qui restoit de la maison de Poméranie, tout le païs se mit en mouvement pour délivrer son Souverain, ou pour venger sa mort. Comme le Magistrat reçut dans la Ville les Gentilshommes qui accouroient de toutes parts avec leurs vassaux, le Duc se vit en état de faire un exemple des séditieux, qui l'avoient traité avec tant d'indignité. Mais il préféra de donner lui-même un exemple de clémence & de modération. Soit qu'il eut été fléchi par les soumissions du Magistrat, soit qu'il comprit que les Gentilshommes de sa Cour avoient le plus de tort dans cette affaire, comme ayant été les aggresseurs, il ne voulut pas qu'il y eut du sang répandu, ni que personne fut flétri, ou puni corporellement, à son occasion. Il consentit même que *Martin de Fregeno*, Evêque de *Camin*, *Henning Borcke*, *Carsten Fleming*, *Werner Schulenbourg*, & quelques autres Gentilshommes qu'il avoit autour de lui, accommodassent l'affaire avec le Magistrat, & la Bourgeoisie, mais d'une maniere que l'autorité du Souverain n'y fut point commise. Il eut tout sujet d'être content de la sentence que ces arbitres prononcerent (*). Elle portoit en substance;

* *Klemzau*, p. 165.

1. Que la Bourgeoisie se désisteroit d'une somme de quelques mille florins qu'elle avoit avancés au Duc *Eric* pendant les dernieres

 guerres,

(*) *Klemzau*, ub sup. *Cramer*, Lib. II. cap. 46. p. 118.

guerres, & qu'elle payeroit de plus au Fisc une amende de 3000. florins.

2. Que le Duc seroit reçû dans la Ville avec toute sa Cour, & une escorte de 200 Cavaliers, & qu'il y seroit défrayé pendant quelques jours aux dépens de la Bourgeosie.

3. Qu'on abbattroit la porte par où le Duc avoit été conduit prisonnier, afin qu'il put entrer par la bréche.

4. Que le jour fixé pour l'entrée, le Clergé & les Compagnies Bourgeoises sortiroient de la Ville, en procession, précédés de la Croix, des Drapeaux & des Etendarts, & qu'aussi-tôt que le Duc seroit en présence, ils se prosterneroient tous en terre, lui demandant grace & merci, & le priant pour l'amour de Dieu de leur pardonner leur forfait.

5. Qu'enfin le Corps de Ville présenteroit à la Duchesse un joyau, avec une bourse de 200 florins.

Tous ces Articles furent fidèlement exécutés par *la Bourgeoisie*, qui avoit encore sujet de se feliciter d'en être quitte à si bon marché. Au reste cet accident, bien loin de déranger le Plan que *Bogislas* avoit formé des le commencement de sa régence, ne servit qu'a en accélérer l'exécution. Il comprit qu'il faloit remèdier à quelque prix que ce fut aux brigandages que la Noblesse commettoit jusques sous les yeux du Maitre, & apprendre aussi au Bourgeois à ne se point rendre justice à lui-même. En conséquence, il ordonna au Conseil qui venoit d'être établi tout nouvellement, d'écouter toutes les plaintes, de décider les causes avec équité, & sans aucune acception de personnes. Il s'agissoit apres cela de faire respecter & exécuter les Arrêts de ce Tribunal. La chose n'étoit pas facile, parce que les Princes de l'Empire n'avoient alors point de troupes réglées. Les Villes se montroient toujours prêtes à fournir leur contingent, quand il s'agissoit d'aller raser quelque Château qui servoit de retraite à des brigands; mais ces troupes se retiroient

tiroient quand on vouloit les mener au siège d'une autre Ville. La Noblesse au contraire ne manquoit jamais de se rendre à l'assignation, quand il étoit question de faire quelque entreprise sur une Ville, mais elle ne vouloit pas qu'on l'employât à soumettre un Gentilhomme. D'ailleurs, comme elle ne servoit qu'à cheval, elle n'étoit point du tout propre pour faire le siége d'une Ville.

Le Duc toujours occupé du bien public remédia à cet inconvénient, en faisant agréer aux Etats, qu'il mit sur pied une Compagnie de 200 Gens-d'armes qui furent choisis parmi la Noblesse du païs. On n'eut égard* en formant cette Compagnie, ni à la jeunesse, ni à la bonne mine des sujets qui se présentoient ; *Bogislas* voulut qu'elle ne fut composée que de gens d'âge & d'expérience, qui eussent non seulement du service & de la valeur, mais aussi de l'honneur & de la probité; il vouloit, dit *Klemzau*, qu'on pût les employer également au poil, & à la plume. Ce petit Corps de troupes réglées, qui paroissoit à peine suffisant pour emporter une bicoque, ne laissa pas que de rendre de bons services tant au Prince, qu'à l'Etat. Premièrement, elles nettoyerent parfaitement les grands chemins, en sorte qu'on pouvoit voyager d'un bout de la Poméranie à l'autre, sans aucune appréhension d'être, ni pillé, ni insulté ; 2. Quand un Gentilhomme avoit refusé de se rendre aux sommations du Conseil, ou d'obéïr à ses Arrêts, ce qui arrivoit souvent dans les commencemens, les Gens-d'armes qui connoissoient parfaitement le païs, alloient se mettre en embuscade dans les Villages, ou dans les forêts voisines du Château du Gentilhomme, & l'épioient si bien qu'il étoit enfin enlevé au dépourvû. Si le Gentilhomme qu'ils guettoient, leur échapoit, ils alloient mettre le feu à ses granges, à ses métairies, & éloignoient ceux qui accouroient pour éteindre les flammes, de sorte que le délinquant ne pouvoit éviter une ruïne totale, qu'en allant se remettre à la merci du Duc, & de son Conseil. 3. Les Gens-d'armes n'étoient pas moins redoutés dans les Villes, parce qu'au premier ordre qu'ils en recevoient, ils alloient se

* *Klemz.* p. 153.

rendre maitres de toutes les avenuës, & faisoient si bonne garde, qu'il ne pouvoit rien entrer dans la Ville, ni en sortir; ce qui entrainoit nécéssairement après soi la suspension du commerce, & le manque de vivres.

Après cela, *Bogislas* ne se reposoit pas tellement sur la vigilance de ses Gens-d'armes, qu'il ne se donnât souvent la peine de battre lui-même la Campagne, & de veiller en personne à la sureté des grands chemins. * Malheur au brigand qu'il attrapoit en flagrant délit; car il le faisoit pendre sur le champ & sous ses propres yeux. En cela, dit encore *Klemzau*, † il marchoit sur les traces de son Oncle *Wratislaf*, qui étoit aussi grand ennemi des brigands, & qui en avoit si bien purgé son païs, qu'il disoit à ses païsans: *Mes enfans, gardez vos vaches du loup; j'auray soin de les garder des voleurs.* Effectivement ce qu'il fit à l'egard d'un Capitaine de vaisseau nommé *Eysenborn*, montre qu'il étoit implacable sur cet article. Le fait est assez curieux pour mériter d'etre rapporté. (*) Pendant la guerre qui s'alluma entre la Suede & le Danemarc, à laquelle les Ducs de Poméranie ne prirent aucune part, (r) quoique les Villes Anséatiques de leur domination y fussent envelopées, le Capitaine *Eysenborn*, natif de *Barth*, qui servoit l'une des puissances belligerantes, fit une descente sur les terres du Duc *Wratislaff*, & enleva à ses païsans beaucoup de bétail & de viandes fumées, qui servirent à avitailler son vaisseau. Le Duc qui en fut informé, lui garda cette rancune pendant sept ans tout entiers. Au bout de ce terme, *Eysenborn* qui croyoit la chose oubliée, revint dans sa patrie. Malheureusement pour lui, il fut rencontré par le Duc qui étoit à la chasse, & qui, aussi tôt qu'il l'eut appercû, lui dit: *Pourquoi dans un tel tems, & dans un tel endroit, as-tu enlevé à mes païsans leurs vaches & leur lard?* Le Capitaine, qui ne s'attendoit pas à un pareil compliment, en fut tout bouleversé. Ayant cependant repris ses esprits

* *Klemzau*, p. 159.

† p. 149.

(*) *Klemzau*, p. 149. *Stephani*, L. III. p. 43.

(r) *Wratislaff X.* Duc de *Barth* & de *Rügen* parvint à la Régence en 1457. & mourut en 1478.

esprits, il répondit : *Monseigneur, cela s'est passé pendant la guerre.* Mais le Duc repliqua sans hésiter; *si nous étions alors en guerre, la paix n'est pas faite aujourd'hui; ainsi tu payeras cette affaire de ta tête.* (s) *Eysenborn* recourant aux prieres & aux supplications, dit au Duc; *j'espère, Monseigneur, que vous n'en viendrez pas à cette extrémité; mais, si on me fait quelque violence, j'ay assez d'amis pour venger ma mort.* Toutes ces représentations ne fléchirent point le Duc. Tirant de sa manche une corde dont il se servoit pour arrêter ses chiens, il y fit un noeud coulant, & dit à l'infortuné Capitaine: *voilà une cravate pour toi,* (t) *je m'accomoderai avec tes amis, comme je pourrai.* En disant cela, il ordonna qu'on mit la corde au cou du criminel, le fit attacher à un arbre, & fouëtta lui-même le cheval sur lequel *Eysenborn* étoit monté. „Il fit, dit *Klemzau*, beaucoup de pa- „reils exploits, que nos vieillards racontent encore aujourd'hui avec dé- „lectation.„ Je m'imagine qu'on trouvera dans tout cela beaucoup de férocité & de barbarie. Peut-être aura-t-on raison. Je dois avertir cependant que les idées ont entierement changé sur cet article. Dans ce tems-là un Prince, ou un Magistrat, ne se deshonoroient point, en exécutant les sentences qu'ils avoient prononcées, & en faisant eux-mêmes justice des criminels. Pour le prouver, je n'alléguerai point le célebre passage d'*Howedenus* dans lequel on a cru trouver que la charge de grand Bourreau étoit autrefois en Angleterre l'une des principales dignités des l'Etat. † *Rex Harde Canutus, Alfricum Eboracensem Archiepiscopum, Godwinum Comitem; Stir Majorem Domus, Edricum dispensatorem, Thrond summum carnificem, & alios magnæ dignitatis viros Londinum misit.* Le mot de *Carnifex* désignoit dans la Basse Latinité, non pas un Bourreau, mais un Boucher. M. *du Fresne* * en donne plusieurs exemples dans son Glossaire, & les Diplomes de notre Marche en fournissent aussi des preuves. (u) Ainsi *summus Carnifex* étoit ce qu'on

ub. sup.

Hagenb. Germ. Med. p. 7

† *Howedenus,* ad an. 1040.

* Tom. I. p. 940.

(s) *Du must es mit dem Kragen bezahlen.*

(t) *Komm, du must in das Loch kuchen.*

(u) *Nos Consules de Struzeberg præsentibus recognoscimus & protestamur, quod nos macella*

qu'on appelloit autrefois le *grand Queux*, ou comme nous le dirions aujourd'hui, *le grand Maître de la Cuisine*. Mais au reste, on voit dans l'Histoire d'Allemagne qu'il n'y avoit autrefois point de gens établis d'office pour exécuter les criminels. Ainsi *Keysler* (x) rapporte une sentence de l'an 1400. qui charge le demandeur de pendre de ses propres mains un brigand qu'il avoit fait arrêter, ou de trouver quelcun qui en fit l'office. On y voit encore que, dans la plupart des Tribunaux, c'étoient les plus jeunes des Juges, ou des Assesseurs, qui exécutoient les criminels. *Schottelius* cite par exemple une ancienne ordonnance, qui porte *que les plus jeunes des Juges prendront le criminel, & le pendront sept pieds plus haut qu'on ne pend les autres voleurs.* (y) Enfin c'est un fait connu, qu'Henri Duc de Meklenbourg qui vivoit sur la fin du XIV. siecle, & qui faisoit les délices de ses sujets à cause de ses excellentes qualités, étoit enflammé, pour me servir des termes de *Krantzius*, (*) d'un tel zele pour la justice, qu'il pendoit de ses propres mains tous les brigands qu'il prenoit sur le fait. On l'appelloit pour cette raison *Henri l'etrangleur*, *Suspensor*, ou *Jugulator*. Si après ces éclaircissemens on trouvoit encore quelque chose de dur & de rustique dans cette maniere de procéder, bien qu'elle fut généralement établie, je pourrois ajouter aussi qu'il y a dans tout cela plusieurs choses qui me paroissent purement arbitraires; peut-être serois-je même en état de prouver que nous

cella nostra in Struzeberg, olim nostris sumtibus ædificata, ipsis carnificibus demum reliquimus. Diploma ap. *Becman.* Hist. Anh. Tom. I. p. 195. *Districte præcipimus & volumus ne ipsi carnifices carnes putridas, corruptas, sophisticas, in eorum macellis vendendo exponant.* Ibid.

(x) *Keysler*, p. 165. ex *Wehmeri* Obs. præt. in voce *Besiehmen*. *So möcht er den hencken mit seiner selbst hand; oder ob er jemand hätte, der das vor ihm thäte.*

(y) *Schottel. de Ant. Germ. Jur.* cap. XXIX. 567. ex *Münsteri Cosmogr.* Lib. III. p. IIII. *in veteri ordinantia lauten die Worte also: Zwey junge frey Schoppen sollen ohm nohmen, und leiden ön sieben Fuß van der Stelle, und hengen ohn sieben Fuß höher, denn einen andern Dieb.* Voy. *Keysler*, ub. sup. p. 167.

(*) *Krantz. Vand.* Lib. IX. cap. 8.

nous conservons encore plusieurs idées, & plusieurs coutumes qui ne sont autre chose que des restes de l'ancienne barbarie. L'idée par exemple que la véritable Noblesse ne peut s'acquérir que par les armes, & qu'on peut l'acquérir, non seulement dans une guerre juste & nécessaire, mais encore dans les guerres les plus injustes, & lorsqu'on ne sert qu'en la simple qualité de volontaire, ou de mercenaire, comme les gladiateurs qui vendoient leur sang & leur vie pour de l'argent. Le préjugé encore, qu'un Gentilhomme conserve & transmet sa Noblesse, pourvû qu'il passe sa vie à ne rien faire, au lieu qu'il se dégraderoit en exercant un metier honnête & utile à la societé ; La fureur enfin des Duels, dans lesquels le plaignant fait en même tems l'office de juge & de partie, & exécute aussi de sa propre autorité l'arrêt qu'il a prononcé ; les loix de l'honneur ne lui permettant pas d'en donner la commission à un autre. Les Grecs, les Romains, les Turcs même ont condamné cent & cent fois cette férocité des peuples du Nord, & nous ne voulons pas nous en corriger. Mais ce n'est pas dequoi il s'agit ici. Pour revenir à *Bogislas*, au moyen des divers arrangemens dont je viens de faire mention, il vint à bout d'une chose que ses prédecesseurs avoient tentée inutilement, c'estoit de faire rentrer la Poméranie dans la dépendance, où les sujets doivent toujours demeurer par rapport au Souverain, dans un Etat bien réglé. La Justice s'administroit fidèlement dans les Tribunaux, les grands chemins étoient surs, la Noblesse & les Villes jouïssoient d'une profonde paix, & vivoient ensemble dans une parfaite union. Tout cela s'exécuta même d'une maniere qui au lieu de révolter les sujets, ne servit qu'à les captiver de plus en plus. Le Duc, les Membres du Conseil, & même les simples Gens-d'armes étoient regardés par les gens de bien, comme autant d'Anges tutelaires, que la Providence leur avoit suscités pour les maintenir dans une tranquille possession de ce qui leur appartenoit, pendant que la crainte d'un châtiment promt & rigoureux obligeoit les brouïllons & les scélerats, à se tenir en repos, & à supprimer leurs mauvaises intentions.

L'autre avantage que *Bogislas* procura à ses Etats, & qui n'étoit pas moins considérable que le premier, fut qu'il trouva le moyen de rétablir le crédit public, avec ses propres finances. Les revenus des Princes Allemands consistoient dans ce tems-là, 1°. Dans les Domaines. C'étoient des Villages, des terres, des forêts, & d'autres biens fonds qui appartenoient en propre au Souverain, & qu'on désigne ordinairement sous le nom de Bailliages. 2°. Dans la Taille que les Villes payoient, tant pour les maisons des Bourgeois, que pour les terres & jardins qui en dépendoient. 3°. Dans le Péage, qu'on levoit sur les voyageurs, & sur les marchandises, qui entroient, ou qui sortoient par terre ou par eau. La Noblesse & le Clergé étoient francs de tout Droit. Cependant, quand le Prince savoit ménager les Etats, & gagner leur affection, il en obtenoit souvent des Dons gratuits, auxquels la Noblesse, le Clergé, & les Villes, contribuoient à proportion de leurs facultés. Tous ces revenus, fixes ou casuëls, des Ducs de Poméranie étoient en eux-mêmes tres peu de chose. Mais *Bogislas* les trouve d'ailleurs ruïnés & réduits à rien, tant par la mauvaise administration, que par la longue guerre que le païs avoit soutenuë, contre l'Electeur de Brandebourg & ses alliés. La plupart des Domaines avoient été vendus ou engagés pour subvenir aux fraix de la guerre; il y en avoit d'autres, qui avoient été usurpés par des particuliers, au milieu du trouble & de la licence que la guerre porte ordinairement avec soi. Les Tailles & les Péages étoient hypothéqués pour la plûpart, ou à la Noblesse, ou à quelques villes Anseatiques, pour la sureté de leurs avances. Le païs aussi, qui etoit pauvre & ruïné, n'étoit guères en état de faire des dons gratuits au Prince, pour l'aider à remettre ses affaires, & à se libérer des dettes dont il etoit chargé. La Duché de *Stettin*, qui étoit la Province la plus riche du païs, * rapportoit à peine 5000 florins, & c'étoit là ce qu'il y avoit de plus liquide dans les revenus du Duc. Mais ce petit revenu qui lui restoit, étoit d'ailleurs si mal administré qu'il n'en entroit que la moindre partie dans les coffres du Prince. † Le Trésorier recevoit & payoit sans tenir aucun compte; on s'en rapportoit

* *Stephani*, Lib. III. p. 34.

† *Micrælius*, Lib. III. p. 300. 301.

toit à sa bonne foi ; & selon les apparences, il n'étoit guères possible d'en user autrement, parce que dans ce tems là, les Ecclésiastiques étoient à-peu près les seuls, qui sussent lire & écrire, tant en Poméranie que dans la plus grande partie de l'Allemagne. Il faut entendre ce que *Klemzau* rapporté sur ce sujet * avec la naïveté qui lui est ordinaire, & comme témoin oculaire de la chose. *Le Trésorier tiroit les revenus du Souverain sans en tenir aucun compte, & ne donnoit au Prince que ce qu'il trouvoit à propos. Afin que les payemens qu'il faisoit parussent beaucoup, il avoit soin de mettre tout l'argent qu'il devoit payer, en petite monnoye, dont on remplissoit de grands sacs ; de sorte qu'il faloit quelquefois plusieurs chariots pour les transporter. Avec cela le Trésorier avoit la précaution de faire glisser secrètement quelques pieces d'or au maitre, qui trompé par cet appât, disoit que ces bonnes gens donnoient beaucoup, & qu'il faloit bien qu'ils gardassent quelque chose pour eux ; d'où il arrivoit que les comptes même du Receveur, quand il jugoit à propos d'en produire, étoient approuvés & quittancés sans aucun examen.* * p. 139. 15

Le mauvais état où étoient depuis longtems les finances des Ducs de Poméranie, les avoit réduits à mener une vie ambulante, qui ressembloit assez à celle des Bohémiens. Ils se transportoient continuëllement d'un lieu à l'autre, & vivoient partout aux dépens du public. Comme les plus grandes richesses de l'Etat étoient entre les mains du Clergé, & que d'ailleurs la guerre l'avoit épargné plus que les autres sujets, les Ducs avoient pris insensiblement la coutume d'aller passer avec toute leur Cour (*) quatre, cinq, & jusqu'à six mois de l'année, dans quelcune des riches Abbayes que leurs Ancêtres avoient fondées. Le prétexte le plus ordinaire de les visiter, étoit que la Cour vouloit prendre le plaisir de la chasse dans le voisinage, & délivrer le Païsan des bêtes sauvages qui ruïnoient ses moissons. Mais comme les chasseurs & leur suite étoient défrayés en attendant des revenus de l'Abbaye, on sent

 bien

(*) *Klemzau*, p. 157. *Cramer*, Lib. II. cap. 46. p. 118.

bien que le Couvent devoit souffrir beaucoup plus de ces visites, que le gibier. Ce qu'il y avoit ici de plus fâcheux encore, c'est que les Domestiques du Prince, qui servoient pour la nourriture & pour le vêtement, † & sans tirer aucuns gages, se croyoient en droit de prendre sur le païsan, les appointemens qu'ils devoient tirer du Maitre, pillant tout ce qu'ils trouvoient à leur bienséance, foulant les sujets, & en usant en un mot sur les terres des Monastères, comme s'ils avoient été en païs ennemi.

† *Klemzau*, p. 152.

Le Conseil que *Bogislas* avoit choisi, & auquel il avoit donné sa confiance, tira bientôt les affaires de la confusion & de l'embaras où elles étoient, & mit les finances en un si bel ordre, que le Duc passa bientôt pour l'un des Princes de l'Allemagne, qui entendoit le mieux l'Oeconomie. (*) On commença par dresser un Etat exact & détaillé des revenus actuëls du Duc, qui promit de son coté d'y proportionner sa dépense. C'étoit déjà une avance considérable. Il n'est pas possible qu'un particulier, encore moins un Prince, remette ses affaires, ni qu'il acquitte les vieilles dettes, aussi-longtems qu'il vit d'une maniere qui le réduit à la nécessité d'en contracter tous les jours de nouvelles. On congédia les vieux Trésoriers dont j'ay parlé, pour établir en leur place des Receveurs entendus & fidéles, & on crut ne pouvoir mieux faire à l'un & à l'autre de ces égards, que de confier la recepte des deniers publics à des Ecclésiastiques. *Il* est vrai que ce n'étoit pas tout à fait le but de leur institution. Notre Seigneur avoit tiré des Apotres de la maltôte : il ne paroit pas que son intention ait été qu'on les y fit rentrer. Mais je m'imagine qu'on ne pouvoit faire autrement. J'ay déjà remarqué qu'il n'y avoit guères en Poméranie que le Clergé qui sut lire & écrire, & qui fut par conséquent en état de dresser des Actes, & de tenir des Comptes. D'ailleurs les Ecclésiastiques passoient pour honnêtes gens ; & il en faloit pour savoir au juste ce que chaque branche des revenus du Prince pouvoit rapporter. Enfin ces nouveaux Receveurs servoient presque sans

(*) *Klemzau*, p. 155. *Cramer*, ub. sup.

sans gages, parce qu'ils avoient l'espérance d'être pourvus de quelcun des bénéfices, qui étoient à la disposition du Maitre.

Après avoir fait ces arrangemens, on pensa aux moyens d'augmenter les revenus du Duc, mais d'une maniere que le Public n'en souffrit point. On rétablit la Monnoye; & on la mit sur un si bon pied, que ce seul article fit monter d'un quart les revenus du Prince. Le Conseil aussi revendiqua les Domaines, dont des particuliers s'étoient emparés pendant les troubles, sans titre legitime; & la chose se fit avec l'agréement des Etats, qui consentirent encore d'avancer au Duc toutes les sommes dont il pourroit avoir besoin, pour racheter les Domaines & les autres Droits qui avoient été engagés & hypothequés pour subvenir aux fraix de la guerre. Enfin on fit entendre aux Abbayes & aux Chapitres, que s'ils vouloient se taxer de leur bon gré à une certaine somme, * qu'ils pourroient fournir en argent & en denrées, le Duc promettroit de son côté de ne plus aller s'établir chez eux avec sa Cour, & que, lors même qu'un voyage, une expédition, ou quelque autre necessité urgente, l'obligeroit à prendre son logement dans le Monastère, il n'y demeureroit jamais au delà de trois jours. Il est facile de juger, par ce que j'ay dit plus haut, que la proposition fut acceptée avec joye, & ces contributions volontaires du Clergé, suffirent pour entretenir magnifiquement le Duc avec toute sa Cour. Tout cela se fit par les avis de *Verner Schulenbourg*, qui étant l'ame du Conseil, & ayant en particulier la direction des finances, eut aussi le principal honneur de les avoir remises sur un bon pied. Mais il faut avouër après cela, que ce Ministre fit entrer le Duc dans des détails, qui pouvant être nécessaires & indispensables dans le commencement, commirent ensuite la grandeur d'un Prince Souverain, qui ne doit point lésiner sur des minuties, ni pousser l'oeconomie à un point qui détruise la circulation des especes, & qui fasse des coffres du Maitre une espece de gouffre & d'abisme, où tout entre, & d'où rien ne sort. On a vû plus haut que, lorsque *Bogislas* parvint à la Régence, il

Micrel. p. 300

* *Klemzen* p. 157. *Cramer* ub. sup.

il trouva son Païs, & ses finances entièrement ruinées. (*) Comme l'argent étoit depuis longtems extrêmement rare en Poméranie & surtout à la Cour, il étoit arrivé de là, que lorsque le Duc résidoit dans quelcun de ses propres Châteaux, les Maitres d'Hotel, qui n'étoient jamais en état de faire des provisions à propos, tiroient des Villes les plus voisines, les denrées & les marchandises dont on avoit besoin; & ils les achetoient ordinairement à un prix excessif, parce qu'ils étoient obligés de les prendre à crédit, & que le payement en étoit toujours fort lent, & souvent très incertain. Pour remédier à cet inconvénient, *Schulenbourg* prit divers arrangemens qui firent beaucoup crier le sujet. Il établit, par exemple, au nom du Prince des Brasseries, des Boulangeries, des Boucheries, & des Magasins qui fournissoient la Cour de tous les vivres qui s'y consumoient. Il envoya des facteurs aux foires de *Dantzig*, de *Francfort*, & de *Leipzig*, pour y acheter de la premiere main les vins, & les autres marchandises, que le païs ne fournissoit pas. Enfin, pour empêcher autant qu'il étoit possible la sortie des especes, il fit équiper encore plusieurs vaisseaux, qui portoient en *Hollande*, du grain, & du bois de charpente, pour en rapporter des Draps, des Toiles, des Epices, &c. Cet esprit de ménage donna beaucoup de mécontentement aux Villes Anséatiques de la Poméranie, qui depuis plus de deux Siècles étoient en possession de fournir le païs de toutes les marchandises dont il avoit besoin. Les Marchands de *Stralsund* en particulier, voyant que les plaintes & les représentations qu'ils avoient faites sur ce sujet pendant plusieurs années, étoient toutes inutiles, prirent enfin le parti d'arrêter en 1510. trois Vaisseaux chargés de grain que le Duc envoyoit en *Hollande* pour son compte (**); & pour justifier une entreprise si hardie, ils oserent même lui exposer, qu'il ne convenoit point du tout à un Prince Souverain d'équiper des Vaisseaux Marchands, & qu'il ne pouvoit d'ailleurs s'ériger en négociant, sans porter atteinte aux droits

(*) *Klemzan*, pag. 158. *Micrælius* p. 301.

(**) *Klemzan*, p. 268. *Micrælius*, Lib. III. p. 316. 317.

droits des Villes Anséatiques, qui tenoient de ses Ancêtres, le Privilége exclusif de négocier dans le païs. Mais *Bogislas*, qui avoit les mains plus longues que ses Prédecesseurs, n'étoit pas homme à plier. Il contraignit la Ville de *Stralsund*, non seulement à lui restituer ses Vaisseaux, mais encore à lui payer une amende de 3000 Florins, & à se démettre de la haute & basse Justice des Villages, qui appartenoient à la Ville. En conséquence des divers arrangemens dont on vient de faire mention, *Bogislas* se vit bientôt au-large; & au bout de quelques années *, il eut payé les dettes que ses prédécesseurs lui avoient laissées, remboursé les sommes qu'on lui avoit avancées, & fait encore des épargnes considérables. Au reste l'oeconomie que *Schulenbourg* avoit introduite à la Cour, n'empêchoit pas qu'on n'y fit une grande dépense. Le Duc aimoit beaucoup l'éclat, & si j'ose le dire, le faste (*). Prenant plaisir à voir beaucoup de monde, & encore plus à en être vû & regardé, il vouloit que tout fut magnifique chez lui, sa Cour, sa Table, ses Equipages, ses Ecuries. Comme il entretenoit dans cette vuë un grand nombre d'Officiers & de Domestiques, qui étoient bien & largement payés, il prétendoit aussi que tous ceux qui étoient à son service, lui fissent honneur de ce qu'il leur donnoit. Les Courtisans qui connoissoient sur cet article le goût, dirai-je, ou le foible de leur Maitre, étoient obligés de s'y accommoder, s'ils vouloient en être regardés favorablement; & le grand Maitre *Schulenbourg* leur donnoit certainement bon exemple, s'il est vrai, comme l'assure *Klemzau*, † qu'il ne sortoit jamais de chez lui, qu'il ne fut accompagné de seize Cavaliers tout au moins. *Bogislas* abhorroit d'ailleurs la solitude; incapable de s'occuper dans son Cabinet, il lui faloit de ces récreations bruyantes qu'un Prince ne peut se procurer qu'à grands frais, parce qu'elles demandent de grands préparatifs, & qu'elles occupent beaucoup de monde. Ses divertissemens les plus ordinaires, * étoient la Chasse, & la Musique. Je m'imagine que cette Musique étoit des plus bruyantes, le même Historien avertissant

* *Klemzau*, p. 157.

† p. 160.

* *Klemzau*, p. 317.

(*) *Klemzau*, p. 152. 318. 319. *Micralius*, Lib. III. p. 332.

* p. 160. tissant * que *Bogislas* entretenoit deux Timbaliers, douze Trompettes, avec une foule d'autres Musiciens, entre lesquels il y en avoit plusieurs qui jouoient de la harpe, ou qui touchoient les orgues. Enfin † il ne se passoit presque point d'année, où le Duc ne donnât à sa Cour, tantôt un tournoi, un carrousel, une course de chevaux, ou quelque autre divertissement de cet ordre. Comme il avoit soin d'y faire inviter la principale Noblesse du païs, & qu'il y avoit ordre de la bien recevoir, & de la défrayer de tout, les Gentilshommes, pour répondre à cet honneur, n'oublioient pas de paroitre à la Cour, avec des livrées & des équipages magnifiques, & d'y faire belle dépense, d'autant plus que c'étoit le vrai moyen de gagner les bonnes graces du Duc. On comprend facilement par ce détail, que si les Marchands ne gagnoient pas beaucoup avec le Souverain, ils devoient cependant faire des ventes considérables à la Cour & à la Noblesse; & on ne doutera pas après cela, de ce que les Historiens assurent unanimement, savoir que le Commerce fut sur un pied très florissant en Poméranie pendant le gouvernement de *Bogislas*. *L'argent*, disent-ils, *rouloit à la Cour, & se répandoit de là dans tout le païs, principalement dans les Villes de commerce.*

† *Klemzau*, 160. 317. 320.

Je vais rapporter présentement quelques uns des évenemens les plus remarquables de la vie de *Bogislas*. En 1486. il accorda la Princesse *Catherine* sa soeur, à *Henri*, surnommé le *Mauvais*, (z) Duc de Brunswig, & la conduisit lui-même à son Epoux, s'étant fait accompagner dans ce voyage de mille Cavaliers (a) qu'il avoit tirés de la principale Noblesse de son païs. En cela il suivoit le penchant qu'il avoit à la magnificence, & peut-être que dans toute autre occasion, cette splendeur auroit fort incommodé son futur beau-frère. Mais, comme

(z) *Heinrich der Quade.* Voyez *Rethmeier*, *Chron. Brunsw.* T. II. p. 821. *Micralius*, Lib. III. p. 301. *Eikstedt*, p. 112. *Bothenis Chron. Brunsw.* ap. *Leibnitz.* in *Scrip. Rer. Brunsw.* T. III. p. 422.

(a) *Klemzau* dit 900 Lances. p. 169.

comme celui-ci étoit en guerre avec la Ville de *Hildesheim*, qui étoit soutenuë par celles de *Brunswig*, de *Lünebourg*, de *Magdebourg*, de *Goslar*, & par quelques Seigneurs *Westphaliens*, un renfort de mille hommes, qui étoient tous des gens d'élite, le rendit redoutable à ses ennemis. On consentit de part & d'autre, que le Duc de Poméranie s'entremit pour un accommodement, & les Conseillers qu'il avoit amenés avec lui, proposerent des conditions si raisonnables, que la paix se fit à la satisfaction réciproque des parties. Il ne faut pas que j'oublie ici une de ces Anecdotes, dont l'Ouvrage de *Klemzau* est rempli, mais qu'il tenoit toutes de bon lieu, & comme on dit, de la premiere main, parce qu'ayant passé sa vie à la Cour des Ducs de Poméranie, il avoit été témoin de la plûpart des faits qu'il rapporte. „ La Princesse *Catherine*, dit il, * étoit belle, mais fort grande, de sorte que le Duc, qui „ étoit d'une taille au dessous de la médiocre, paroissoit auprès d'elle „ un Nain. Le Duc, quoique fort petit, ne laissoit pas d'etre fort „ emporté, & dans ses vivacités il menaçoit quelquefois la Princesse „ de la battre. Quand elle le voyoit dans un de ces transports, elle „ le saisissoit au corps, l'élevoit en l'air, & le posoit ensuite à terre en „ lui disant : (b) *Tenez-vous en repos, mon cher Monsieur, & ne „ vous fachez pas si facilement.* Le tenant ainsi serré contre le plan- „ cher, elle ne le lâchoit pas qu'il ne fut appaisé, & qu'il n'eut fait la „ paix, qu'il acceptoit à la vérité, mais qu'il ne gardoit pas longtems. „ Je m'imagine pourtant que ces réconciliations, pour être fréquentes, n'en étoient pas moins sincéres; car il nâquit plusieurs enfans de leur mariage. (c) „ Ils tiroient tous, ajoute *Klemzau*, du côté de la Mere; „ & le Prince *Christophle* en particulier, qui fut dans la suite Archevê- „ que de *Breme*, avoit huit pieds de haut.

* *Klemzau* ub. sup.

p. 169.

Pour revenir à *Bogislas*, j'ay dit plus haut qu'il avoit épousé en 1476. la Princesse *Marguerite*, fille de *Frederic II.* Electeur de Brandebourg.

(b) *Sitzet, lieber Herr, und zürnet nicht so leicht.*

(c) Sept Princes & deux Princesses. *Rethmeier*, ub. sup. p. 864.

Ibid. p. 173. debourg. Ce mariage ne fut pas heureux. Ce n'est pas qu'il y eut rien, ni dans le caractère, ni dans la conduite de la Princesse, qui dut lui faire perdre l'estime & l'affection que son Mari lui avoit d'abord temoignée. Ce n'est pas aussi que le Duc en usât mal avec elle, ni qu'elle eut à craindre quelque emportement de sa part. Mais elle ne lui donnoit point d'enfans, & il en vouloit avoir à quelque prix que ce fut, parce qu'il étoit le dernier de sa race. Ses Courtisans aussi lui disoient & lui répétoient tous les jours, que ce seroit grand dommage, qu'un si beau païs tombât entre des mains étrangéres, & qu'une famille si illustre s'éteignit dans la personne d'un Prince, qui faisoit oublier tous ses Prédécesseurs, parce qu'il les avoit tous surpassés. Comme *Bogislas* savoit à n'en pouvoir douter, qu'il avoit un grand don de fécondité, il ne pouvoit se consoler d'avoir épousé une femme stérile. Il arrivoit de là qu'il regardoit la Duchesse avec beaucoup de froideur, boudant quelquefois avec elle pendant des semaines entieres, sans qu'elle put lui arracher une seule parole, ni apprendre le sujet de son mécontentement. Cette froideur augmenta de plus en plus, & dégénéra enfin en aversion, lorsqu'après dix ans de mariage il eut perdu toute espérance d'avoir lignée de son épouse, & que de mauvais esprits lui eurent insinüé, que la Maison de Brandebourg pour hériter de la Poméranie, avoit pris ses précautions de longue main, & qu'au moyen de quelque bruvage, ou de quelque malefice, auxquels on ajoutoit beaucoup de foi dans ce tems-là, la Princesse avoit été mise hors d'état d'avoir jamais des enfans. En attendant le Duc sauvoit au moins les apparences; il logeoit & mangeoit toujours avec la Duchesse, & lui faisoit rendre tous les honneurs dus à son rang. Mais il arriva en 1486. un incident qui fit un grand éclat, & qui mérite bien d'être rapporté avec quelque détail.

Comme on étoit informé à *Berlin* de la froideur qu'il y avoit entre le Duc & la Duchesse, & de ce qui en faisoit le principal sujet, l'Electeur *Jean* ne fut pas plutôt parvenu à la Régence, qu'il ordonna au Docteur

Docteur *Fritz*, son premier Médecin, de se rendre à la Cour de Poméranie, pour examiner attentivement l'état de la Duchesse, & pour voir s'il n'y auroit pas moyen de la délivrer de certaines incommodités, qui l'empêchoient d'avoir des enfans. Je ne doute point du tout que ce Médecin, qui pouvoit être un fort habile homme, mais qui étoit sans contredit un franc étourdi, n'eut toute la confiance de son Maitre. L'Electeur étoit un Prince grand & vigoureux, mais excessivement gros. Comme la graisse l'incommodoit beaucoup, il étoit toujours entre les mains des Médecins, & peut-être des Charlatans, qui le dégraisserent plusieurs fois, sans lui prolonger la vie, qu'il perdit en 1499 n'étant agé que de 44. ans. Quoiqu'il en soit le Docteur *Fritz* étant arrivé à *Ukermünde*, où la Cour de Poméranie se tenoit alors, n'y trouva, ni le Duc qui étoit à une partie de chasse, ni le Grand-Maitre, qui avoit profité de l'absence du Duc, pour aller passer quelques jours à son commandement de *Löknitz*. L'ordre, ou si l'on veut le Cérémonial qu'on observoit alors dans les Cours d'Allemagne, auroit voulu qu'il attendit le retour du Duc pour s'annoncer, où qu'il informât au moins quelque Membre du Conseil, du sujet de son voyage. Mais il crût sans doute que sa qualité de Médecin le mettoit au dessus de toute étiquette, & qu'il devoit avoir les entrées libres à la Cour de Poméranie, comme à celle de *Berlin*. Ainsi il alla descendre sans façon † au Château, & y prit son logement. Les Conseillers qui avoient suivi la Cour à *Ukermünde*, ne pouvoient comprendre qui étoit cet inconnu, qu'ils voyoient entrer chez la Duchesse à toutes les heures du jour, & se promener quelquefois par la Ville tout chamarré de dorures, & regardant tout le monde de haut en bas. Apres avoir consulté ensemble, ils se crurent obligés d'aller trouver la Duchesse, pour lui demander qui étoit ce nouveau venu, & à quelle intention il avoit été envoyé. La bonne Princesse leur répondit fort ingenument, que cet homme étoit le premier Médecin de l'Electeur, & qu'il étoit chargé par son Maitre de voir, s'il y auroit moyen de la guérir des incommodités qui rendoient son mariage infructueux. Cette réponse, au lieu de tranquil-

† *Klemzen*, p. 174.

lifer les Conseillers, ne servit qu'à augmenter leurs soupçons. Ils ne pouvoient comprendre que l'Electeur souhaitât sincérement, de voir des enfans issus du mariage de sa Cousine avec *Bogislas*, auquel il devoit succéder, supposé que le Duc mourut sans enfans. Ainsi les uns dirent que le prétendu Médecin étoit indubitablement un Espion. Le soupcon étoit ridicule ; un Espion ne se montre pas, & ne réüssit qu'autant qu'il trouve le secret de se cacher. D'autres ne douterent pas à la verité que *Fritz* ne fut Médecin, mais ils crurent aussi, qu'au lieu de guérir la Duchesse, il achéveroit de lui faire perdre le don de fécondité. Si la conjecture étoit fausse & maligne, on comprend pourtant qu'elle pouvoit se présenter à des esprits prévenus & mal tournés ; ils attribuoient à l'Electeur, ce quils auroient fait eux-mêmes dans une pareille occasion. D'autres enfin soutinrent que ce Médecin étoit arrivé pour susciter lignée au Duc, & qu'il prenoit avec la Duchesse des libertés, qui ne sont permises qu'à un Mari. C'étoit une détestable calomnie, qui se réfutoit d'elle-même. S'il étoit, comme on le disoit, de l'intérêt de l'Electeur que le Duc de Poméranie n'eut point d'enfans de son Epouse, comment pouvoit-on s'imaginer qu'il voulut lui en procurer par un adultère, & qu'il eut dépêché tout ouvertement son premier Médecin pour faire cette belle oeuvre ? Après une seconde consultation, les Conseillers jugerent que l'affaire étoit assez importante pour mériter d'être communiquée, *sinon au Duc lui-même*, au moins au Grand-Maitre, qui étoit dans le voisinage. Malheureusement pour notre Médecin, il y avoit dans ce tems là de la froideur entre les deux Cours, parce que *Bogislas* avoit negligé, & même refusé, de recevoir des mains du nouvel Electeur, l'Investiture de la Duché de *Stettin*, & de confirmer l'expectative que la Maison de Brandebourg avoit sur toute la Pomèranie, exigeant qu'on lui rendit avant toutes choses les Places de *Vierraden*, de *Löknitz*, de *Klempnau*, & de *Torgelau*. A cette occasion l'Electeur avoit fait faire un compliment fort desobligeant à *Schulenbourg*, qui servant en même tems deux Maitres, ne pouvoit guères les contenter tous deux, dans une circon-

Micrælius, L. III. p. 302.

Stephani, L. III. p. 59.

circonſtance ſi délicate. Il arriva de là que *Schulenbourg*, n'écoutant que ſon reſſentiment, & voulant faire ſentir à l'Electeur, qu'on auroit dû le mieux ménager, commença par ordonner que le Médecin fût mis aux arrêts ; & ayant enſuite expoſé la choſe au Duc, comme il le jugea à propos, ce Prince qui étoit naturellement défiant & jaloux, entra de grand coeur dans le reſſentiment de ſon Miniſtre. Le malheureux *Fritz* en fut la victime. On l'enferma dans une tour du Château d'*Uckermünde*, & on l'y fit périr de faim. Le traitement étoit ſans contredit des plus crüels, pour une faute qui n'étoit dans le fond qu'une pure étourderie. Mais dequoi ne ſont pas capables un Mari jaloux, & un premier Miniſtre qui ſe croit mépriſé & outragé? Il faut convenir au reſte que la démarche de l'Electeur, qui avoit envoyé *Fritz* à la Cour de Poméranie dans de pareilles circonſtances, étoit peu meſurée, quoiqu'elle eut été faite à très bonne intention ; & il eut d'autant plus de ſujet de s'en repentir, qu'elle ne ſervit qu'à rendre la condition de la Ducheſſe plus mauvaiſe. Depuis ce tems-là le Duc ne voulût plus la voir, quoiqu'il ne la laiſſât manquer de rien.

Micralius, ubi ſup. p. 303. *Klemzau*, ubi ſup.

Deux ans après il arriva à *Bogislas* un accident, qui fit encore mieux connoitre le caractère ſoupconneux & défiant de ce Prince. Un jour qu'il étoit à la chaſſe, & qu'il étoit deſcendu de cheval pour tuër un grand Cerf, * que les chiens avoient pouſſé dans le Cimetiére du Village de *Lipegard*, auprès d'*Uckermünde*, le Cerf esquiva le coup que le Duc vouloit lui porter, courut ſur lui, & le frappa ſi rudement dans la poitrine d'une de ſes cornes, que le poûmon & le foye qui paroiſſoient au travers de la playe en furent fort endommagés. Le bonheur voulut que les Chaſſeurs arriverent, dans le moment où le Cerf alloit porter au Duc un ſecond coup qui l'auroit immanquablement achevé. Ils tuërent le Cerf, & releverent leur Maitre qui avoit perdu toute connoiſſance. Les Médecins qui l'avoient accompagné à la chaſſe, ayant été mandés en toute diligence, lui firent revenir les eſprits, & jugerent à propos de le faire tranſporter ſur un chariot au

en 1488.

* *Klemz.* p. 176. *Micrali* L. III. p. 30

Château voisin d'*Uckermünde*, où l'on fit venir tout ce qu'il y avoit de plus habiles Chirurgiens à *Anclam*, à *Pasewalck*, & à *Stettin*. La playe ayant alors été visitée par les Médecins, & par les Chirurgiens, ils déclarerent tous unanimement qu'elle étoit des plus dangereuses *, & le Duc eut dix foiblesses consécutives, lorsqu'on se mit en devoir de la nettoyer, & d'y mettre le premier appareil. Comme la Poméranie n'étoit pas dans ce tems là le siège des Sciences, & des Arts, je n'ay point de peine à croire ce que dit *Klemzau*, que tous ces Chirurgiens étoient de parfaits ignorans, qui maltraiterent le Duc au lieu de le panser. Il en fournit effectivement deux preuves qui sont si convaincantes, qu'il ne faut pas être du mêtier pour en juger. Premièrement, ils lui couperent un morceau du poûmon, qui sortoit par la playe, & qu'ils prenoient pour des chairs baveuses. En second lieu, on vit après la mort de *Bogislas*, qu'ils avoient consolidé dans une même cicatrice, le poûmon & les chairs de la playe. Le bon tempérament de ce Prince le tira cependant d'affaire. Après qu'il eut été pendant quelques jours entre la vie & la mort, on le vit revenir & reprendre ses forces, & au bout de quatre semaines, il fut parfaitement rétabli, sans qu'il lui restât rien de ce fâcheux accident, que des oppressions dont il étoit incommodé pendant la mauvaise saison, ou lorsqu'il lui arrivoit de se trop fatiguer. Aussi-tôt que la Duchesse fut informée du malheur qui étoit arrivé à son mari, elle accourut, & lui fit demander avec le dernier empressement la permission de le voir, & de le servir pendant sa maladie. Mais le Duc se montra inflexible; elle eut ordre de s'en retourner, d'où elle étoit venuë. L'infortunée Princesse ne put résister à ce dernier chagrin, qui la jetta dans une langueur, dont elle mourut au bout de quelques mois. (*) L'Electeur de Brandebourg aussi ayant appris que le Duc étoit dangereusement blessé, fit partir sur le champ quelques Gentilshommes de sa Cour, pour aller lui témoigner combien leur Maitre étoit touché de l'accident qui lui étoit

* *Klemzau*, p. 177.

p. 178.

p. 177.

(*) En 1489. *Klemz.* p. 60. 177. *Grimmer*, Lib. II. cap. 47. p. 124. *Eickstedt*, p. 112.

étoit arrivé. Je ne doute point qu'ils ne fussent chargés encore, de profiter de l'occasion, s'ils la trouvoient favorable, pour lui inspirer de meilleurs sentimens en faveur de la Duchesse. Quoiqu'il en soit ces Gentilshommes s'étant fait annoncer, *Bogislas* s'imagina que c'étoient des espions, qui, sous prétexte de lui faire un compliment, n'étoient envoyés que pour savoir au juste s'il étoit mort ou mourant, ou s'il y avoit au contraire quelque espérance qu'il put réchaper de sa blessure. Rempli de cette idée il refusa absolument de leur donner audience. Le Conseil qui sentoit parfaitement, combien il importoit de ménager l'Electeur, dans une circonstance si critique, prit le parti d'amuser les Députés pendant quelques jours, en leur disant que le Duc étoit encore trop foible pour les recevoir. Ensuite on représenta à *Bogislas*, qu'il ne pouvoit renvoyer ces Gentilshommes sans leur donner quelque réponse, bonne ou mauvaise ; & à force d'instances, & de sollicitations on obtint enfin qu'il leur donneroit audience. * Aprés que le jour & l'heure en eurent été fixés, le Duc tout foible qu'il étoit se fit lever, & porter devant un grand feu de cheminée. Quand il crût avoir pris assez de couleur, il se fit habiller de ses plus beaux habits, & placer sur un fauteuïl ou il recût les Députés, comme s'il eut été en pleine santé. Aussitôt qu'ils se furent acquittés de la commission dont ils étoient chargés, le Duc crût pouvoir s'écarter cette fois de la Loi qu'il s'étoit prescrite, de ne donner jamais de réponse, qui n'eut été minutée auparavant dans son Conseil. Il leur répondit sur le champ, qu'il remercioit son Cousin de la part qu'il vouloit bien prendre à ce qui lui étoit arrivé, les chargeant au reste de rapporter à l'Electeur, que graces à Dieu il vivoit encore, & qu'il étoit même hors de danger : en un mot il leur insinua fort clairement qu'il se portoit beaucoup mieux que l'Electeur ne pouvoit le souhaiter, & qu'ils ne devoient pas se flatter de lui porter la bonne nouvelle de sa mort. Les Gentilshommes furent congédiés avec cette réponse, mais au reste le Duc se trouva si mal des efforts qu'il avoit faits pour soutenir cette entrevuë, qu'il en eut une longue foiblesse, qui fit encore craindre pour sa vie,

* *Klemzen* p. 176.

(*) En

(*) En attendant le bruit se répandit par toute l'Allemagne, & même dans les païs voisins, que le Duc de Poméranie étoit mort de sa blessure. Sur cette nouvelle *Casimir IV.* Roi de Pologne, jugea à propos d'envoyer à *Stettin* quelques Senateurs, qui étoient chargés de reclamer les Païs de *Lauënbourg* & de *Bûtau*, comme des fiefs relevans de sa Couronne. Les Senateurs ayant trouvé le Duc plein de vie, mais en duëil de son Epouse, lui insinuërent que le Roi leur Maitre avoit de belles Princesses à marier, & lui conseillerent de jetter ses vuës sur la Princesse *Anne*. *Bogislas*, qui comprenoit que l'Alliance du Roi lui seroit d'un grand appui contre la Maison de Brandebourg, goûta beaucoup la proposition. Ainsi * des que l'année de veuvage fut écoulée, il envoya à *Varsovie* quelques Seigneurs de sa Cour, qui conclurent le Mariage de leur Maître avec la Princesse, à laquelle ils assignerent un Douaire de 32000. Ducats, ou florins d'or de Hongrie. La somme étoit exorbitante, dans un tems où l'or & l'argent n'étoient pas aussi communs, qu'ils le devinrent après la découverte des Indes. Mais le Duc † l'avoit lui-même déterminée. N'ayant point eu d'héritiers de sa premiere Epouse, ne sachant pas s'il en auroit de la seconde, il étoit charmé, dit *Klemzau*, de pouvoir charger l'Electeur du payement d'une grosse pension. La Princesse fut ensuite amenée à *Stettin*, où les Nopces furent célébrées magnifiquement, le jour de la Chandeleur, 1491. (**) en présence de la Mère du Duc, & d'une foule de Princes étrangers qui y avoient été invités. La fécondité de cette seconde Epouse lui captiva le coeur de son Mari. Comme elle étoit d'un excellent caractère, elle n'abusa pas de la confiance que le Duc lui témoignoit. Au contraire elle s'en servit pour l'affermir de plus en plus dans la résolution qu'il avoit prise dès le commencement, de ne décider aucune affaire qui fut tant soit peu importante, sans avoir pris premiérement l'avis du Conseil, de sorte que la Poméranie fut parfaitement bien

* *Klemzau*, p. 181. en 1490.

† *Klemzau*, p. 182.

(*) *Micrælius*, L. III. p. 303. *Klemzau*, p. 180.

(**) *Micrælius* met 1490. ub. sup. Voyez. *Fridebörn*, *Historische Beschreibung der Stadt Stettin*. *Stettin*, 1613. p. 127.

bien gouvernée, aussi longtems que *Bogislas* eut assez de docilité pour se laisser conduire lui-même par sa femme, qui agissoit toujours de concert avec le Conseil. En 1493. *Schulenbourg* trouva enfin le moyen de procurer un accommodement entre ses deux Maitres. † L'Electeur voulut bien se désister de la Cérémonie de l'Investiture, sous la condition expresse, que toutes les fois que le fief viendroit à vaquer, les Ducs de Poméranie donneroient un Revers, pour assurer & pour mettre à couvert les Droits du Seigneur direct. Le Duc de son côté, en donnant le revers, renouvella & confirma l'Expectative que la Maison de Brandebourg avoit sur la Poméranie; (*d*) & depuis ce tems-là les deux Princes vêcurent ensemble en bonne harmonie.

† *Micralius* L. III. p. 302.

En 1496. (*) *Bogislas* qui avoit de son Epouse deux Princes & une Princesse, voyant que les affaires de son Païs étoient réglées & en bon état; que d'ailleurs il n'avoit rien à craindre des Princes voisins, qui étoient tous ses bons amis & alliés, résolut de faire le voyage de la Terre sainte, & de voir en passant la Cour de l'Empereur. La dévotion fut le prétexte de ce voyage. J'ose bien assurer que l'envie de paroitre, & d'étaler sa magnificence, en fut le principal motif. Les préparatifs qu'il fit pour le départ le montrent assez clairement. Il commença par assembler les Etats du Païs, & leur ayant communiqué le dessein ou il étoit d'aller visiter le Saint Sépulcre, il leur demanda un don gratuit, qui le mit en état de paroitre avec décence dans les différens païs qu'il devoit traverser. Comme il étoit aimé & adoré de ses sujets, la Noblesse, les Chapitres, les Abbaïes, lui accorderent de grand coeur une demi année de tous leurs revenus. Les Villes aussi fournirent leur *quotepart*, par une taxe sur les maisons. Cet article étant ainsi

Klemzau, 188. 189.

(*d*) Voy. *Diplomata Marchica a Gundlingio collecta* n. 173. 174. ils sont datés de *Königsberg* dans la Nouvelle Marche *post Judica*, 1493. Manuscript. Biblioth. Acad. Reg. Berolin.

(*). *Micralius*, Lib. III. p. 308. *Klemzau*, p. 187. *Cramer*, Lib. II. cap. 49. p. 128.

ainsi réglé à la satisfaction du Duc, & le don gratuit ayant même surpassé ses esperances, il choisit 41. Gentilshommes des mieux faits, & des plus distingués du païs, pour l'accompagner dans son voyage. Il mit aussi sur pied six Escadrons de Cavalerie pour lui servir d'escorte; & les Capitaines eurent ordre de n'y recevoir que des sujets qui fussent nobles, & de bonne mine. Toute cette suite du Duc fut habillée d'écarlate, sans en excepter même les Domestiques, ce qui n'empêchoit pas que la Noblesse ne fut distinguée par les plumets blancs qu'elle portoit au chapeau. Lorsque tout fut prêt pour le départ, il déclara la Duchesse Régente du païs pendant son absence, lui laissant *Benoit Wallenstein*, Evêque de *Camin*, & *George Kleist*, son Chancelier, (*) pour lui servir de Conseil, & partit ensuite de *Stettin* le 13 Decembre 1496. au milieu des fanfares de sa Cavalerie, comme s'il s'étoit agi d'aller conquérir la Terre Sainte, plutôt que d'y faire un voyage de dévotion. On peut bien juger que le voyage fut long. Outre que la Cavalerie qui l'escortoit ne pouvoit marcher qu'à petites journées, il ne trouvoit d'ailleurs dans son chemin, ni ville, ni bicoque, où il ne voulut faire une entrée magnifique, qui demandoit quelquefois des préparatifs de plusieurs jours. Ainsi il n'arriva à *Nürenberg* que dans le
1497. tems du Carnaval, & jugea à propos d'y passer un mois tout entier. Comme ses livrées & ses équipages ne lui paroissoient pas encore assez magnifiques, ce tems fut employé à enrichir son train d'une manière qui put lui faire honneur à la Cour de l'Empereur. Il donna pour cet effet à toute sa suite de nouveaux habits d'écarlate; & soit que les galons ne fussent pas connus de son tems, soit qu'il les trouvât trop communs, il préféra de faire couvrir les manches des habits qu'il donna à ses Gentilshommes, * de plusieurs rangs de perles fines. De *Nürenberg Bogislas* alla saluër l'Imperatrice (e) à *Worms*, & se rendit

* *Klemzau*, p. 192.

(*) *Cramer*, ub. sup. *Frideborn*, p. 129. *Eikstedt*, p. 113. 114. *Klemz.* p. 191. *Micral.* p. 308.

(e) *Cramer*, p. 129. l'apelle *Marie de Bourgogne*, mais il se trompe. Cette Princesse étoit morte en 1482. Il s'agit de *Blanche Marie*, fille de *Galeace*, Duc de *Milan*, & seconde femme de l'Empereur *Maximilien I.*

dit de là à *Inspruck*, où l'Empereur *Maximilien* étoit alors avec sa Cour. Ce Prince lui fit l'honneur de venir au devant de lui, accompagné de *Frederic*, Electeur de Saxe, de *Jean*, Duc de Saxe, frère de l'Electeur, d'*Eric*, Duc de Brunswig, des Evêques de *Bresse*, de *Worms*, de *Bamberg*, d'un Comte de *Schwartzbourg*, & de plusieurs autres Seigneurs, qui admirerent tous la magnificence, & la riche taille des Poméraniens, principalement du Duc, qui passoit sa suite de toute la tête. Au milieu des caresses & des honneurs qu'il reçut, on lui fit comprendre cependant, qu'il avoit trop de monde avec lui, & qu'une suite si nombreuse ne pourroit que l'embarasser extrèmement pendant tout le reste du voyage. *Bogislas* eut assez de docilité pour profiter de l'avis, d'autant plus qu'il avoit pleinement recueilli le fruit qu'il s'étoit proposé de tirer de sa magnificence, c'étoit de briller dans toute l'Allemagne, & de paroitre avec éclat à la Cour de l'Empereur. *Schulenbourg* eut ordre de s'en retourner en Poméranie avec la Cavalerie, & d'emmener avec lui tous les Domestiques dont on pouvoit se passer. Le Duc lui-même, * après avoir demeuré huit jours à *Inspruck*, partit pour Venise, où il arriva le 24 Avril avec sa suite qui n'étoit plus que de deux cent personnes. Pendant qu'on équipoit le Vaisseau sur lequel il devoit s'embarquer, il fit une petite excursion jusqu'à *Padouë*, d'où il ramena le Docteur *Laurent Paschase*, qu'il avoit engagé pour l'accompagner pendant son voyage, en qualité de Médecin. Après cela il ne pensa plus qu'à la dévotion. A voir la Metamorphose qui se fit subitement dans son train, on auroit dit qu'il alloit faire amende honorable au Saint Sépulcre, du faste avec lequel il avoit traversé l'Allemagne. Quittant ses armes & ses magnificences, il prit le bourdon, & l'habit de pélerin; les gens de sa suite en firent autant; (*f*) plusieurs Gentilshommes Allemands, François, Polonois, & Hongrois, qui souhaitoient de voir la Palestine, & qui avoient obtenu du Duc la permission

* *Klemzau*, p. 193.

(*f*) De ce nombre étoient *Christophle Polentz*, qui avoit été Gouverneur de la Nouvelle Marche, *Dietrich de Mandelslo*. *Cramer*, p. 129.

mission de l'accompagner, eurent la complaisance de s'équiper de la même maniere.

Nos Pélerins s'étant donc embarqués, & ayant mis à la voile le 21 de May, qui étoit le jour de la Pentecôte (*), furent assaillis à la hauteur de l'Istrie, d'une violente tempête qui les mit plusieurs fois en danger de périr. Ce ne fut cependant pour eux qu'un commencement de douleur. Lorsqu'ils eurent doublé la *Morée*, & qu'ils approchoient de l'Isle de *Candie*, il se virent attaqués (**) tout à coup par neuf Corsaires Turcs, qui portoient environ 1500 hommes. Le Chef de cette Escadre envoya d'abord sa chaloupe au Vaisseau, & fit dire aux Chrêtiens de se rendre, ou de se préparer à être tous massacrés. Le Patron eut beau arborer le Pavillon de Venise, produire ses Passeports, alleguer la Paix & l'Alliance qui subsistoit entre la République & la Porte Ottomanne, les Turcs s'en moquerent, & commencerent à tirer sur le Vaisseau. On jugera facilement que nos Pélerins furent bien étonnés de se voir ainsi pris au depourvû. On les avoit assurés à Venise qu'ils n'avoient à craindre pendant le trajet, que les risques de Mer; dans cette persuasion, ils y avoient laissé leurs armes, à la réserve de quelques épées, que la Noblesse avoit gardées pour la forme. Il n'y avoit d'ailleurs sur le vaisseau que quelques halebardes qui étoient toutes roüillées. Cependant *Bogislas* n'étoit pas homme à plier. Voyant que les prières & les représentations du Patron n'avançoient rien, il prit sur le champ son parti; ce fut de se mettre en défense, & d'ordonner à sa troupe d'en faire autant. Comme il remarqua que plusieurs de ses gens, épouvantés à la vuë de tant d'ennemis, & des flêches qui pleuvoient sur le vaisseau, quittoient le pont, pour aller se cacher dans les chambres, il les suivit & les ramena par les cheveux sur le tillac. Effectivement ils n'étoient pas meilleurs que lui, & puisqu'il étoit resolu de se défendre jusqu'à la derniere extrêmité, il étoit bien juste que ses Domestiques courussent avec lui la même fortune.

Le

(*) *Cramer*, Lib. II. cap. 49. p. 129. 130. *Micralius*, L. III. p. 307.
(**) Le Vendredi 30 Juin. *Klemzau*, p. 195.

Le Duc s'étant donc pourvû de l'epée & du bouclier du Patron, comme des meilleures armes qu'il y eut sur le Vaisseau, exhorta ses gens, & les autres passagers qui étoient sur le navire, à se défendre vaillamment, & à suivre le bon exemple qu'il alloit leur donner. Les Poméraniens se voyant réduits à faire de necessité vertu, s'armerent comme ils purent. Dans toute autre occasion, ç'auroit été une chose risible, de voir la maniere dont nos Pélerins s'équiperent pour le combat. Les uns coururent aux chaudrons & aux marmites qui leur servirent de pot en tête; d'autres apporterent des planches, des tables, des portes, qui leur tinrent lieu de bouclier. Mais ces gens qui étoient armés en cuisiniers, ou en marmitons, se battirent veritablement en lions, & soutinrent pendant quatre heures entieres l'attaque des neuf Corsaires*. Il est vrai que, ne pouvant plus résister à une grêle de flêches qu'on leur tiroit de tous côtés, ils furent obligés après cela de quitter le pont, ce qui mit les ennemis en état de poser des échelles contre le Vaisseau, & d'y monter en foule. Mais pour tout cela les Corsaires n'en furent pas plus avancés. Le Duc étoit résolu de périr, plutôt que de se rendre. Comprenant que les ennemis ne pouvoient plus tirer sur le Vaisseau, de peur de tuër leurs propres gens, sentant d'ailleurs que sa grande taille & sa force extraordinaire lui donnoient beaucoup d'avantage pour les coups de main, il s'avanca sur les Turcs, renversant les uns de son bouclier, & les poussant dans la mer, frappant les autres de son sabre, & il fut si bien secondé par sa troupe, que dans l'espace de quelques momens le pont fut tout couvert de corps morts. Le malheur étoit qu'il succédoit à tout moment de nouveaux ennemis à ceux qui étoient montés les premiers. Il y avoit surtout un Turc extrémement grand & robuste, qui s'attachoit uniquement à *Bogislas*, pour avoir la gloire de vaincre le plus grand, & le plus brave des Chrêtiens; & ses camarades le sollicitoient à les délivrer de ce redoutable adversaire. Le Duc le blessa, & le précipita plusieurs fois dans la mer. Mais cet homme, qui étoit fort acharné contre son ennemi, & en même tems habile à nager & à grimper, reparoissoit toujours sur le

* *Klemzau*, p. 196.

pont, & donnoit bien de l'ouvrage à son adversaire, qui avoit à se défendre en même tems contre une foule d'autres Turcs. Cependant *Bogislas* faisoit face de tous cotés, espadronnoit de son épée, & ne frappoit aucun coup qui n'emportât quelque bras, ou qui n'abbatit quelque tête. Malheureusement pendant qu'il frappoit ainsi d'estoc & de taille, son épée se cassa, & s'en alla par éclats. Se trouvant ainsi sans défense au milieu d'une foule d'ennemis, il y auroit péri si trois Gentilshommes, savoir *Christophle Polentz*, *Pierre Podewils*, & *Valentin Norberg*, n'étoient accourus pour le tirer d'embarras. *Polentz* fit des prodiges de valeur, & tua plusieurs Turcs, mais à la fin il tomba mort, & percé de mille coups aux pieds du Duc. *Podewils*, quoiqu'il eut plusieurs blessures, tint cependant bon pendant quelque tems; mais un coup de flêche qu'il reçut au dessous de l'œil, le mit aussi hors de combat. A' la fin *Valentin Norberg* qui étoit criblé de coups fut aussi porté par terre, & y demeura longtems sans connoissance. *Bogislas* avouoit lui-même, qu'il n'y avoit jamais eu de détresse, ni de perplexité, pareille à celle où il se trouva dans ce moment. Courant de tous côtés comme un désespéré pour chercher quelque arme qu'il put opposer à l'ennemi, il apperçut par hazard sur le foyer une grande broche, garnie de poulets, que le Cuisinier s'étoit proposé de faire rôtir, pour le diner de son Maitre. Faute d'autres armes, il saisit cette broche, comme elle étoit, & retourna courageusement au combat. Ayant trouvé dans l'endroit qu'il venoit de quitter ses deux amis étendus sur le carreau, il entra, disent les Historiens, dans une telle fureur, que sans faire aucun cas de sa propre vie, il sauta au milieu des ennemis, & fit si bien œuvre de sa broche, enfilant les uns, & renversant les autres, qu'il vint à bout de nettoyer le pont, dans l'endroit ou il combattoit. Le grand & vigoureux Turc dont nous avons parlé, osa à la verité se montrer encore, & voulut essayer de nouveau ses forces & son adresse contre *Bogislas*. Mais le Duc qui n'avoit plus d'autres ennemis sur les bras, en rendit bon compte. Ayant pris adroitement son tems, il lui perça la gorge d'outre en outre de sa

broche,

broche, & le coup fut si rude, que le Turc en fut renversé par dessus le pont dans la Mer, & ne reparut plus. Cette action de vigueur ranima tellement le courage des pélerins & de l'équipage, que les autres Turcs qui restoient encore sur le Vaisseau furent tous tués, ou précipités dans la Mer.

Ce mauvais succès ne rebuta cependant pas les Corsaires. Après avoir tenu conseil pendant quelque tems, ils s'approcherent de nouveau du Vaisseau, & ayant commencé par jetter du feu sur le pont & dans les voiles, ils revinrent ensuite à l'abordage. La fâcheuse extrémité où les Chrêtiens se trouverent alors, ne leur abbatit pas le courage. S'étant tous jettés à genoux pour implorer le secours du Ciel, ils se partagerent après cela en deux bandes *. Les uns coururent au feu; & parce qu'ils ne pouvoient prendre de l'eau, ni à la Mer, ni aux pompes, sans s'exposer trop aux flêches de l'ennemi, ils prirent le parti de percer les barriques de vin dont il y avoit bonne provision dans le Vaisseau, & s'en servirent pour éteindre le feu. Les autres tomberent sur les Turcs en désespérés, resolus de vaincre, ou de vendre au moins chérement leur vie. Malgré leur valeur, & leur fermeté, ces braves gens étoient sur le point de se voir accablés par le nombre; & se croyoient déjà perdus sans ressource, lorsque contre toute attente le Chef de l'Escadre ennemie fit sonner la retraite. On en voit bien la raison: Il s'étoit promis dans le commencement de prendre le Vaisseau, & d'y trouver un riche butin. Voyant ensuite la grande résistance que les Chrêtiens faisoient, il crut les intimider, & vaincre leur opiniâtreté, en faisant jetter du feu sur le Vaisseau. Les choses ayant tourné d'une toute autre maniere, & les Chrêtiens dont le navire avoit déjà pris feu en quatre endroits différens, témoignant par leur contenance qu'ils aimoient mieux périr, que se rendre prisonniers, il changea encore de sentiment, & résolut de sauver, s'il étoit possible, le Vaisseau & l'équipage. Il pouvoit gagner quelque chose en faisant cet acte de générosité. Il perdoit tout en laissant bruler le Vaisseau,

* Klemzen, p. 199.

ſeau, & couroit risque d'y voir périr auſſi cette partie de ſon monde qu'il avoit envoyée à l'abordage. Ainſi quelques momens après avoir fait ſonner la retraite, il envoya une Chaloupe avec des gens, qui promirent non ſeulement toute ſureté aux Chrêtiens, mais qui leur aiderent encore à éteindre le feu. En ſe retirant, les gens de la Chaloupe demanderent de la part de leur Commandant, que le Patron du Vaiſſeau Vénitien vint lui parler. Celui-ci refuſoit abſolument de s'y rendre, mais *Bogislas* l'y contraignit *, & le conduiſit à la Chaloupe, de la même maniere qu'il avoit ramené ſes propres gens ſur le pont, dans le commencement du combat. Cela n'empêcha pas que le Patron ne tint religieuſement la promeſſe qu'il avoit faite au Duc, de ne point découvir ſa naiſſance, non plus que celle des autres paſſagers qui étoient ſur le Vaiſſeau. Arrivé auprès du Capitaine Turc, qui s'appelloit *Ganner*, celui-ci lui demanda avec empreſſement qui étoient ces gens qu'il avoit à bord, & qui ſe défendoient avec tant d'opiniâtreté. Le Patron répondit que c'étoient des Pélerins, qu'il avoit pris à Veniſe, pour les conduire à la Terre Sainte, & qu'au reſte il ne les connoiſſoit, ni directement, ni indirectement. Il profita de l'occaſion pour ſe plaindre amèrement qu'on eut violé à ſon égard le Traité de Paix qui ſubſiſtoit entre ſa République, & la Porte Ottomanne. Il faut que le Corſaire n'ignorât pas ce Traité, puisqu'il ſe réduiſit d'abord à demander, qu'on lui livrat les Pélerins, moyennant quoi il permettroit au Vaiſſeau de continuër ſa route, & ne toucheroit, ni à la perſonne, ni aux biens des ſujets de la République. Le Patron répliqua, qu'on lui demandoit une choſe dont il n'étoit pas le maitre, puisqu'il paroiſſoit aſſez que les Pélerins avoient fermement reſolu de préférer la mort à la perte de leur liberté, & qu'il couroit lui-même risque de la vie, s'il oſoit ſeulement leur propoſer de ſe rendre. Après une longue conteſtation le Capitaine Turc ſe laiſſa enfin fléchir. Soit qu'il ne put s'emparer du Vaiſſeau ſans avoir à craindre d'en être recherché, ſoit qu'il déſeſpérât de s'en rendre maitre, ſoit enfin, comme on peut le ſoupçonner, que le Patron l'eut appaiſé en lui donnant de l'ar-

* *Klemzau*, p. 199. 200.

l'argent, il consentit que le Vaisseau poursuivit sa route. En attendant les Pélerins se confessoient à l'Aumonier du Vaisseau, & se préparoient à mourir en gens de cœur, au cas que l'ennemi revint à la charge *. Au bout de deux heures le Patron revint, & leur apprit que le Chef des Corsaires leur permettoit non seulement de continuër leur chemin, mais qu'il les feroit encore remorguer jusqu'à la petite Isle de *Casa de los Angelos*, où ils pourroient radouber leur Vaisseau. Les Chrêtiens reçurent cette nouvelle avec une grande joye, & regarderent leur salut, comme un miracle de la Providence, qui les arrachoit à une mort inévitable.

* *Klemzen* p. 201.

Le Vaisseau ayant donc gagné l'Isle voisine, on commença par mettre à terre cinq hommes de l'équipage, qui avoient perdu la vie dans le combat. Ils furent déposés pour la nuit dans une Chapelle, & enterrés le lendemain. Pendant qu'on nettoyoit, & qu'on radouboit à la hâte le Vaisseau, qui étoit fort endommagé, on en tira 4000 flêches * que l'ennemi y avoit tirées, & il y en avoit 14 dans le bouclier dont le Duc s'étoit servi. On passa ensuite en Candie, où le Duc fit faire de magnifiques obséques à *Christophle Polentz*, qui étoit le seul homme de marque † qui eut été tué dans ce furieux choc. *Bogislas* fut obligé de séjourner sept à huit jours dans cette Isle, & autant dans celle de Rhodes, pour donner à l'équipage, & aux passagers, le tems de se remettre des fatigues qu'ils avoient souffertes, & des blessures qu'ils avoient reçûes. Le reste du voyage fut heureux. Nos Pélerins ayant débarqué à *Japha*, le 3e d'Aoust, en partirent au bout de quinze jours, avec une escorte, que l'Officier Turc qui commandoit en Judée leur envoya, pour les garantir des insultes des Arabes, qui infestoient tous les chemins d'alentour. Arrivés à Jerusalem, ils virent tout ce qu'on a accoutumé de montrer aux Chrêtiens que la dévotion conduit à la Terre Sainte *, *Bethanie*, *Bethlehem*, le *Calvaire*, le Jardin de *Gethsemané*, &c. Ils visiterent en particulier le Saint Sépulcre la nuit du 23 au 24 d'Aoust, & après qu'ils y eurent fait leurs Dévotions,

* *Klemzen* p. 204. *Cramer* dit 1400, p. 132.
† *Micralius* p. 309.
* *Cramer*, p. 132. *Klemz*, p. 206

tions, Frére *Jean de Prusse*, du Couvent de Sion, créa le Duc Chevalier du Saint Sépulcre, lui donnant en même tems le pouvoir de conférer la même dignité aux Gentilshommes de sa suite qu'il en croiroit le plus dignes. *Bogislas* fit donc à son tour vingt Chevaliers, entre lesquels il y en avoit douze (*g*) qui étoient des Gentilshommes Poméraniens; les autres étoient des étrangers. En quittant la Terre Sainte le Duc donna cent Ducats au Monastère de Sion, & promit de lui en faire payer autant tous les ans, sa vie durant (*). Il fit voeu en même tems, que si Dieu lui faisoit la grace de retourner sain & sauf dans ses Etats, il aboliroit le *Strand-Recht* (†), que les Francois appellent *Varech*. C'etoit un Droit coûtumier, en vertu duquel tout ce qu'on sauvoit d'un vaisseau, qui faisoit naufrage sur une côte, étoit confisqué au profit du Seigneur de la côte, & ce Droit s'étendoit même sur les personnes de l'équipage, & sur les passagers, qui étoient réduits en esclavage. Les Historiens (*) remarquent que le premier soin du Duc après son retour fut d'accomplir son voeu. Je n'en suis pas surpris. S'étant vû plusieurs fois en danger de faire naufrage, & d'être jetté sur une côte, il avoit appris à compâtir au triste sort d'un malheureux, que la mer n'épargne, que pour le livrer à des barbares, qui lui arracheront la liberté, & le peu de biens qu'elle lui avoit laissés.

Je

(*g*) Les Poméraniens étoient *Degener Bugenhagen*, *Curt Fleming*, *Peter Podewils*, *Doring Ramel*, *Ewald von der Osten*, *Otto von Wedel*, *Achim von Dewitz*, *Curt Krakewitz*, *Michel Podewils*, *Achim Wrech*, *Sigismund Barfoten*, *Arend Ramel*. Les Etrangers étoient, *Christoph Polentz*, fils de celui qui avoit été tué, *Ludwig von Olmerstedt*, Autrichien, *George von Gustentheim*, & *Balizer Peltzingen*, Bohémiens, *Thomas de Zecha*, & *Stanslaff de Alba*, Hongrois; *Dietrich von Mandelko*, & *Wolff Brandbock*, du païs de Brunswig.

(*) *Klemzau*, p. 208. *Cramer* dit, que la rente étoit de 10 Ducats, p. 133.

(†) *Schottel. de Antiqu. Germ Juribus*, cap. XX. p. 386.

(*) *Cramer*, Lib. II. cap. 44. p. 133. *Rango* p. 331. 334. *Rango Antiq. Pomeraniæ* Francof. ad Viadr. 1705.

Je reviens à nos Pélerins. Etant partis de Jerusalem le 30 d'Aoust (h), ils allerent rependre à *Japha*, leur Galiotte, qui les ramena par la même route qu'ils avoient tenüe en allant. En touchant à la petite Isle de *Casa de los Angelos*, ils apprirent que deux des Corsaires qui les avoient attaqués près de cette Isle, avoient été, l'un pendu, & l'autre noyé, par ordre du Grand Seigneur, ce qui réjouït beaucoup le Duc & toute sa suite. Ils arriverent enfin à *Venise* le 18 de Novembre (i), & *Bogislas* y trouva un Courier qui lui apportoit la nouvelle de la mort de la Duchesse sa Mère. Le Senat qui étoit déjà informé du courage héroïque, avec lequel nôtre Duc avoit combattu les ennemis du nom Chrêtien, & défendu le Pavillon de la République, le fit complimenter d'abord après son arrivée, & le pria très instamment de faire quelque séjour dans leur Ville, pour se délasser des fatigues d'un si long voyage. Le Duc y consentit, & prit son logement dans un Hôtel qu'on lui avoit préparé. On peut bien juger qu'il fit belle dépense dans une Ville où il se voyoit si caressé. Il commença par traiter splendidement les Pélerins qui avoient été du voyage, & en congédiant ceux qui n'étoient pas attachés à sa personne, il leur donna à tous quelque marque de sa générosité. Il fit ensuite célébrer dans l'Eglise de S. Marc de magnifiques obséques, à la mémoire de la Duchesse sa Mère *. Au sortir de la Cérémonie, le Doge le conduisit au Palais, où il fut régalé somptueusement au nom, & aux dépens de la République. Aprés qu'on se fut levé de table, on lui donna le divertissement d'une Comédie, dont le sujet dût être très intéressant pour lui, puisqu'elle représentoit son Combat naval avec les Corsaires. Les Acteurs, qui étoient habillés les uns à la Turque, & les autres en Poméraniens, escarmoucherent, & en vinrent aux mains. Celui qui faisoit le personnage du Duc de Poméranie, se distinguoit de toute la trou-

Klemm. p. 210.

* p. 212.

(h) Le Mécredi après la fête de la Décollation de St. Jean. *Klemman*, p. 208. C'est le 30 d'Aoust.

(i) Le Samedi après la St. Martin, *Klemman*, pag. 210.

troupe, par de grands coups de Cimeterre, qu'il portoit aux ennemis. On n'oublia pas l'avanture de l'epée cassée, non plus que celle de la broche, & du grand Turc. Tout cela, dit *Cramer* †, étoit représenté si fort au naturel, qu'on auroit dit que c'étoit une réalité, plutôt qu'un jeu. Quand la Comédie fut finie, les Acteurs qui étoient tous des fils de Senateurs, quitterent leurs habits de Masque, & vinrent faire la révérence au Héros, dont ils avoient représenté les exploits. *Bogislas* leur témoigna qu'il avoit pris un singulier plaisir au spectacle. Il y a toute apparence que ce n'étoit pas un compliment qu'il leur faisoit; car quelque tems après, il ordonna à son Conseiller *Jean Kitscher* (*k*) de composer une Comédie Latine sur le même sujet, & pour mieux conserver le souvenir de son avanture, il la fit représenter sur plusieurs Tableaux, & sur une magnifique Hautelisse, que l'on voyoit encore il y a quelques années dans un appartement du Château de Berlin; le Duc y paroissoit au milieu des Turcs, armé d'une broche garnie de poulets (*l*).

† p. 134.

Après que *Bogislas* se fut reposé pendant quelques jours à *Venise*, & qu'il eut vû tout ce qu'il y avoit de remarquable dans cette Ville, il remercia le Senat des honneurs, & des services qu'il en avoit reçus, & en prit congé par une Harangue Latine *, que *Martin Karith*, Prévost du Chapitre de *Camin*, prononça au nom de son Maitre. Comme il se proposoit de voir *Rome*, le Senat lui donna un Secretaire d'Etat, pour l'y conduire, & le fit défrayer aussi longtems qu'il fut sur le terri-

(*k*) *Kitscher* étoit un Docteur en Droit que *George*, Duc de Saxe, ceda au Duc de Poméranie lorsqu'il passa à *Leipzig* en revenant de la Terre Sainte. *Micrælius* avoit vû cette Comédie qui doit exister quelque part: *Comœdia de itinere Bogislai Magni in Terram Sanctam.* *Micrælius*, Lib. VI. p. 448. *Klemzen*, p. 214. 226.

(*l*) *Cramer* remarque, qu'il fit placer dans l'Eglise Cathédrale de *Stettin* un Tableau qui représentoit son combat avec les Corsaires. Lib. III. cap. 14. p. 136.

(*) *Cramer*, p. 134. *Micrælius*, p. 311.

ritoire de la République. Il arriva le 14 Decembre (m) 1497. dans cette Ville, où il fut reçû & traité fort magnifiquement par le Très-Saint Père *Alexandre VI.* (n). Le Pape voulut bien satisfaire sa curiosité, ou si l'on veut sa dévotion, en célébrant à son honneur une Messe Pontificale; & le Duc de son côté, pour ne pas demeurer en arrière, voulut servir le S. Pére à cette Messe, & lui présenter l'eau pour l'ablution. Après la Messe, le Pape lui mit sur la tête un Bonnet Ducal, le ceignit d'une épée d'or, pour s'en servir contre les ennemis du nom Chrêtien, & lui donna une Médaille d'or, que l'on montre dans un des Cabinets du Roi (o). Notre Duc repartit de *Rome* le 19 de Janvier 1498, passa à *Sienne* & à *Bologne*, où il fut reçu & harangué en Latin, à la porte de la Ville, par le Recteur de l'Université, accompagné de tous ses Etudians. De là il se rendit à *la Mirandole*, à *Verone*, & enfin à *Insprück*, pour y faire une seconde fois la révérence à l'Empereur *Maximilien* (p). Ce Prince qui se trouvoit indisposé, envoya au devant du Duc, *George*, Duc de Baviere, *Jean*, Duc de Saxe, & *Henri*, Duc de Meklenbourg, qui le conduisirent à son auberge, où il recut quelques momens après un présent que l'Empereur lui envoyoit, & qui consistoit (*) suivant l'étiquette qui s'observoit alors à la Cour Impériale, dans des bœufs gras,

(m) Le Jeudi après *Lucie*. *Klemzau*, p. 215.

(n) Voyez sur le séjour que *Bogislas* fit à Rome, *Burchardi Diarium Curiæ Romanæ sub Alexandro VI. apud* Eckartum *in* Script. Rer. Germ. T. II. p. 2086.

(o) à la *Kunstkammer*. On voit d'un côté N. S. assis dans la gloire, ayant autour de lui les Patriarches & les Apôtres, avec ces mots: *Justus es Domine, & rectum judicium. Miserere nostri, Domine, miserere nostri.* De l'autre le Pape tenant Consistoire public avec les paroles, *Sacrum Publ. Apostol. Consistorium. Paulus Venetus P. P. II.* Deux pouces, quatre lignes de diametre, du poids de vingt Ducats. *Laurent Beger* l'a faite graver, & en a donné la Description dans l'Ouvrage qui a pour titre *Numismata Pontif. Rom.* p. 5.

(p) Le Vendredi après la St. *Antoine*. *Klemzau*, p. 220.

(*) *Klemzau*, p. 221. *Cramer*, p. 135.

& dans des chariots chargés de vin & d'avoine. Dans la première audience qu'il eut de l'Empereur, ce Prince lui fit de grandes caresses, & l'invita fort obligeamment à s'arrêter pendant quelque tems à sa Cour, pour participer aux divertissemens du Carnaval. Le Duc n'eut pas de peine à y consentir, & les Historiens assurent qu'il se distingua dans toutes les Fêtes, par son adresse & par sa force, autant que par sa magnificence. Dans un Tournoi, par exemple, qui se donna, il fit perdre les arçons aux deux Chevaliers (q), qui se présenterent, & les porta par terre si rudement, que personne n'osa plus se mesurer avec lui. Le soir du même jour il eut l'honneur de faire l'ouverture du Bal, en dansant avec l'Impératrice, qui lui fit présent d'un bouquet & d'une chaine d'or. L'Empereur aussi lui donna une pièce de drap d'or, un Manteau de chevalier, & une Médaille d'or *. Au bout de quelques jours, le Duc dût comprendre, que l'intérêt pouvoit avoir eu quelque part aux politesses qu'il avoit reçues. L'Empereur lui proposa de prendre le commandement d'une armée, qu'il levoit contre la France, & contre les Vénitiens, & de fournir mille hommes de Cavalerie pour cette guerre. *Bogislas* étoit trop content des Vénitiens, pour se mettre au nombre de leurs ennemis. Cependant pour ne pas désobliger l'Empereur par un refus formel, il se contenta de répondre, qu'il ne pouvoit prendre aucun engagement dans une affaire de cette importance, sans avoir demandé premièrement l'avis de ses Etats. Ceux-ci qui connoissoient les intentions de leur Maitre, n'ayant pas goûté la Proposition, il n'en fut plus parlé. Apres avoir pris congé de l'Empereur, le Duc se hâta de retourner dans ses Etats. Il arriva à *Stetin* (†), le Jeudi Saint, & se rendit en droiture à l'Eglise Cathédrale, où il fit entonner le *Te-Deum* en action de graces de son heureux retour. Il fit aussi distribuër de grandes aumônes aux pauvres, après quoi son premier soin fut de récompen-

* *Cramer*, p. 134.

(q) *Pierre Podewils*, & *Sigismond de Wolfsberg*. *Klemzau*, p. 222. *Stephani*, Lib. III. p. 105.

(†) *Klemzau*, p. 227 - 230. *Micralius*, p. 313.

penser généreusement tous ceux qui l'avoient accompagné dans ce long & périlleux voyage. Au reste, si la dévotion, ou l'envie de paroître furent les principaux motifs de cette Caravane, il faut avoüer cependant que le Duc n'y oublia pas ses propres intérets. Il obtint de l'Empereur la (*) permission de rehausser considerablement les Péages de *Wolgast*, & de *Damgarten*, ce qui fit beaucoup crier les sujets, & surtout les Marchands. Le Pape lui accorda aussi la collation de tous les bénéfices Ecclésiastiques de Poméranie, à la réserve de l'Evêché de *Camin*. Il consentit encore, que les Chanoines de *Camin*, qui se trouvoient à Rome pour affaires, élussent pour Coadjuteur de *Benoît Wallenstein*, leur Evêque, *Martin Carith*, Prevôt de la même Cathédrale, qui pendant le voyage avoit fait auprès du Duc les fonctions de Chancelier. Le Saint Père accorda même, que *Carith* se mit d'abord en possession de l'Evêché, pourvû qu'on put déterminer *Wallenstein* à se démettre volontairement de sa dignité. Le Duc lui en fit la proposition après son retour; & le voyant indéterminé, il le mena dans son cabinet, ou il fit vuider sur une table plusieurs sacs pleins d'or, & lui offrit de lui donner purement & simplement tout le monceau, pourvû qu'il voulut abdiquer. L'Evêque qui étoit honnête homme, mais un peu attaché, n'ayant jamais vû une si grosse somme, en fut ébloui, & fit tout ce qu'on voulut, au grand profit de ses héritiers; car il ne survecût que de quelques mois à son abdication. J'ai oublié de dire, que ce fut en revenant de la Terre Sainte que le Duc engagea le célébre Jurisconsulte *Pierre de Ravenne*, & *Vincent* son fils, pour enseigner le Droit dans l'Université de *Grypswalde*, à laquelle ce Professeur donna beaucoup de lustre.

Pendant les dernieres années de sa vie, *Bogislas* eut de nouvelles tracasseries, avec la Maison de Brandebourg. L'Electeur *Jean* étant mort en 1499, on renouvella à cette occasion tous les Traités qui subsistoient entre les deux Maisons. Le nouvel Electeur, qui étoit *Joachim*,

(*) *Micrelius* ub. sup. *Cramer*, p. 135. *Klemzen*, p. 236.

chim, se désista en faveur du Duc, de la Cérémonie de l'investiture, & le Duc de son côté, pour conserver les Droits du Seigneur direct, signa un Revers pareil à celui qu'il avoit donné en 1493. En 1521 le Duc de Poméranie, soit qu'il pensât à se rendre indépendant, soit qu'il crût qu'étant à certains égards feudataire de l'Electeur, il étoit à d'autres égards un Membre immédiat de l'Empire, demanda à l'Empereur *Charles Quint* l'investiture de ses Etats, & la reçût solemnellement pendant la Diète de *Worms*. L'Electeur qui n'étoit plus à *Worms*, & qui avoit reçû peu auparavant l'Investiture de la Poméranie, avec celle de ses autres Etats, ayant été informé de l'atteinte qu'on avoit donné, à ses droits, en fit des plaintes d'autant plus amères, qu'il prétendoit avoir rendu de grands services au nouvel Empereur, pour le faire triompher de ses compétiteurs. Pour le contenter, *Charles Quint* promit que l'affaire seroit murement examinée à la prochaine, Diète qui devoit se tenir à *Nurenberg*. Le Duc qui prenoit fort à coeur cette affaire, se transporta à *Nurenberg* en Mars 1523. (*) pour solliciter lui-même ses Juges, & pour leur demander une prompte décision. Comme il avoit à faire à forte partie, il n'eut pas la satisfaction de voir la fin du Procès (†), qui traina encore plusieurs années après sa mort, & qui fut enfin terminé par accommodement. Au reste l'Electeur & le Duc se brouillerent furieusement à cette occasion. On commença de part & d'autre, à lever des troupes, & à faire d'autres préparatifs de guerre, de sorte que le public croyoit fort & ferme, qu'ils en viendroient aux voyes de fait, & qu'ils voudroient décider la quérelle par les armes. *Klemzau*, qui ne dissimule rien, assure cependant que ces craintes étoient mal fondées, parce que ceux qui connoissoient le caractère des deux Princes, savoient fort bien, que ce n'étoit pas au champ de Mars, qu'ils aimoient de prendre leurs ébats (r).

Bogis-

(*) *Micrælius*, Lib. III. p. 322. *Kantzo*, p. 165 - 168.

(†) *Klemzau*, p. 303.

(r) *Weil sie beyde Bubler waren. Klemzau*, p. 299. *Kantzo*, III. p. 165.

Bogislas vit les commencemens de la Réformation de Luther (†). Il ne la favorisa point à la vérité, mais il ne se laissa prévenir, ni contre ceux qui la prêchoient, ni contre ceux qui l'avoient embrassée. Au contraire passant à *Wittenberg*, en revenant de la Diète de *Nurenberg* (*), il eut la curiosité de voir *Luther*. Après quelques momens de conversation, le Duc lui dit : *Mon Révérend Père* †, *je souhaiterois que vous voulussiez bien entendre ma confession. Luther* répondit avec la vivacité, & la franchise, qui lui étoient ordinaires : *Très volontiers, Monseigneur. Vous êtes un grand Prince, il ne faut pas douter que vous ne soyez aussi un grand pécheur.* Le Duc, au lieu de se fâcher, repliqua fort gayement : *Je veux que trois fois sept Diables m'emportent, si vous avez jamais dit de plus grande vérité.* Je m'imagine qu'après de pareilles saillies, il ne fut plus parlé de confession. De retour à *Stettin*, *Bogislas* voulut entendre un Disciple de *Luther*, nommé *Paul von Rhoden*, dont les prédications faisoient beaucoup de bruit en Poméranie. Après l'avoir écouté fort attentivement, il dit en sortant au Prince *George* son fils, qui étoit fort opposé à la nouvelle Doctrine : *Cet homme n'a rien dit qui ne fut bon & édifiant. Si c'est là ce qu'on appelle le nouvel Evangile, je ne vois pas qu'on doive le condamner ; & si vous m'en croyez, vous laisserez ces gens là en repos.* Quelques jours après, il se fâcha cependant en apprenant que la populace de *Stralsund* avoit brisé les saintes Images ; il jura même d'envoyer vingt un Diables à ces mutins. Je ne sai ce qu'il auroit fait ; mais la mort l'empêcha d'exécuter sa menace. L'oppression à laquelle il étoit sujet depuis l'accident dont j'ay parlé plus haut, ayant augmenté à un point qu'il ne pouvoit, ni se coucher, ni prendre de sommeil, on commença à craindre pour sa vie (**). Un jour que les Médecins consultoient dans sa chambre sur l'état de leur malade, ils

† *Herr Pater.*

(†) *Cramer*, Lib. III. cap. 15. p. 51. 54. *Klemzau*, p. 306.

(*) *Klemzau*, p. 360. *Cramer*, p. 51. *Micrælius*, p. 330.

(**) *Frideb.* p. 149. *Micrælius*, 330. *Kanzo*, 204. 306. & sup. *Klemzau*, p. 6[illegible].

ils conclurent que la prochaine conjonction de quelques Planetes, lui seroit selon les apparences funeste. Malheureusement pour eux, le Duc les entendit, & leur cria avec vivacité de son fauteuïl : *Qui sont donc les fous qui me menacent de cette conjonction; je ne l'attendrai assurément pas ! qu'on prenne seulement garde à moi demain à midi.* Effectivement le malade fut meilleur Prophéte, dans cette occasion, que les Médecins, parce qu'il voyoit & qu'il sentoit en lui-même la cause de sa mort, au lieu de la chercher dans le cours des Planetes. Le lendemain, qui étoit le 30 Septembre 1523. il se fit mettre sur le lit vers le midi pour prendre un peu de repos, & s'y éteignit comme une chandelle sans avoir eu d'agonie. Il étoit âgé de 69 ans, quatre mois, & deux jours.

* *Klemzau*, p. 317. *Bogislas* * étoit bien-fait de sa personne, & passoit pour le plus bel homme de son siecle. Sa taille etoit fort au dessus de la médiocre. Il avoit le front élevé, les yeux grands, bruns, & vifs, le nés aquilin, la bouche assez grande, le menton fendu, la poitrine large & haute, le corps rempli, & bien proportionné. Il avoit l'air martial, le regard doux, & le port majestueux. Outre les belles qualités dont j'ay déjà fait mention, il en avoit deux autres qui le rendirent fort cher à ses sujets. La première étoit sa générosité. Aimant à faire du bien, il savoit d'ailleurs le faire à propos, & d'une maniere qui en augmentoit le prix. La seconde étoit son affabilité. D'abord qu'il voyoit quelcun qui cher-
* *Klemzau*, p. 159. 161. 178. choit à lui parler *, il s'avançoit de quelques pas, lui présentoit la main & s'informoit de sa demande, qu'il écoutoit fort attentivement. Quand l'affaire n'étoit pas d'une nature à pouvoir être expédiée sur le champ, il marquoit aux supplians un jour pour recevoir la réponse, qu'il ne manquoit jamais de leur donner à l'heure fixée; si c'étoient d'ailleurs des personnes de quelque considération, il les faisoit inviter à sa ta-
† p. 320. 321. ble †, où ils recevoient toute sorte de politesses. Se plaisant à aller dans les boutiques des ouvriers, & à les voir travailler, il les encourageoit par des présens à se perfectionner dans leur profession. Il ai-

moit

moit encore d'etre invité à des nopces, à des baptêmes, & à d'autres fêtes; & ces visites du Souverain n'étoient point à charge au sujet, qui étoit toujours largement dédommagé de sa dépense, par les présens, & par les provisions qu'on lui envoyoit. *Klemzau* remarque * avec raison, que ces belles qualités étoient d'autant plus estimables dans la personne de *Bogislas*, qu'il s'étoit tiré lui même de la crasse, où sa Mère l'avoit élevé jusqu'a l'âge de 20 ans. Le même Historien ne disconvient point que *Bogislas* n'eut aussi ses défauts. Les plus marqués étoient premièrement, que le penchant qu'il avoit à la magnificence, le rendoit extrèmement incommode aux gens de sa Maison. Il vouloit les avoir continuellement autour de lui. Quand il alloit à la Messe, ou au Sermon, ou à Vêpres, il faloit que les Officiers & les Domestiques l'y accompagnassent tous, depuis le plus grand, jusqu'au plus petit, & qu'au sortir de l'Eglise, ils fussent rangés en haye sur son passage, afin qu'il put les passer en revuë, & les compter, comme le *Protée* d'Homere comptoit son troupeau. Ceux qui manquoient sans pouvoir alléguer des causes legitimes d'absence, étoient grondés pour une première fois, & congédiés sans retour en cas de récidive. Un autre de ses défauts que nous avons déjà touché, c'est qu'il étoit grand boudeur. Il faisoit quelquefois la mine pendant des mois entiers aux plus affidés de ses Conseillers, affectant de ne les pas regarder, & de ne leur point parler †, sans qu'ils pussent deviner la cause de leur disgrace. Ceux qui n'avoient rien à se reprocher, prenoient patience, & se tranquillisoient; & ils avoient ensuite la satisfaction de voir leur Maitre revenir insensiblement, & décharger enfin son courroux sur les personnes qui l'avoient prévenu injustement. Enfin le défaut capital de notre Duc, c'est comme *Eikstedt* l'a remarqué (*), l'incontinence. S'il n'avoit point de Maitresses déclarées, c'étoit d'un côté parce que le mode de son Siècle ne le portoit point, & de l'autre parce qu'il aimoit le changement, & que tout lui étoit bon. Malgré ces défauts, *Bogislas* étoit sans contredit un grand Prince †, & il faut convenir avec

* p. 318.

† *Klemzau*, p. 321.

† *Klemz.* ib

(*) *Eikstedt*, p. 107. *daß er gerne buhlete.* Klemzau, p. 322.

avec *Klemzau*, que ses bonnes qualités l'emportoient infiniment sur ses foiblesses. Il faut avertir cependant que *Bogislas* ne fut un Prince véritablement grand, qu'autant qu'il se laissa gouverner, & qu'il consentit d'écouter & de suivre un bon conseil. Les Historiens le remarquent bien expressément. Après qu'il eut perdu dans une seule année (*) ses trois plus fidèles Conseillers, *Werner Schulenburg*, *George Kleist*, & *Henning Steinwehr*, il se livra entièrement à l'incontinence & aux voluptés, essayant de tout, dit *Kanzo* †, & ne refusant rien à ses plaisirs. Pour avoir les coudées plus franches, il alla se loger dans une maison située sur le Cimetiere de Sainte Marie, où il recevoit des visites nocturnes, sans avoir à craindre d'être observé, parce que personne ne passoit de nuit sur le Cimetiere, à cause des revenants. Dans cette retraite il donna sa confiance à des gens, qui le servoient dans ses débauches, & qui lui apprirent insensiblement (*) à vendre la Justice, à recevoir des présens pour opprimer l'innocent, & à souffrir que la Noblesse reprit ses brigandages. Il perdit par là la plus grande partie de sa réputation; & s'il avoit vecû plus longtems, il auroit été haï & détesté, autant qu'il avoit été aimé & cheri. On ne se trompera assurément pas en attribuant ces écarts à la foiblesse d'un vieillard, dont l'esprit avoit considérablement baissé. *Bogislas* radota sur ses vieux jours autant que *Salomon*.

† *Kanzo*, p. 317.

Au reste ce Prince n'a pas eu le bonheur qu' *Alexandre* le Grand envioit à *Achille*, c'est de trouver un *Homère* qui chantât dignement ses exploits. Les Historiens de Poméranie s'accordent à lui donner les plus grands éloges; mais c'est en même tems une chose véritablement curieuse, de voir tout ce qui'ls font entrer dans le Panégyrique de ce Prince. Ils disent, par exemple, *que Bogislas étoit grand en tout*; c'est un éloge achevé, pourvu que le détail en soit soutenu, & que les différentes parties de la grandeur qu'on lui attribuë, forment un tout bien accompli. Ecoutons donc la suite †: „ Il étoit grand,

† *Micrælius*, p. 331.

(*) en 1518. *Micrælius*, p. 319. *Schutzen*, p. 281. & 675. *Klemzau* ajoute *Dinniers von der Osten*, & *Henri Borke*, p. 139. 287. 288.

(*) *Klemzau*, p. 289. 297. *Eikstedt*, p. 107.

„ grand & de bonne mine; & quoiqu'il aimât d'avoir à son ser-
„ vice des Domestiques & des Officiers qui fussent grands & bien
„ faits, il n'en avoit cependant aucun qu'il ne passât de toute la
„ tête. „ Passe pour cela. Une riche taille, un air noble & prévenant, sont des présens de la Nature, qu'il ne faut pas mépriser; & quoiqu'*Alexandre* le Grand fut petit, & *Agesilas* de mauvaise mine, cela n'empêche pas qu'une grande ame ne puisse faire sa demeure dans un grand & beau corps. Voici présentement le ridicule. (*)
„ Grand de stature, *Bogislas* étoit en même tems grand mangeur &
„ grand buveur. Quand il avoit faim, il mangeoit avec délices,
„ outre les autres mets, un jambon, ou une oye rôtie, sans en rien lais-
„ ser. De même aussi ce qu'il buvoit pour étancher sa soif, ou
„ pour faire honneur aux conviés, suffisoit pour enyvrer ceux qui
„ étoient obligés de lui faire raison. „ (*t*). Je crois qu'on pouvoit laisser ignorer tout cela à la posterité, sans que ni la fidelité de l'Historien, ni la gloire du Héros, en eussent recû aucune atteinte. Viennent ensuite toutes les belles qualités qui ont donné à ce Prince un véritable lustre. Sa bravoure, sa modestie, sa magnificence, son amour pour la justice, sa générosité, son affabilité. Il faloit en demeurer là: ou plutôt il faloit s'y borner uniquement; ce sont les grandes idées, les grands sentimens, & les grandes actions, qui sont la véritable grandeur des Héros: & tout le reste y est étranger.

Je n'ay plus qu'un mot à ajouter. Les Historiens remarquent (†) que *Bogislas* avoit un cheval, qui étoit aussi grand dans son espece que son Maitre l'étoit dans la sienne. Ce nouveau Bucéphale avoit le poil d'un cheval sauvage, une raye noire sur le dos, la tête petite, les oreilles pointuës, les yeux étincelans. Fier comme un *Artaban*, il vouloit avoir toujours la premiere place de l'Ecurie,

(*) *Micrælius*, ib. *Klemzan*, p. 317.

(*t*) La politesse vouloit alors, que l'hôte but une coupe toute entiere à l'honneur de chacun des conviés, & que les conviés en fissent autant pour le remercier.

(†) *Micrælius*, p. 312. *Klemzan*, p. 223. 229.

Doux & tranquille quand on la lui laissoit, on ne le mettoit pas plutôt à la derniere place, qu'il commençoit à se démener, rompant bride & licou, courant au haut bout, & forçant à grands coups de pied & de dents le cheval qui l'occupoit, à s'en retirer. Il ne se laissoit d'ailleurs monter que par son Maitre, & par le Palfrenier qui le pansoit. Quand le Palefrenier le promenoit, il baissoit la tête, & les oreilles, & avoit, pour ainsi dire, honte du fardeau qu'il portoit. Mais quand on lui mettoit une housse de velours, & qu'il remarquoit que son Maitre alloit arriver, il levoit la tête, dressoit les oreilles, frappoit du pied, hennissoit & se baissoit pour recevoir le Duc, qui étant monté sur son grand cheval, se distinguoit au milieu d'un Escadron, comme un Clocher dans une Ville. Tout cela m'a bien l'air d'avoir été tiré de quelque Chrie d'un Ecolier, à la louänge de *Bucéphale*, ou du Cheval *Bayard*. Cependant *Klemzau* le raconte fort sérieusement, & *Micrælius* le copie avec beaucoup de fidélité. Au reste l'Empereur *Maximilien* vit ce cheval lorsque *Bogislas* passa pour la premiere fois à *Inspruk*, & l'admira véritablement. Quand le Duc repassa dans la même Ville au retour de la Terre Sainte, l'Empereur eut l'indiscrétion de demander ce Cheval de bataille au Duc, qui eut la politesse de ne le pas refuser. Sur quoi *Maximilien* fit partir un Gentilhomme & un Piqueur pour l'aller prendre à *Stettin*, où on l'avoit ramené. Malheureusement il arriva que tous les chevaux des Ecuries du Duc moururent la nuit même qui préceda son retour à *Stettin*, & *Micrælius* * s'embarasse beaucoup à découvrir la véritable cause de cet accident ; „ D'un côté, „ dit-il, quelques recherches que l'on fit, on ne put découvrir que „ les chevaux eussent été empoisonnés, ni qu'ils eussent seulement „ mangé quelque chose de nuisible ; de l'autre, on ne voit pas qu'après „ ce présage il soit arrivé rien de fâcheux ni au Duc, ni à l'Empereur. „ Les chevaux de *Jules César* refuserent toute pâture, & verserent „ beaucoup de larmes, le jour qu'il fut assassiné. Ici au contraire les „ chevaux se laissent mourir, lorsqu'ils devoient être conduits au moins „ en partie à l'Empereur. „ *O quantum est non ineptire !*

* p. 312. 313.

DES

genre? Il faut sans doute qu'il y trouve quelqu'avantage; & cet avantage quel est-il?

C'est celui que les hommes retirent de toutes les Sociétés: c'est le secours mutuel que se prêtent tous ceux qui en sont les membres. Chaque Société possede un Bien commun, où chaque particulier puise beaucoup plus qu'il ne contribue.

Qu'un homme qui s'applique aux Sciences, veuille se suffire à lui-même; qu'il ne veuille emprunter d'aucun autre les connoissances dont il a besoin; quand même je supposerai qu'il ait tout le Génie possible; avec quelle peine, avec quelle lenteur, ne fera-t-il pas ses progrés! quel tems ne perdra-t-il pas à découvrir des vérités qu'il auroit connuës tout d'abord, s'il eut profité du secours d'autruy? Il aura épuisé ses forces avant que d'être arrivé au point d'où il eut pû partir. Combien celui qui, aidé des lumieres de ceux qui l'ont devancé & de celles de ses Contemporains, reserve toute sa vigueur pour les seules difficultés qu'ils n'ont pas résoluës, combien celui-là n'est-il pas plus en état de les résoudre?

Tous ces secours qu'on trouve dispersés dans les ouvrages & dans le commerce des Savants, l'Académicien les trouve rassemblés dans une Académie; il en profite sans peine dans la douceur de la Société; & il a le plaisir de les devoir à des Confrères & à des Amis. Ajoutons y ce qui est plus important encore; il acquert dans nos Assemblées cet Esprit Académique, cet espece de sentiment du vray, qui le lui fait découvrir partout où il est, & l'empêche de le chercher là où il n'est pas. Combien differens Auteurs ont hazardé de systèmes dont la discussion Académique leur auroit fait connoitre le faux! Combien de chimères qu'ils n'auroient osé produire dans une Académie!

Je ne vous ai cité ici, MM. que les avantages immédiats que chaque Académicien trouve dans son Association à une Académie: c'étoit par ceux-là que je devois commencer en parlant à des Philosophes. Il y en a d'autres, qui, s'ils ne sont pas des moyens directs, doivent être

de

quelles ni l'oeil ni les bienfaits du Souverain n'ont jamais aucune influence.

Notre Académie embrasse dans quatre Départemens toutes les Sciences. Chaque Classe concourt avec égalité au progrès de chacune: cependant la diversité de leurs objets admet de la diversité dans la manière de les traiter.

La première de nos Classes, celle de *la Philosophie Expérimentale*, comprend toute l'histoire naturelle, toutes les connoissances pour lesquelles on a besoin des yeux, des mains, & de tous les sens. Elle considère les corps de l'Univers revêtus de toutes leurs propriétés sensibles; Elle compare ces propriétés, elle les lie ensemble, & les déduit les unes des autres. Cette Science est toute fondée sur l'Experience. Sans elle le raisonnement toûjours exposé à porter à faux se perd en systémes qu'elle dément. Cependant l'Expérience a besoin aussi du raisonnement; il épargne au Physicien le tems & la peine; il lui fait saisir tout à coup certains rapports qui le dispensent de plusieurs opérations inutiles; & lui permet de tourner toute son application vers les phenomenes décisifs.

Que le Physicien s'applique donc à examiner soigneusement les Experiences faites par les autres: qu'il n'ait pas plus d'indulgence pour les siennes propres: qu'il n'en tire que des conséquences *legitimes*: & surtout, qu'egalement éloigné de l'ostentation qui fait produire le Merveilleux, & du Mistere qui tient caché l'Utile, il les expose à ses Confrères avec toutes leurs circonstances.

Nous voyons plus d'un Académicien que je pourrois citer ici pour modeles; qui connoissent également l'art de faire les Experiences les plus delicates, & celui d'en tirer les conséquences les plus ingénieuses: qui malgré les plus grandes occupations, & les occupations les plus utiles de la Cour & de la Ville, trouvent des heures pour nous donner d'excellents ouvrages, & sont les premiers & les plus assidus dans nos Assemblées.

Notre

Notre Classe de *Mathematique* est la seconde. La première considéroit les corps revêtus de toutes leurs propriétés sensibles: celle-ci les dépouille de la plupart de ces propriétés pour faire un examen plus sevére & plus seur de celles qui y restent. Les corps ainsi dépouillés ne présentent plus au Géometre que de l'Etendue & des Nombres: & ceux que des distances immenses mettent hors de la portée de plusieurs de ses sens, n'en paroissent que plus soumis à ses spéculations & à ses calculs.

La Géometrie, qui doit son origine à son utilité, & que les premiers Géometres appliquerent avec tant de succés aux besoins de la vie, ne fut ensuite pendant plusieurs siecles qu'une spéculation sterile, & une espece de jeu d'esprit. Trop bornée à ses abstractions elle se contentoit d'exercer son art sur des bagatelles difficiles, & n'osa le porter jusqu'aux phenomenes de la Nature. L'heureuse révolution qui s'est faite presque de nos jours dans les Sciences, la rendit plus audacieuse. On vit la Géometrie expliquer tous les phenomenes du Mouvement, & quelle partie n'est-ce pas de la Philosophie naturelle? On la vit suivre le Rayon de la Lumiere dans l'espace des Cieux, à travers tous les corps qu'il pénétre, calculer toutes les Merveilles qui naissent de ses réfléxions & de ses réfractions: soit pour nous faire découvrir des objets que leur immense éloignement déroboit à nos yeux, soit pour nous rendre sensibles ceux qui par leur extrême petitesse ne pouvoient être apperceus. On vit le Géometre déterminant par des dimensions exactes la grandeur & la figure du Globe que nous habitons, marquer au Géographe la veritable position de tous les lieux de la Terre, enseigner au Navigateur des Régles seures pour y arriver. On vit les Sciences Mathematiques s'appliquer à tous les Arts utiles ou agréables.

La marche du Géometre est si déterminée, ses pas sont, pour ainsi dire, si comptés, qu'il ne reste que peu de conseils à lui donner.

Le premier c'est, dans le choix des sujets auxquels il s'applique, d'avoir plus en vuë l'utilité des Problemes que leur difficulté. Combien

bien de Géometres, s'il est permis de les appeller de ce nom, ont perdu leur tems dans la recherche de la Quadrature d'une Courbe qui ne sera jamais tracée!

Le second conseil, c'est, dans les Problemes physico-mathematiques, que le Géometre résout, de se ressouvenir toûjours des abstractions qu'il a faites: que ses solutions ne sont justes qu'autant qu'il n'y auroit dans les corps que ce petit nombre de propriétés qu'il y considere: & que comme il n'y a peut-être point dans la Nature de corps qui soient réduits à ces seules propriétés, il doit sur ceux qui ont été les objets de ses calculs, consulter encore l'experience, pour découvrir si des propriétés dont il a fait abstraction, ou dont il a ignoré la présence, n'alterent pas les effets de celles qu'il y a conservées.

En suivant ces conseils, le Géometre mettra son art à l'abri du reproche d'inutilité: & le justifiera aux yeux de ceux qui pour ne le pas connoître assés, lui imputent des défauts qu'il ne faut attribuer qu'à l'usage mal-habile qu'on en fait.

La Classe de *Philosophie spéculative* est la troisième. La *Philosophie expérimentale* avoit examiné les corps tels qu'ils sont; revêtus de toutes leurs propriétés sensibles. La *Mathematique* les avoit dépouillé de la plus grande partie de ces propriétés. La *Philosophie spéculative* considere des objets qui n'ont plus aucune propriété des corps.

L'Etre suprême, l'Esprit humain, & tout ce qui appartient à l'Esprit est l'objet de cette science. La Nature des corps mêmes, entant que représentés par nos perceptions, si encore ils sont autre chose que ces perceptions, est de son ressort.

Mais c'est une remarque fatale, & que nous ne sçaurions nous empêcher de faire: Que plus les objets sont intéressans pour nous, plus sont difficiles & incertaines les connoissances que nous pouvons en acquérir! Nous serons exposés à bien des erreurs, & à des erreurs bien dangereuses, si nous n'usons de la plus grande circonspection dans

cette

cette science qui considère les Esprits. Gardons-nous de croire qu'en y employant la même methode, ou les mêmes mots qu'aux sciences mathematiques, on y parvienne à la même certitude. Cette certitude n'est attachée qu'à la simplicité des objets que le Géometre considere, qu'à des objets dans lesquels il n'entre que ce qu'il a voulu y supposer.

Si je vous expose ici toute la grandeur du péril des spéculations qui concernent l'Etre suprême, les premières Causes, & la Nature des Esprits, ce n'est pas, MM. que je veuille vous détourner de ces Recherches. Tout est permis au Philosophe, pourvû qu'il traite tout avec l'Esprit philosophique, c'est à dire, avec cet Esprit qui mesure les differens degrés d'Assentiment : qui distingue l'Evidence, la probabilité, le doute : & qui ne donne ses spéculations que sous celui de ces différens aspects qui leur appartient.

Si la plupart des objets que la Philosophie spéculative considere, paroissent trop au dessus des forces de notre Esprit, certaines parties de cette science sont plus à notre portée. Je parle de ces Devoirs qui nous lient à l'Etre suprême, aux autres Hommes, & à nous-mêmes : de ces loix auxquelles doivent être soumises toutes les Intelligences ; vaste champ, & le plus utile de tous à cultiver ! Appliquez-y vos soins & vos veilles : mais n'oubliez jamais, lorsque l'evidence vous manquera, qu'une autre lumiere aussi seure encore doit vous conduire.

La quatrième de nos Classes réünit tous les différens objets de deux célébres Académies d'un Royaume où l'abondance des grands Hommes les a tant multipliées. Je parle de notre Classe *de Belles-Lettres*, qui comprend les Langues, l'Histoire & tous les genres de Littérature : depuis les premiers Elémens de cet art qui apprend à former des sons & des signes pour exprimer les pensées, jusqu'à l'usage le plus étendu qu'on en peut faire.

Cet Art le plus merveilleux de tous, le plus utile sans doute, fut dans ses commencemens sans doute un art très simple. Le peu de besoins que sentirent les premiers hommes, n'exigea pas un grand nombre de mots ni de signes pour les exprimer. Ce ne fut qu'aprés le succès de ce premier essai qu'ils desirerent de se communiquer des idées moins communes, & qu'ils commencerent à connoitre les charmes de la conversation. Combien fallut-il de tems, combien s'ecoulerent de siecles avant qu'ils sçussent peindre aux yeux la conversation même ?

La premiere Langue des hommes s'étoit déjà vraisemblablement diversifiée, lorsqu'ils passerent de la parole à l'Ecriture. Les Familles étant devenuës des Nations, chacune par des suites differentes d'idées se forma non seulement des mots differens, mais des manieres de s'exprimer differentes : les langues vinrent de cette diversité ; & tous ces enfans d'un même Père si dispersés, & aprés tant de générations, ne purent plus lorsqu'ils se retrouvoient se reconnoitre ni s'entendre.

Un beau projet seroit, non de les faire revenir à leur Langue paternelle, la chose n'est pas possible, mais de leur former une Langue plus réguliere que toutes nos langues qui ne se sont formées que peu à peu, plus facile, & qui pût être entenduë de tous.

Ce Problème qui a été plus d'une fois proposé, fut l'objet de notre Académie dès sa naissance : (*) Un habile homme entreprit l'ouvrage : un plus habile le regarda comme possible, & ne l'entreprit pas (**). Ce n'est pas ici le lieu d'exposer les pensées qui me sont venuës sur ce sujet.

La multiplicité des objets de notre quatrième Classe ne me permet pas non plus de donner pour chacun des régles ni des conseils. Je

(*) *Solbrig.* (**) *Leibnitz.*

Je me bornerai à faire connoitre la raison du choix de la langue dans laquelle nos Ouvrages paroissent, s'il est encore nécessaire de prouver que ce que celui qui est l'Ame de notre Académie a ordonné, étoit le plus convenable.

L'Utilité des Académies ne se renferme pas dans les limites de chaque Nation. Une Académie possede de ces hommes destinés à éclairer le monde entier; toutes les Nations doivent avoir part à leurs découvertes; & il faut les leur communiquer dans la langue la plus universelle. Or personne, je crois, ne refusera cet avantage à la nôtre, qui semble être aujourdhui plutôt la langue de l'Europe entiere que la langue des François.

Si quelqu'autre pouvoit lui disputer l'universalité, ce seroit la Latine. Cette langue, il est vrai, est répanduë partout: mais morte, & partout réservée pour un petit nombre de Savans, on n'est sûr de la bien parler qu'autant qu'on employe des Phrases entieres des anciens Auteurs: & des qu'on s'en écarte, on forme un jargon héterogene dont l'ignorance seule empêche de sentir le ridicule.

Il se trouve encore pour justifier le choix de notre langue d'autres raisons qui ne sont pas moins fortes: ce sont la perfection de la langue même, l'abondance que nos progrés dans tous les Arts & dans toutes les Sciences y ont introduite, la facilité avec laquelle on peut s'y exprimer avec justesse sur toutes sortes de sujets, le nombre innombrable d'excellens Livres écrits dans cette langue. Si les Grecs & les Latins nous ont donné les premiers modeles, ces modeles ont été surpassés dans plusieurs genres, & dans tous tellement multipliés que nos Ouvrages peuvent aujourdhui servir de modeles aux Ecrivains de toutes les Nations.

Si l'on peut faire un reproche à notre langue, c'est celui qu'on fit à la langue des Romains, lorsqu'après avoir atteint sa plus grande perfection,

fection, elle vint à perdre sa noble simplicité pour cette subtilité vaine qu'on appelle si improprement *Bel-Esprit*.

Certaines gens ne sçauroient encore pardonner à un Auteur François d'avoir refusé le *Bel-Esprit* aux Allemans. S'ils savoient mieux ce qu'on entend d'ordinaire par *Bel-Esprit*, ils verroient qu'ils ont peu lieu de se plaindre. Ce n'est le plus souvent que l'art de donner à une pensée commune un tour sententieux : *c'est*, dit un des plus grands hommes de l'Angleterre, *l'art de faire paroître les choses plus ingénieuses qu'elles ne sont.* (*)

Quelques Auteurs Allemans se sont vangés en refusant aux François l'Erudition & la Profondeur ; la vangeance auroit été plus juste, si nous abandonnant le *Bel-Esprit*, ils s'étoient contentés de dire que nous en faisons trop de cas. Mais si ces Auteurs entendent par l'Erudition qu'ils refusent aux François un fatras de citations Latines, Grecques, & Hebraïques, un style diffus & embarassé, on leur saura gré du reproche, & l'on s'applaudira du défaut.

Cette netteté & cette précision qui caractèrisent les Auteurs François, dépend sans doute autant du génie de la langue, que la langue a dépendu elle-même du tour d'esprit de ceux qui l'ont parlée les premiers & qui en ont posé les régles. Mais ce sont ces avantages qui la rendent si universelle, qui font qu'un Monarque dont le goût est le suffrage le plus décisif la parle & l'écrit avec tant d'elégance, & veut qu'elle soit la langue de son Académie.

J'ai parcouru ici toutes les differentes Sciences auxquelles nous nous appliquons : & n'ai point parlé d'une qui fut un des principaux objets de cette Compagnie lors de son établissement.

Le premier Réglement de la Société Royale portoit, qu'une de ses Classes devoit s'appliquer *à l'Etude de la Religion & à la conversion des*

(*) *Bacon.*

des Infidèles : Article plus singulier par la manière dont il étoit présenté qu'il ne l'est peut-être en effet. Nôtre Réglement moderne ne charge aucune Classe en particulier de cette occupation : mais ne peut-on pas dire que toutes y concourent ?

Ne trouve-t-on pas dans l'étude des Merveilles de la Nature, des preuves de l'Existence d'un Etre suprême ?

Quoi de plus capable de nous faire connoitre sa sagesse, que les Verités Géometriques ; que ces Loix éternelles par lesquelles il régit l'Univers ?

La Philosophie spéculative ne nous fait-elle pas voir la nécessité de son Existence ?

Enfin l'étude des Faits nous apprend, qu'il s'est manifesté aux hommes d'une maniere encore plus sensible ; qu'il a exigé d'eux un culte, & le leur a prescrit.

ELOGE
DE
M. BUDDEUS.

AUGUSTIN BUDDEUS, Conseiller de Cour, Médecin du Roi, Membre du College Supérieur de Médecine, premier Professeur d'Anatomie & de Physique, de l'Académie Impériale des Curieux de la Nature, & de l'Académie Royale de Prusse, naquit à *Anclam* en Poméranie le 7. Aout 1695. de *François Buddeus*, premier Pasteur des Eglises du lieu, & de *Dorothée Christiani*. Il fit ses humanités dans sa Patrie. Un goût marqué, joint aux talens qui ne manquent guères d'y être attachés, le décida pour la Médecine, & d'une façon plus particuliere encore pour les connoissances Anatomiques. En 1712. il se rendit à l'Université de Jena, & en 1715. à celle de Halle. Il remplit la carrière des études avec distinction ; quand elle fut achevée, il passa à celle des Voyages, & fit ceux qui convenoient au genre d'étude qu'il avoit embrassé. C'est à la libéralité du feu Roi qu'il *étoit* redevable de cet avantage.

Il étoit en Hollande en 1717. & y fit un Cours sous le célébre *Boerhawe*. Il passa de là en Angleterre & en France, attentif à voir tout ce qui pouvoit le perfectionner dans son mêtier. Il y a des Sciences qui peuvent s'acquérir dans le Cabinet, & dont l'esprit ou le jugement font, pour ainsi dire, seuls tous les fraix ; il y en a d'autres, pour lesquelles on ne doit point se lasser de se répandre, de promener ses regards de tous côtés, & d'interroger les objets dont les réponses peuvent nous être utiles.

De

De retour en Hollande, M. *Buddeus* reçut à *Leyde* en 1721. le degré de Docteur en Médecine, après avoir soutenu avec applaudissement une These sur l'action des Muscles, particulièrement de ceux qu'on nomme *Antagonistes*. L'année suivante il vint à *Berlin*. Il y étoit attiré surtout par ce Théatre Anatomique, qui mérite d'être compté parmi tant d'autres choses importantes, dont le Roi *Frideric Guillaume* a fait usage pour amener cet Etat au point de force & de splendeur, qu'il étoit réservé à notre grand Monarque de pousser à son plus haut période.

Notre Académicien a eu la principale part à tous les arrangemens qui concernent ce Théatre, & la Direction lui en fut conférée avec la fonction & le titre de Professeur d'Anatomie. Depuis ce tems là il fut comme absorbé dans sa Profession, dont les travaux demandent effectivement qu'on s'y livre tout entier. L'approbation que mériterent ses soins, lui attira de nouveaux encouragemens; il fut déclaré en 1725. Médecin du Roi & Conseiller de la Cour.

Les Mémoires, connus sous le titre de *Miscellanea Berolinensia*, renferment diverses Dissertations de M. *Buddeus*, qui font juger de son habileté & de son application. On y découvre ce génie observateur, qui saisit précisément le neuf, l'intéressant, & qui va le demêler là où le vulgaire n'apperçoit rien, & demeureroit des siecles sans rien appercevoir. Ce génie est bien rare parmi ceux même qui prétendent être au dessus du vulgaire: il y a toujours quantité de Taupes pour un Lynx.

En 1730. M. *Buddeus* voulut goûter les douceurs du mariage, & son choix tomba sur Mlle *Scott*, fille cadette de M. *Robert Scott*, Médecin du feu Duc *George Guillaume* de *Lünebourg*. Les fruits qui restent de cette union sont un fils & deux filles.

La vie de M. *Buddeus* s'est écoulée doucement, dans le soin de sa famille, & dans le cours des occupations que nous avons indiquées. Il étoit peu répandu, & nous l'avons à peine vû dans les Assemblées de l'Académie depuis son Renouvellement. Sa complexion, quoiqu'elle parût saine & vigoureuse, étoit un principe habituel d'incommodité, & a sans doute été celui de sa mort prématurée. Il étoit fort replet, & un coup d'apopléxie a trenché presque en un instant le fil de ses jours, le 25 Decembre de l'année 1753. lorsqu'il étoit âgé d'un peu plus de 57 ans.

ELOGE

ELOGE
DE
M. DE BEAUSOBRE.

CHARLES LOUÏS DE BEAUSOBRE, Pasteur de l'Eglise Françoise de *Berlin*, & Membre de l'Académie Royále, nâquit à *Dessau* le 24 Mars, 1690. Nous n'irons point chercher d'autre illustration à son origine que celle qu'il tire d'un Père, qui a tenu l'un des premiers rangs dans l'Eglise & dans la République des Lettres. Ce n'est pas qu'on ne trouve dans la Famille *de Beausobre* les prérogatives dont on ne manque guéres de faire un étalage fastueux, dans celles qui n'en ont point d'autres; mais nous les croyons trop étrangéres à la Vie d'un Ecclésiastique & d'un Savant, pour y insister.

M. *de Beausobre* ayant été appellé au service de l'Eglise de Berlin vers le commencement de 1695. quitta le sejour agréable où il avoit passé huit des plus belles années de sa vie, à la Cour de S. A. S. Mgr. le Prince *Jean George d'Anhalt-Dessau*, & se transporta à *Berlin* avec toute sa Famille.

Charles Louis, dont nous parlons, étoit le second de ses Fils. L'aîné étant destiné aux Armes, (il est encore vivant, & Général au service de S. M. Imp. de Russie,) on consacra celui-ci à l'étude; & le Ministere de l'Evangile parut une vocation également convenable à la vivacité de son génie & à la douceur de son caractére. Une tendre Mère surtout, toute remplie encore des idées que les premiers Réfugiés apporterent de leur Patrie, & de celles que devoient naturellement lui inspirer les succés éclatans de son Epoux dans l'exercice de cette sainte Charge, n'eut point de repos qu'elle n'eût pleinement affermi un Fils, pour qui elle avoit quelque prédilection, dans le choix de ce qu'elle re-

gardoit comme la bonne part. L'événement a justifié ses desirs; mais nous ne saurions dissimuler que M. *de Beausobre* n'ait quelque fois témoigné du regret de sa condescendance; & que, malgré tous les talens qui l'ont fait regarder comme un digne fils de son illustre Père, il n'ait été plus sensible à certaines épines qui lui paroissoient attachées à son état, qu'aux agrémens dont il y pouvoit jouïr.

Sa jeunesse fut cultivée par d'habiles mains. Il n'avoit pas besoin de sortir de chez lui, pour puiser dans une source également pure & abondante; mais il eut encore l'avantage d'être à portée de profiter des secours, & des directions de plusieurs hommes célébres, qui vivoient alors, & qui avoient des liaisons intimes avec M. *de Beausobre* le Père. Tels étoient entr'autres Mrs. *Lenfant*, *Des Vignoles* & *Chauvin*.

Sous de tels guides, M. *de Beausobre* parcourut rapidement la carrière des Etudes, & parla de bonne heure en public. Il fut applaudi, & il auroit goûté bien davantage le plaisir que l'on peut, & j'ose même dire, que l'on doit trouver à l'être, si sa mémoire avoit été aussi fidele à rendre les idées, que son imagination étoit propre à les faire naître, & son jugement à les soumettre aux régles de l'Art. Mais cet écueil étoit tout à fait décourageant, surtout dans un Commençant: & en général il n'est guères de métier plus pénible que la Prédication, quand elle a cet obstacle à surmonter. Quoiqu'une mémoire heureuse ne soit assurément qu'un accessoire des talens de l'Orateur, l'incapacité des Juges n'a pas laissé d'en faire presque le principal. M. *de Beausobre* n'en a pas eu moins pour lui ceux qui sont dignes de juger; & pendant 40 ans de Ministére il a été compté parmi ce petit nombre de Hérauts de l'Evangile qui ne dégradent point la Majesté du Maître au nom duquel ils parlent. Il avoit surtout cette Eloquence noble & affectueuse, qui va droit au coeur, parce qu'elle part du coeur.

Il reçut l'imposition des mains en 1713. & fut d'abord appellé à servir l'Eglise Françoise du Village de *Buchholtz*, qui n'est qu'à un mille de notre Capitale. Par ce moyen il restoit dans le sein de sa Famille, n'étant pas même obligé à résidence, & ne se rendant à son Troupeau

que

que pour la Prédication, ou pour les autres cas qui demandent la présence d'un Pasteur.

Environ deux ans aprés, l'Eglise de *Hambourg* lui adressa une vocation. Il l'accepta; mais il ne fit pas un fort long séjour dans cette Ville, dont l'air se trouvoit contraire à sa santé. Il revint donc à *Berlin* chez son Père, en attendant quelque autre occasion d'être placé. Il s'en présenta une fort naturelle, & fort heureuse. Mrs. *de Beausobre* & *Lenfant* avoient travaillé ensemble à une Traduction du N. Testament, qui est bien connuë & très-estimée. Lorsque l'Ouvrage fut imprimé, ils eurent l'honneur d'en présenter le premier Exemplaire, vers le commencement de 1718. au Roi *Frederic Guillaume*, de glorieuse mémoire, à qui il étoit dedié. Ce Monarque le reçut avec bonté, & témoigna à ces deux Ministres qu'il étoit disposé à leur faire éprouver des marques réelles de sa bien-veillance. M. *de Beausobre*, saisissant l'occasion, supplia le Roi de lui donner son Fils pour Collégue; & sa demande lui fut aussi-tôt accordée. On peut juger de la joye du Père & du Fils dans une conjoncture qui les réünissoit pour toûjours; ils furent ravis de joindre, pour ainsi dire, à la tendre rélation qui les unissoit, celle de Frères & de Compagnons d'oeuvre.

M. *de Beausobre* demeura donc attaché depuis ce tems-là à l'Eglise de *Berlin*. Il n'étoit d'abord que surnuméraire; la mort d'un Pasteur nommé *Lugandi* le fit ordinaire. Il desservoit l'Eglise de la Ville-Neuve; mais il en fut tiré pour être placé dans la nouvelle Eglise du Cloître qu'on venoit de bâtir. Il en fit la Dédicace en présence du Roi défunt, le 26 Aout 1726. Ensuite, à la mort de M. *Gaultier*, il reprit au commencement de 1740. les fonctions de Pasteur de la Ville-Neuve, par où il a terminé son Ministère.

C'est assés parler de sa vie Ecclésiastique; mais l'idée que nous venons d'en donner, étoit nécessaire pour montrer qu'elle a été agitée & pénible, & qu'il n'a pû consacrer à l'étude toute l'application que des circonstances plus favorables lui auroient permis d'y apporter. Ses premiers Ouvrages ont été des Traductions. Il en a fait quelques unes

de

de l'Anglois, sur les affaires publiques, pour un Ministre de la Grande-Bretagne à la Cour de Prusse, avec qui il avoit des liaisons d'amitié. Comme ce sont des Pieces qui disparoissent presque avec les conjonctures qui les font naître, nous n'en indiquerons pas seulement les titres.

Il passa de ce travail à un autre plus convenable à ses occupations ordinaires. M. *Barbeyrac* avoit jetté les premiers fondemens d'une réputation qui s'accrût beaucoup depuis, en donnant une fort bonne Traduction des Sermons du célébre Archévêque *Tillotson*. Comme d'autres occupations l'empêcherent d'embrasser toute cette tâche, M. *de Beausobre* traduisit les Sermons sur la Repentance, qui forment un Volume séparé, que le Public plaça sans balancer à côté de ceux qu'il tenoit de M. *Barbeyrac*.

Un des événemens qui ont attiré l'attention de ce Siecle, c'est la sanglante Tragédie de *Thorn*. M. *Jablonski*, que la Société qui a précédé cette Académie, se glorifioit d'avoir alors à sa tête, en donna une Histoire également judicieuse & intéressante. M. *de Beausobre* la traduisit de l'Allemand à la fin de 1725. sous le titre de *Thorn affligée*.

C'est par ces essais qu'il se préparoit à une entreprise plus importante. En voici l'occasion. M. *Saurin*, célébre Prédicateur, & qui ne devoit point sa célébrité à quelque caprice passager, mais qui possédoit ce fonds & cet acquis d'où dépendent les véritables talens, avoit entrepris un Ouvrage sur la Bible, qui, destiné d'abord à l'explication d'un Recueil d'Estampes, devint entre ses mains un chef-d'œuvre d'érudition & de saine Critique. Je ne sais, pour le dire en passant, si l'on rend actuellement assez de justice aux Discours de M. *Saurin*, & si on les distingue, comme on le devroit, de tant de compilations qui n'ont couté à leurs Auteurs qu'un travail technique. M. *Saurin* n'a pas compté les opinions, il les a pésées; & plus sa balance demeure souvent dans l'équilibre, plus il fait voir qu'elle est d'une justesse peu commune. Ceux qui font toujours pancher l'un des bassins, ne le font que parce qu'ils mettent leurs propres jugemens à la place des raisons. Mais je m'écarte de mon sujet.

Une

faisoient à peu près toute la succession de cet illustre Défunt. Afin d'y travailler avec plus de liberté, il les acquit en propre de ses Cohéritiers; & nous l'avons vû depuis ce tems-là presque uniquement occupé de ce travail. Le Public en a profité: il possède déjà le *Supplément à l'Histoire de la Guerre des Husites*, imprimé en 1745. les *Sermons sur le Chapitre XII. de l'Epitre aux Romains*, qui sont de l'année 1744. mais que nous indiquons ici pour les joindre aux *Sermons sur la Resurrection de Lazare*, qui ont paru en 1751. Ce n'étoient-là pourtant que de simples échantillons au prix de *l'Histoire de la Réformation d'Allemagne*, qui est achevée jusqu'à la Confession d'*Augsbourg*, & dont le MS. peut fournir deux Volumes *in quarto* tout prets à paroitre. Il y a longtems que cette Histoire, & bien d'autres Pieces curieuses que M. *de Beausobre* avoit laissées dans un état peu éloigné de la perfection, devroient être entre les mains du Public, si M. *de Beausobre*, peu expert dans l'Art de négocier, ou de trafiquer, (je ne sais lequel de ces deux mots exprime le mieux les pièges réciproques que se tendent les Auteurs & les Libraires,) n'avoit presque décrié une marchandise très précieuse par des incidens qui venoient d'un tour d'esprit singulier, au coin duquel presque tout ce qu'on appelle maniement d'affaires a été marqué pendant le cours de sa vie.

En repassant les événemens qui appartiennent à l'Histoire de la Réformation, M. *de Beausobre* ramassa les matériaux d'un petit Ouvrage, qu'il intitula *le Triomphe de l'Innocence*. Il s'y proposoit de justifier les Réformés de France contre diverses accusations qui leur ont été intentées par leurs Adversaires, & surtout contre les reproches vagues, odieux, & faux, de sédition & de rebellion. Ce petit Livre écrit avec feu & avec force contient des vérités sans replique.

Si M. *de Beausobre* n'étoit pas de l'Académie, il méritoit depuis long-tems d'en être. Mais il a presque toujours été éloigné des postes & des prérogatives qui sembloient lui être duës. L'enchainement de ces traverses qui ne sont pas entièrement dans la classe de celles qu'on nomme vulgairement fatalités, mais qui viennent principalement

ment de la néceſſité d'unir le ſavoir-faire au ſavoir, cet enchainement, dis-je, formoit une barrière inſurmontable à des efforts, qui, pour être continuellement réïtérés, n'en étoient que moins efficaces. L'Académie lui rendit juſtice au mois d'Octobre de l'année 1751. & ayant été placé dans la Claſſe de Belles-Lettres, il a entretenu deux fois nos Aſſemblées ſur la Vie du Cardinal *Albert de Brandebourg*.

Nous touchons à la fin de ſa carriére. M. *de Beauſobre* étoit d'une bonne conſtitution, & avoit toujours paru la fortifier par le régime & par l'exercice. Mais comme il ſuivoit plutôt à ces deux égards l'ardeur de ſon tempérament que les régles de la prudence, il ſe fit une révolution ſubite dans ſa ſanté au commencement de cette année; les premiers ſymptômes ſe manifeſterent par une forte oppreſſion; & bientôt une complication de maux, jointe peut-être à une complication de remèdes, firent faire à ſon mal, à peine déclaré & connu, des progrés ſi rapides, qu'il y ſuccomba le 10 Mars, ſans s'être presque douté lui-même que l'iſſue en dut être auſſi promte & auſſi funeſte.

M. *de Beauſobre* avoit épouſé en Mai 1730. Mlle. *Madelaine de St. Laurens*, fille d'un Conſeiller au Parlement d'Orange, qu'il perdit en Septembre 1744. Il ne reſte qu'une fille de ce mariage.

Je tracerai ſans héſiter le caractére de M. *de Beauſobre*, tel que de longues & étroites liaiſons m'ont mis à portée de le connoître: il eſt tout à ſon avantage. Les qualités de l'esprit qui font l'homme ſolidement éclairé, dictoient ſes Sermons, & brillent dans ſes Ouvrages; les qualités du cœur qui font l'honnête homme & le vrai Chrêtien, ont caractèriſé toute ſa conduite. Il étoit ſincère, droit, officieux, reconnoiſſant, fidèle à toutes les rélations de la Societé; prêchant en un mot par ſon exemple encore plus que par ſa doctrine. Quiconque l'a vû tout entier, n'en jugera jamais autrement; c'eſt l'expreſſion qui réſulte de l'enſemble de ſon caractère, & de ſes actions. Mais on auroit pû s'y méprendre quelquefois en le regardant de profil, & en s'arrêtant à des faits iſolés. Non que jamais il ait eu le deſſein de ſe ſouſtraire à quelque devoir, de chercher quelcun de ces faux-fuyants, qui ſont

l'asyle des Vertus équivoques; mais une idée qui tomboit dans son cerveau, plutôt qu'elle n'y naissoit, s'emparoit tellement de lui qu'il l'auroit suivie, sans s'en appercevoir, jusqu'au bord du précipice, (& par précipices je n'entends que ceux qui menaçoient son repos & sa fortune;) on l'en avertissoit, il ouvroit les yeux; le fantôme disparoissoit, mais le lendemain il en renaissoit un autre, à la poursuite duquel il se livroit aux mêmes risques & périls. Cela lui rendoit les vrais Amis nécessaires; & il étoit digne de les avoir, car il en connoissoit tout le prix. Les principes des agitations & des inquiètudes, qui ont un peu dérangé sa vie, étoient dans le sang & dans la machine; ceux de la Vertu & de la Religion étoient profondément gravés dans son Ame, & auront fait succéder à ces secousses passagéres un calme inaltérable, & un bonheur conforme à ses espérances.

TABLE

TABLE.

CLASSE
de Philosophie Expérimentale.

CLASSE
de Mathématique.

CLASSE
de Philosophie Spéculative.

CLASSE

CLASSE
de Belles - Lettres.